**Operações com números negativos**

**Objetivo(s)**

- Compreender o conceito de número negativo
- Realizar cálculos com números negativos envolvendo adição e subtração

**Ano(s) :** 6º,7º,8º,9º

**Tempo estimado:** 9 aulas

**Desenvolvimento**

**1ª etapa**

Peça que os alunos completem os espaços pontilhados:

12 + …. = 27
38 + …. = 83
438 + … = 705
58 + … = 58
9 + … = 7

Para 9 + … = 7, no primeiro momento, os estudantes podem dizer que é impossível. Alguns podem propor substituir o pontilhado por -2, encontrado por intuição. De qualquer maneira, peça que todos tentem solucionar o cálculo. Explique que até aquele momento era realmente impossível, mas que eles estão prestes a dar um novo passo.

É possível que alguns perguntem se podem completar o pontilhado com algo que não é um único número, por exemplo, 7 - 9, 2 - 4 e 0 - 2. Diga que sim. Isso significa que: 9 + (7 - 9) = 7 ou 9 + (2 - 4) = 7. Sendo assim, é possível estabelecer que (a + b) - c = a + (b - c) .

Explique que podemos presumir que essa propriedade se generaliza para o cálculo que a classe usou. Esse cálculo torna-se possível pois 9 + (7 - 9) = (9 + 7) - 9 = 7. Oriente a garotada a confrontar os resultados: 7 - 9 = 2 - 4 = 1 -3 = … = 0 - 2 = - 2. Explique então que as escritas 7 - 9; 2 - 4; 0 - 2 são diferentes escritas de um número agora denominado -2. Desde o início, libere a colocação de parênteses em -2, exceto se ele estiver depois de um sinal de adição.

Note que o número negativo é introduzido como a diferença de dois positivos, o que é coerente com a concepção de fração como um número racional e o quociente de dois números inteiros, objeto estudado em geral no 6º ano. Dessa forma, recupera-se a coerência matemática da construção dos números relativos e racionais como quociente inteiro.

Solicite que o grupo escreva diversas igualdades com lacuna que tenham -2 como solução. Exemplos:
3 + ..... = 1         ou        1 - 3 = .....
5 + (-2) = 3       ou         3 - 5 = -2
2 + (-2) = 0       ou        0 - 2 = -2

Discuta com a meninada que isso, em resumo, quer dizer que podemos realizar subtrações nas quais o primeiro número é menor que o segundo. O resultado é um número negativo, que se escreve com um sinal de menos. Então, - 2 = 0 - 2 = 1 - 3 = 7 - 9 =... Podemos ter, então, 9 + (-2) = 7.

**2ª etapa**

Apresente uma lista de adições de dois termos mudando o lugar da incógnita. O cálculo é feito graças à comutatividade da adição. No final da lista, proponha que o grupo complete: …. + 7 = 0, em que o número que falta é 0 - 7 = -7. Essa tarefa irá permitir definir o oposto de um número relativo e concluir que dois números são opostos quando a soma deles é zero. Em 7 + (-7) = 0, os dois números (-7) e 7 são opostos.

**3ª etapa**

Peça que os alunos realizem as seguintes subtrações, mas antes avalie se é interessante para eles trabalhar ou não com casas decimais:
35 - 17 =                                                         4,8 - 7,2 =
23 - 48 =                                                         0,25 - 1,2 =
34 - 26 =                                                         0,75 - 0,38 =
48 - 72 =

Em seguida, oriente o trabalho com adições dos seguintes números relativos (os resultados das adições são todos positivos):
7 + (-4) =
12 + (-5) =
54 + (-29) =
-35 +68 =
-17 + 21 =

**4ª etapa**

É hora de generalizar a adição de números relativos. Os estudantes já encontraram operações do tipo 9 + (-2) = 7 e 7 - 9 = -2 nos exercícios. Mas ainda não viram adições cujo resultado é um número negativo. Pergunte, então, se conseguem imaginar uma adição cujo resultado é um número negativo ou peça que calculem -5 + 3. Para esse caso, as respostas poderão ser -8, ou -2 ou 2. Peça que justifiquem o que disserem. É possível justificar o resultado -2 citando a noção de oposto: -5 + 3 = -5 + (5 - 2) = (-5 + 5) - 2 = 0 - 2 = -2. É válido agir do mesmo modo com proposições como (-4) + (-7) = (- 4) + (4 - 11) = -11.

**5ª etapa**

Apresente uma situação contextualizada a fim de mostrar como a adição modela o resultado das duas variações. Oriente a sala a completar o quadro abaixo.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Balanço da manhã                | Balanço da tarde                 | Balanço do dia                      | Balanço do dia com um  número              | Operação que resume o dia                           |
| Ganhou 10 bolas de gude |  Ganhou 8 bolas de gude |   |   |   |
| Perdeu 8 bolas de gude |  Ganhou 12 bolas de gude |   |   |   |
|  Perdeu 6 bolas de gude |  Perdeu 5 bolas de gude |   |   |   |
|  Ganhou 5 bolas de gude |  Perdeu 8 bolas de gude |   |   |   |
|  Ganhou 9 bolas de gude |  Perdeu 9 bolas de gude |   |   |   |
|  Perdeu 4 bolas de gude |  Ganhou 0 |   |   |   |
| Ganhou 0 |  Perdeu 5 bolas de gude |   |   |   |

A tarefa permite justificar que a sucessão de duas ações se traduz por uma adição. De fato, se não houver problema na primeira linha, a segunda linha será completada tranquilamente com a operação 12 - 8. Pelo que foi visto anteriormente, é possível compreender que pode ser também (-8) + 12. Para a quarta linha (ganhou 5; perdeu 8), alguns alunos costumam escrever na última coluna 8 - 5 e não 5 - 8, outros rejeitam esse cálculo cujo resultado é 3 e não -3 como está escrito na quinta coluna. Há ainda os que propõem 5 + (-8).

**É interessante ainda apresentar outros problemas que se relacionam com a vida cotidiana como: "Um elevador sobe 7 andares, depois desce 3. É possível que ele realize o mesmo deslocamento de uma só vez? (*resultado de duas variações*) e "Essa manhã faz -3 ° graus centígrados, a temperatura sobe 6 °C graus. Qual a nova temperatura?" (*estado + variação = estado*).**

**6ª etapa**

Desafie os estudantes a contar ao contrário a partir de 8, subtraindo sempre 3. Eles encontrarão os números 5, 2, -1, -4, -7 etc. Peça que escrevam as subtrações efetuadas:
8 - 3 = 5
5 - 3 = 2
2 - 3 = -1

Nesse ponto, é possível despertar uma discussão em classe, pois alguns poderão dizer que não sabem o que significa -1 e -3. Trata-se de uma subtração ainda não vista. Isso permitirá a você seguir em frente, propondo representar esse recuo de 3 em 3 numa reta numérica vertical ou horizontal. Assim, voltando 3, todos podem encontrar que -1 - 3 = -4 e que -4 - 3 = -7. Com isso, é possível representar na reta o que foi pedido da seguinte forma:



**7ª etapa**

Escolha um número de alto valor absoluto, como -396 e anote em um papel sem mostrar para os alunos e explique que eles deverão tentar adivinhá-lo. Peça que alguém arrisque um número. Responda somente se a sugestão é inferior ou superior ao número escondido até que alguém acerte. Explique que é preciso levar em consideração as informações obtidas com as respostas dos colegas para aumentar suas chances de ganhar.

A determinação de intervalos no qual o número está compreendido causará problema. Você pode propor aos estudantes - se eles mesmos não pensarem nisso - em representar as respostas em uma reta com escala. Você pode repetir o jogo com o número - 14,583, por exemplo. Parece difícil usar um número decimal, pois, assim, juntamos dois desafios, mas é um trabalho possível. Em resumo, a ideia é que os próprios alunos construam um jeito de comparar números. Eles podem dizer, por exemplo, que "com os negativos, a ordem é inversa". Essa observação sobre a ordem inversa é importante, pois será encontrada no trabalho com a multiplicação por -1 mais adiante.

**8ª etapa**

A partir de agora, o trabalho diz respeito à introdução da subtração. Apresente as colunas abaixo separadamente. Para completar a segunda coluna, peça que os estudantes observem como encontramos a subtração que aponta a solução da primeira coluna.

Para completar a terceira coluna, oriente-os a copiar os resultados da segunda coluna nos pontilhados à direita do sinal de igual. Quando tudo estiver completo, peça que a turma compare os conteúdos das duas últimas colunas e descreva as semelhanças e diferenças.



Questione o que é possível concluir com o que foi feito. Espera-se que os alunos compreendam que, para subtrair um número relativo podemos adicionar seu oposto. Ou seja, a - b = a + oposto de b. Por exemplo: 7 - (-4) = 7 + 4 = 11 e - 3 - 4 = -3 + (-4) = -7.

**Avaliação**

Solicite que completem os cálculos abaixo:

12 - ( -20) =
-20 - (-14) =
-42 - 42 =
13 - 30 =
-12 - 18 =
-39 - (-39) =
-18 - (-20) =
35 -25 =
-19 - 11 =
28 - 28 =

Se julgar necessário, justifique teoricamente a regra que está por trás dos exemplos. Há duas possibilidades:

1. Para subtrair o número positivo 4:
-3 - 4 = -3 + 0 - 4 = -3 + ((-4)+4) - 4 = -3 + (-4) + (4 - 4) = -3 + (-4) + 0 = -3 + (-4)
Para subtrair o número negativo (-4):
-3 - (-4) = -3 + 0 - (-4) = -3 + (4 + (-4)) - (-4) = -3 + 4 + ( (-4) - (-4)) = -3 + 4 + 0 = -3 + 4

Utilizamos duas propriedades:

* A soma de dois números opostos é igual a zero.
* A diferença de dois números iguais é igual a zero.

2. Por exemplo:
Para subtrair o número positivo 4:
Com base na igualdade: 4 + …. = -3, cuja solução é -3 - 4, adicionamos (-4) aos dois membros da igualdade, obteremos (-4) + 4 + … = -3 + (-4).
Ou então 0 + … = -3 + (-4) que tem a mesma solução, ou seja, -3 - 4 = -3 + (-4) = -7
Para subtrair o número negativo (-4):
Com base na igualdade: -4 + …. = -3, cuja solução é -3 - (-4), adicionamos 4 aos dois membros da igualdade, obteremos 4 + (-4) + … = -3 + 4
Ou então 0 + … = -3 + 4 que tem a mesma solução, ou seja, -3 - (-4) = -3 + 4 = 1.

Utilizamos:

* A definição da diferença.
* Uma propriedade da igualdade.

**Fonte:** Texto *Enseigner les Nombres Négatifs au Collège*, elaborado pelo Instituto de Pesquisas no Ensino de Matemática (Irem, sigla em francês) da Aquitânia, na França.

**Fonte: novaescolaclube**