CURSO DE MATEMÁTICA COMPLETO PARA OS CONCURSOS:

BANCO DO BRASIL E CAIXA ECONÔMICA FEDERAL

HTTP://www.exercitando.com.br

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

NÚMEROS REAIS

O conjunto dos números reais, por definição, é formado pela união dos números racionais com os irracionais.

O esquema abaixo mostra a composição de todo o conjunto dos números reais:

$$\text{Reais}\begin{cases}\text{Racionais ou Fracionários}\begin{cases}\text{Naturais e Inteiros}\\ \text{Decimais Finitos.}\\ \text{Dízimas Periódicas}\end{cases}\\ \text{Irracionais}\end{cases}$$

Vejamos, a seguir, cada um destes conjuntos numéricos.

1. CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS (N)

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,...}

2. CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS (Z)

O conjunto dos números naturais reunidos com os números inteiros **negativos** forma o **Conjunto dos Números Inteiros Relativos**.

Z = {... –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4...}

OBS: O uso do **asterisco** (*) junto ao símbolo de um conjunto numérico qualquer que compreenda originalmente o elemento zero, indica que este elemento foi retirado do conjunto.
Ex: N* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,...}
Z* = {... –4, –3, –2, –1, 1, 2, 3, 4...}

3. CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS (Q)

É o conjunto dos números que podem ser escritos em forma de fração. A letra "**Q**" que representa o conjunto dos números racionais vem da palavra ***quociente***, isto é, um número racional é o resultado do quociente (divisão) entre dois números inteiros.

$$\mathbf{Q} = \left\{\frac{a}{b} \mid a \text{ e } b \in Z \text{ e } b \neq 0\right\}$$

Na divisão entre dois números inteiros, podem ocorrer três resultados: número inteiro, número decimal com casas decimais finitas, ou dízimas periódicas.

3.1. Números Inteiros

O número inteiro é racional, uma vez que pode ser o resultado de uma divisão de dois números inteiros e, portanto, pela definição, faz parte do conjunto dos racionais.
Ex: $\frac{15}{5} = 3$, $\frac{8}{2} = 4$, $\frac{-16}{4} = -4$, $\frac{21}{-3} = -7$

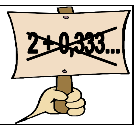
3.2. Números Decimais Finitos

Todos os números em sua forma decimal, que contenham uma quantidade **finita** de algarismos após a vírgula, também são resultado de uma fração entre dois números inteiros.
Ex: $\frac{3}{2} = 1{,}5$ $\frac{5}{10} = 0{,}5$ $\frac{326}{1000} = 0{,}326$ $\frac{1}{8} = 0{,}125$

3.3. Dízimas Periódicas

São números decimais com uma infinidade de números após a vírgula, os quais se repetem. A parte que se repete é chamada de **período**. Estes números também resultam de uma fração entre dois inteiros.
Ex: 2/9 = 0,222..., 1/3 = 0,3333..., 2/3= 0,6666...

OBS: Não faça contas com dízimas periódicas. Substitua a dízima periódica por sua **fração geratriz**. (A fração que gerou a dízima).



Determinação da fração geratriz:

Ex: 0,222... ⇒ x = 0,222...(1)
10x = 2,222...(2)
(mult. Por 10 porque o período tem 1 algarismo).
(2) – (1) ⇒ 10x – x = 2,222 – 0,222
9x = 2 ⇒ **x = 2/9**

Ex: 5,83232... ⇒ x = 5,832...(1)
100x = 583,232...(2)
(mult. Por 100 porque o período tem 2 algarismos).
(2) – (1) ⇒ 100x – x = 583,232 – 5,832 ⇒ 99x = 577,4
x = 577,4/99 ⇒ **x = 5774/990**

Ex: 0,734444... ⇒ x = 0,734...(1)
10x = 7,344...(2)
(mult. Por 10 porque o período tem 1 algarismo).
(2) – (1) ⇒ 10x – x = 7,344 – 0,734⇒ 9x = 6,61
x = 6,61/9 ⇒ **x = 661/900**

Ex: 6,034034... ⇒ x = 6,034...(1)
1000x = 6034,034...(2)
(mult. Por 1000 porque o período tem 3 algarismos).
(2) – (1) ⇒ 1000x – x = 6034,034 – 6,034
999x = 6028 ⇒ **x = 6028/999**

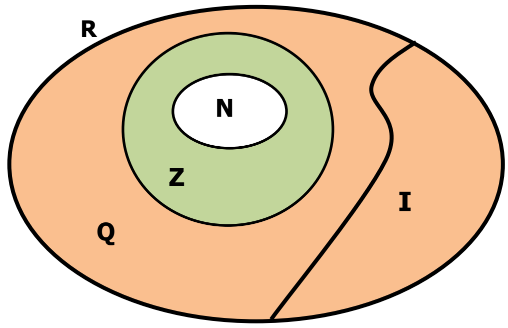
4. CONJUNTO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS (I)

I = {x | x não é quociente de números inteiros}
São os números decimais que possuem infinitos algarismos após a vírgula sem formar um período.
Ex: $\sqrt{2}$ = 1,41421356... π = 3,1415926535...

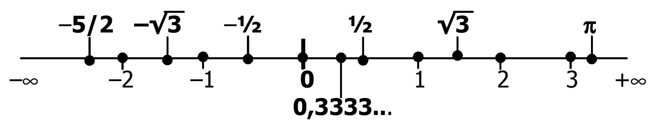
5. CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS (R)

É a união dos conjuntos dos números Racionais (**Q**) com o conjunto dos números Irracionais (**I**).

R = Q ∪ I
N ⊂ Z ⊂ Q ⊂ R
I ⊂ R
Q ⊂ R



5.1. REPRESENTAÇÃO POR PONTOS NA RETA



OBS: Todos os demais números reais não inteiros, racionais ou irracionais, podem ser localizados entre dois números inteiros.

Dado um número real qualquer **a** podemos associar a ele outro número real, denotado por **–a**, que é o seu oposto (ou simétrico). Na reta numérica, um número real e seu oposto estão sempre em pontos **eqüidistantes** do zero (0). Observe que quando um número real é precedido do sinal positivo (+), este sinal pode ser omitido.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

1. ADIÇÃO (+) E SUBTRAÇÃO (–)

a) Sinais iguais

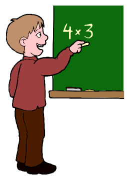
Na adição ou subtração de números inteiros, quando os sinais forem iguais, conserva-se o sinal e soma-se os números.

Ex: $5 + 3 = 8$ $-5 - 3 = -8$
$1 + 9 = 10$ $-1 - 9 = -10$
$4 + 6 + 10 = 20$ $-4 - 6 - 10 = -20$

b) Sinais diferentes

Na adição ou subtração de números inteiros, quando os sinais forem diferentes, conserva-se o sinal do maior número e subtrai-se os números.

Ex: $5 - 3 = 2$ $-5 + 3 = -2$
$1 - 9 = -8$ $-1 + 9 = 8$
$-4 + 6 + 10 = 12$ $+4 - 6 - 10 = -12$



2. MULTIPLICAÇÃO (×) E DIVISÃO (÷)

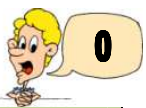
a) Sinais iguais

Na multiplicação ou divisão de números inteiros, quando os sinais forem iguais, o produto ou a divisão, será um número positivo. ("mais com mais dá mais ou menos com menos dá mais").

b) Sinais diferentes

Na multiplicação ou divisão de números inteiros, quando os sinais forem diferentes, o produto ou a divisão, será um número negativo. ("mais com menos dá menos ou menos com mais dá menos").

Ex: $(+4) \times (+2) = +8$ $(+10) \div (+2) = +5$
$(-4) \times (-2) = +8$ $(-10) \div (-2) = +5$
$(+4) \times (-2) = -8$ $(+10) \div (-2) = -5$
$(-4) \times (+2) = -8$ $(-10) \div (+2) = -5$



OBS: O caso do zero na divisão:
Quando o dividendo é zero e o divisor é um número diferente de zero, o quociente é igual a zero.
Ex: $0 \div 2 = 0$.
Quando o dividendo é um número diferente de zero e o divisor é zero, a divisão não pode ser realizada no conjunto dos números reais.
Ex: $2 \div 0$ = não há solução no conjunto dos números reais.

3. POTENCIAÇÃO

É a multiplicação de um número inteiro qualquer por ele mesmo, repetidas vezes. ($a^n = \underbrace{a \,.\, a \,.\, a \,.\, a \ldots a}_{n \text{ vezes}}$)

Ex: $3^2 = 3 \,.\, 3 = 9$ $5^3 = 5 \,.\, 5 \,.\, 5 = 125$
$(-2)^2 = -2 \,.\, -2 = 4$ $(-2)^3 = -2 \,.\, -2 \,.\, -2 = -8$

OBS: Quando a base é positiva, o resultado da potência é sempre positivo.
Quando a base é negativa, e o expoente é par o resultado é positivo, se o expoente é ímpar o resultado é negativo.

- **PROPRIEDADES DAS POTÊNCIAS**

a) Produto de mesma base: Conserva-se a base e soma-se os expoentes. $(+2)^2 \,.\, (+2)^3 = (+2)^{2+3} = (+2)^5 = 32$

b) Divisão de mesma base: Conserva-se a base e subtrai-se os expoentes. $(-2)^5 \div (-2)^2 = (-2)^{5-2} = (-2)^3 = -8$

c) Potência de potência: Conserva-se a base e multiplica-se os expoentes. $(-7^2)^3 = (-7)^{2 \times 3} = (-7)^6$

d) Potência negativa: Inverte-se o número com a mesma potência positiva. $2^{-3} = 1/2^3$

e) Potência fracionária: Transforma-se em raiz com índice do denominador e o número elevado à potência do numerador.
$5^{2/3} = \sqrt[3]{5^2}$

f) Expoente zero: Todo número elevado a zero é igual a 1.
$(+2)^0 = 1$ $(-3)^0 = 1$

g) Expoente um: Todo número elevado a 1 é igual a ele mesmo. $(+2)^1 = 2$ $(-3)^1 = -3$

4. DIVISIBILIDADE

Um número é divisível por outro, quando o resto da divisão for igual a zero.
Ex: $10 \div 2 = 5$ $15 \div 3 = 5$ $148 \div 2 = 74$ $22 \div 11 = 2$

4.1. CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

- **Divisibilidade por 2**: Um número é divisível por 2, quando for par.(terminado em 0, 2, 4, 6 e 8).
Ex: 18, 206, 52, 804, 1000, etc.

- **Divisibilidade por 3**: Um número é divisível por 3, quando a soma de seus algarismos formar um número divisível por 3.
Ex: 18, 207, 72, 804, 1200, etc.

- **Divisibilidade por 4**: Um número é divisível por 4, quando terminar em 00 ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos for divisível por 4.
Ex: 16, 204, 632, 864, 1200, 1548, etc.

- **Divisibilidade por 5**: Um número é divisível por 5, quando terminar em 0 ou em 5.
Ex: 15, 25, 625, 805, 1200, 2005, etc.

- **Divisibilidade por 6**: Um número é divisível por 6, quando for divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo.
Ex: 24 é divisível por 6 ,porque é divisível por 2 (é par) e por 3 (4+2=6, 6 é divisível por 3).

- **Divisibilidade por 8**: Um número é divisível por 8, quando terminar em 000 ou quando o número formado pelos três últimos algarismos for divisível por 8.
Ex: 3024 é divisível por 8 porque 024 é divisível por 8.

- **Divisibilidade por 9**: Um número é divisível por 9, quando a soma de seus algarismos formar um número divisível por 9.
Ex: 567 é divisível por 9 porque 5+9+7 = 18, que é divisível por 9.

- **Divisibilidade por 11**: Um número é divisível por 11, quando a diferença absoluta entre as somas de seus algarismos de ordem ímpar e de ordem par formar um número divisível por 11.
Ex: 18172 é divisível por 11, pois:
Soma dos algarismos de **ordem ímpar**: 1+1+2 =4
Soma dos algarismos de ordem par: 8+7 =15
A diferença absoluta: 15 –4 = 11.

5. NÚMEROS PRIMOS

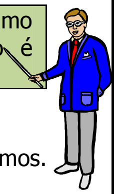
É todo número maior que 1 e que só pode ser divisível por 1 ou por ele mesmo. (Só possui 2 divisores).
Ex: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29,...

OBS: Note que o número 2 é o **único número PAR que é primo.**

6. NÚMEROS COMPOSTOS

São números que possuem mais de dois divisores.
Ex: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21,...

OBS: Note que o número 1 não é composto e nem primo (possui só ele como divisor). O Zero também, não é composto e nem primo (possui infinitos divisores).



7. FATORAÇÃO

É a decomposição de um número em fatores primos.
Ex: Fatorar o número 240.

240	2
120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$

8. MÚLTIPLOS

Múltiplo de um número é o produto desse número por um número natural qualquer.
Ex: Múltiplos de 5

5x0 = **0** 5x1 =**5** 5x2 =**10** 5x3 =**15**...
M(5) = {0, 5, 10, 15,...}

Ex: Múltiplos de 7

7x0 = **0** 7x1 =**7** 7x2 =**14** 7x3 =**21**...
M(7) = {0, 7, 14, 21,...}

OBS: - Todo número é múltiplo de si mesmo.
- O zero é múltiplo de qualquer número.
- O conjunto dos múltiplos de um número diferente de zero, é **infinito**.

9. DIVISORES

Um número só é divisor de outro, quando o divide exatamente.
Ex: Divisores de 8

8÷1 = **8** 8÷2 =**4** 8÷4 =**2** 8÷8 =**1**
D(8) = {1, 2, 4, 8}

Ex: Divisores de 15

15÷1 = **15** 15÷3 =**5** 15÷5 =**3** 15÷15 =**1**
D(15) = {1, 3, 5, 15}

OBS: - Todo número é divisor de si mesmo.
- O número 1 é divisor de qualquer número.
- O conjunto dos divisores de um número diferente de zero, é **finito**.

OBS: ***Ser múltiplo*** de, é o mesmo que dizer: ***ser divisível por.***

9.1. DETERMINAÇÃO DOS DIVISORES DE UM NÚMERO

Existe um método prático para a determinação dos divisores de um número:
Ex: Determine todos os divisores de 30.
1º. Efetuamos a decomposição do número em fatores primos.

30	2
15	3
5	5
1	

30 = 2 . 3 . 5

2º. Colocamos uma nova coluna que começa com o número 1 (que é sempre divisor), a seguir multiplicamos o 1° fator primo (2) pelo 1; em seguida o próximo fator primo (3) pelo 1 e pelo 2, obtendo 3 e 6. Finalmente, multiplicamos o fator primo seguinte (5) pelo 1, 2, 3 e 6, obtendo 5, 10, 15 e 30.

		1	
30	2	**2**	(2 x 1)
15	3	**3** – **6**	(3 x 1 e 3 x 2)
5	5	**5** – **10** – **15** – **30**	(5 x 1, 5 x 2, 5 x 3 e 5 x 6)
1			

D(30) = { 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}

9.2. DETERMINAÇÃO DA QUANTIDADE DE DIVISORES DE UM NÚMERO

Em algumas situações precisamos apenas determinar quantos divisores o número possui, não importando quais são eles. Neste caso o método é o seguinte:
1º. Efetuamos a decomposição do número em fatores primos.

30	2
15	3
5	5
1	

$30 = 2^{1} . 3^{1} . 5^{1}$

2°. Multiplicamos as potências dos fatores primos acrescentada de uma unidade.
(**1** +1) (**1** +1) (**1** +1) = 2 .2. 2 = **8 divisores.**

OBS: Números primos entre si são aqueles que o único divisor comum é igual a 1.
Ex: 15 e 13 ; D(15)= {**1**,3,5,15} D(13)= {**1**,13}

10. MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (M.M.C.)

O M.M.C. entre dois ou mais números, é o **menor** dos múltiplos comum entre esses números, excluído o zero, ou seja, é o **menor** número que é divisível por todos eles ao mesmo tempo.
Ex: Qual o M.M.C. dos números 12,18 e 30?

12, 18, 30	2
6, 9, 15	2
3, 9, 15	3
1, 3, 5	3
1, 1, 5	5
1, 1, 1	$180 (= 2^2 . 3^2 . 5 = 4 . 9 . 5 = 180)$

M.M.C. = 180

OBS: Se um número é múltiplo do outro, o M.M.C. é o **maior número**.
O M.M.C. de números primos entre si é sempre igual ao produto deles.
O M.M.C. de dois números consecutivos é sempre o produto deles.

11. MÁXIMO DIVISOR COMUM (M.D.C.)

O M.D.C. entre dois ou mais números, é o **maior** número que os divide exatamente. Mostramos três maneiras para se calcular o M.D.C.:

11.1 – Pela decomposição (Fatoração).

É o produto dos fatores primos que são comuns aos números.
Ex: Qual o M.D.C. dos números 12,18 e 30?

12, 18, 30 | 2 (a divisão só é feita pelo fator primo

6, 9, 15	3	
2 3, 5	2 . 3 = 6	

que for comum ao três números. Quando não houver mais fatores primos, a fatoração se encerra).

M.D.C.(12, 18, 30) = 2 . 3 = 6

11.2 – Pelo conjunto dos divisores.
Ex: Qual o M.D.C dos números 12,18 e 30?
D(12) = {1, 2, 3, 4, **6**, 12}
D(18)= {1, 2, 3, **6**, 9, 18}
D(30) = {1, 2, 3, 5, **6**, 10, 15, 30}
Divisores Comuns = {1, 2, 3, **6**}. Note que o **6**, é o maior divisor entre 12, 18 e 30, portanto, **M.D.C(12,18,30) = 6**

11.3 – Pelo método das divisões sucessivas.
Para se encontrar o M.D.C. entre dois números por este método, divide-se o maior pelo menor; o quociente deve ser colocado em cima do número menor, e o resto, embaixo do número maior. A divisão seguinte é feita colocando o primeiro resto como novo divisor. O processo continua até o resto da divisão chegar em zero. **O número que está na posição de último divisor é o M.D.C.**
Ex: Calcular o M.D.C. entre 20 e 30.

	1	2
30	20	10
10	0	

M.D.C. (20, 30) = 10

Quando precisamos encontrar o M.D.C. de mais de dois números, pelo processo das divisões sucessivas, procuramos primeiro o M.D.C. de dois deles; em seguida o M.D.C. entre o número encontrado e o terceiro, e assim sucessivamente.
Ex: Qual o M.D.C dos números 126,420 e 630?

	1	2
630	420	210
210	0	

	1	1	2
210	126	84	**42**
84	42	0	

M.D.C. (126, 420, 630) = 42

Importante!

OBS: Se um número é múltiplo do outro, o M.D.C. é o **menor número**.
O M.D.C. de números primos entre si é sempre igual a 1.
O M.D.C. de dois números consecutivos é sempre igual a 1.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS FRACIONÁRIOS

1. ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

a) Denominadores iguais
Deve-se manter o denominador e o novo numerador é obtido através das operações de adição e/ou subtração.
$\frac{10}{3} + \frac{9}{3} - \frac{4}{3} = \frac{10 + 9 - 4}{3} = \frac{15}{3} = 5$

b) Denominadores diferentes
Deve-se reduzir as frações ao mesmo denominador (com auxílio de M.M.C.), em seguida, como no item **a**.
$\frac{1}{6} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{2}{12} + \frac{9}{12} - \frac{6}{12} = \frac{2 + 9 - 6}{12} = \frac{5}{12}$

2. MULTIPLICAÇÃO
Multiplica-se numeradores com numeradores e denominadores com denominadores, não esquecendo as regras dos sinais.
$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{2 \times 3 \times 1}{5 \times 4 \times 6} = \frac{6}{120}$ = simplif. por 6 = $\frac{1}{20}$

3. DIVISÃO
Deve-se conservar a primeira fração e multiplicar pela segunda fração invertida.
$\frac{2}{3} \div \frac{4}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{2 \times 7}{3 \times 4} = \frac{14}{12}$ = simplif. por 2 = $\frac{7}{6}$

4. POTENCIAÇÃO
4.1. Expoente positivo
Eleva-se o numerador e o denominador ao expoente dado.
$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$

4.1. Expoente negativo
Inverte-se a fração com a mesma potência positiva.
$\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{64}{27}$

5. RADICIAÇÃO
Devemos extrair as raízes do numerador e do denominador.
$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$$

OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS

Todo número decimal com casas decimais finitas é igual a uma fração cujo denominador é uma potência de 10, exatamente aquela cujo expoente indica quantas casas decimais há depois da vírgula.
A fração cujo denominador é 10, 100, 1000,... etc., chama-se **fração decimal**.

Ex: $\frac{3}{10}$ = três décimos, $\frac{4}{100}$ = quatro centésimos
$\frac{7}{1000}$ = sete milésimos.
Escrevendo estas frações na forma decimal temos:
$\frac{3}{10} = 0{,}3$ $\frac{4}{100} = 0{,}04$ $\frac{7}{1000} = 0{,}007$
Note que a vírgula "*caminha*" da direita para a esquerda, a **quantidade de casas deslocadas é a mesma quantidade de zeros do denominador.**

1. ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO
Coloca-se vírgula sob vírgula e soma-se ou subtrai-se unidades de mesma ordem. Deve-se completar com zeros à direita, para que todos os números possuam o mesmo número de casas decimais.

Ex: 10 + 0,453 + 2,832

```
 10,000 +
  0,453
  2,832
 13,285
```

18,9 – 7,15

```
 18,90 –
  7,15
 11,75
```

2. MULTIPLICAÇÃO
Multiplica-se dois números decimais como se fossem inteiros e separa-se os resultados a partir da direita, tantas casas decimais quantos forem os algarismos decimais dos números dados.
Ex: 5,32 x 3,8 =

```
   5,32    → 2 casas após a vírgula
  x 3,8    → 1 casa após a vírgula
   4256
  1596  +
 20,216    → 3 casas após a vírgula
```

OBS: Multiplicar um número decimal por 10, por 100, por 1000 (e assim sucessivamente), equivale a deslocar a vírgula uma, duas, três (e assim sucessivamente) posições para a direita, respectivamente.

3. DIVISÃO

Igualamos as casas decimais entre o dividendo e o divisor e quando o dividendo for menor que o divisor acrescentamos um zero antes da vírgula do quociente.

Ex: $3 \div 4 =$ 3 ∟4 4,6 ∟2 = 46 ∟20
30 0,75 60 2,3
20 0
0

OBS: Dividir um número decimal por 10, por 100, por 1000 (e assim sucessivamente), equivale a deslocar a vírgula uma, duas, três (e assim sucessivamente) posições para a esquerda, respectivamente.

TESTES – NÚMEROS REAIS

01. Num quartel os cabos tiram serviço de 10 em 10 dias e os soldados de 4 em 4 dias. Se o cabo Armando e o soldado Pinto estão de serviço hoje, eles voltarão a tirar serviços juntos daqui a:

a) 14 dias b) 40 dias c) 20 dias d) 6dias
e) nunca mais vão tirar serviços juntos

4, 10	2	(O enunciado pede um número lá na frente que
2, 5	2	seja divisível por 4 e 10 ao mesmo tempo.
1, 5	5	Portanto, o menor múltiplo comum, M.M.C.)
1, 1	$2 . 2 . 5 = 4 . 5 = 20$	**M.M.C. = 20 (C)**

02. Um Trem "A" parte de uma cidade a cada 6 dias. Um trem "B" parte da mesma cidade cada 9 dias. Se "A" e "B" partirem juntos, voltarão a fazê-lo, novamente depois de:

a) 54 dias b) 18 dias c) 15 dias d) 12 dias e) 10 dias

6, 9	2	(O enunciado pede um número lá na frente que
3, 9	3	seja divisível por 6 e 9 ao mesmo tempo.
1, 3	3	Portanto, o menor múltiplo comum, M.M.C.)
1, 1	$2 . 3 . 3 = 2 . 9 = 18$	**M.M.C. = 18 (B)**

03. Três satélites artificiais giram em torno da terra em órbita constante. O tempo de rotação do primeiro é de 42 minutos, do segundo 72 minutos e do terceiro 126 minutos. Em dado momento eles se alinham. Eles voltarão a se alinhar novamente após:

a) 140 min b) 126 min c) 8h e 24 min
d) 7 h e 48 min e) 16 h e 48min

42, 72, 126	2	(O enunciado pede um número divisível por
21, 36, 63	2	42, 72 e 126 ao mesmo tempo, M.M.C.)
21, 18, 63	2	M.M.C. (42, 72,126) = 504 min
21, 9, 63	3	Transformando minutos em horas, temos:
7, 3, 21	3	504 ∟60
7, 1, 7	7	**24 8 h = 8 h e 24 min(C)**
1, 1, 1	$2^3 . 3^2 . 7 = 8 . 9 . 7 = 504$	

04. (EsSA) Ao separar o total de suas figurinhas em grupos de 12, de 15 ou de 24, uma criança observou que sobravam sempre 7 figurinhas. Sendo o total de suas figurinhas compreendido entre 110 e 240, a criança tem:

a) 149 figurinhas b) 127 figurinhas c) 120 figurinhas
d) 202 figurinhas e) 216 figurinhas

O número de figurinhas menos 7 é múltiplo de 12, 15 e 24 ao mesmo tempo. Além disso, esse múltiplo é um número entre 110 e 240.

12, 15, 24	2	M.M.C. (12, 15, 24) = 120
6, 15, 12	2	Para responder a questão, é necessário
3, 15, 6	2	somar ao M.M.C. as sete figurinhas que
3, 15, 3	3	sempre ficavam sobrando:
1, 5, 1	5	**120 + 7= 127(B)**
1, 1, 1	$2^3 . 3 . 5 = 8 . 3 . 5 = 120$	

05. Em uma apresentação de ginástica irão participar 320 meninos e 280 meninas. O professor organizará grupos distintos de meninos e meninas. Cada grupo deverá ter a mesma quantidade e o maior número possível de alunos. Quantos alunos o professor vai colocar em cada grupo?

a) 50 alunos b) 55 alunos c) 40 alunos
d) 45 alunos e) 60 alunos

Precisamos dividir 320 meninos e 280 meninas "pelo maior número possível" comum (M.D.C.).

320, 280	2	
160, 140	2	
80, 70	2	**M.D.C (320, 280) = 40 (C)**
40, 35	5	
8, 7	$2^3 . 5 = 8 . 5 = 40$	

06. Duas tábuas devem ser cortadas em pedaços de mesmo comprimento e tamanho maior possível. Se uma delas tem 196 centímetros e a outra 140 centímetros, quanto deve medir cada pedaço?

a) 26 cm b) 27 cm c) 28 cm d) 20 cm e) 30 cm

Precisamos dividir as tábuas "pelo maior número possível" comum (M.D.C.).

196, 140	2	
98, 70	2	**M.D.C (196, 140) = 28 (C)**
49, 35	7	
7, 5	$2^2 . 7 = 4 . 7 = 28$	

07. Dados os números 119 e 154, podemos afirmar que:

a) São primos entre sí com M.D.C. igual a 1
b) São primos entre sí com M.D.C. igual a 7
c) O M.D.C. vale 14
d) Não são primos entre si, com M.D.C. igual a 7
e) Todas as afirmações estão falsas.

119, 154	7	**M.D.C (119, 154) = 7 (D)**
17, 22		

08. Roberto é colecionador de moedas. Tem 40 moedas de ouro, 60 de prata, e 100 de bronze. Deseja organizar sua coleção em caixas com igual número de moedas, de tal modo que cada caixa tenha só um tipo de moedas e que o número destas moedas seja o maior possível. Quantas moedas ele vai colocar em cada caixa?

a) 15 moedas b) 16 moedas c) 17 moedas
d) 10 moedas e) 20 moedas

Precisamos dividir as moedas "pelo maior número possível" comum (M.D.C.).

40, 60, 100	2	
20, 30, 50	2	**M.D.C (40, 60, 100) = 20 (E)**
10, 15, 25	5	
2, 3, 5	$2^2 . 5 = 4 . 5 = 20$	

09. Três luminosos se acendem em intervalos regulares. O primeiro a cada 20 segundos; o segundo a cada 24 segundos; e o terceiro a cada 30 segundos. Se, em um dado instante, os três se acendem ao mesmo tempo, depois de quanto tempo os luminosos voltarão a se acender?

a) 1 min b) 2 min c) 3 min d) 4min e) 5 min

20, 24, 30	2	(O enunciado pede um número divisível por
10, 12, 15	2	20, 24 e 30 ao mesmo tempo. Portanto, o
5, 6, 15	2	menor múltiplo comum, M.M.C.)
5, 3, 15	3	Transformando segundos em minutos:
5, 1, 5	5	**120 seg ÷ 60 min = 2 min (B)**
1, 1, 1	$2^3 . 3 . 5 = 8 . 3 . 5 = 120$	

10. (PUC) Um colecionador possui um número de moedas antigas compreendido entre 150 e 200. Agrupando-as de 12 em 12, de 15 em 15, ou de 36 em 36, sempre sobram 10. Quantas moedas têm esse colecionador?

a) 160 moedas b) 170 moedas c) 180 moedas
d) 190 moedas e) 200 moedas
O número de moedas menos 10 é múltiplo de 12, 15 e 36 ao mesmo tempo. Além disso, esse múltiplo é um número entre 150 e 200.

12, 15, 36 | 2 M.M.C. (12, 15, 36) = 180
6, 15, 18 | 2 Para responder a questão, é necessário
3, 15, 9 | 3 somar ao M.M.C. as dez moedas que
1, 5, 3 | 3 sempre ficavam sobrando:
1, 5, 1 | 5 **180 + 10 = 190 (D)**
1, 1, 1 | $2^2 . 3^2 . 5 = 4 . 9 . 5 = 180$

11. O M.D.C. de dois números é 15 e o menor é a quarta parte do maior, que vale:
a) 80 b) 30 c) 50 d) 60 e) 70
Se o menor número é a quarta parte do maior, então o maior é múltiplo do menor. (4 vezes mais). Se um número é múltiplo do outro, o M.D.C. é o menor número. O M.D.C. é 15, então o menor número é 15 e o maior é: 15 . 4 = **60 (D)**

12. Três micro-ônibus partem do Terminal Rodoviário às 5 horas da manhã. Sabendo que esses micro-ônibus voltam ao ponto de partida, respectivamente, a cada 30 minutos, 40 minutos e 50 minutos, qual o próximo horário, após as 5 horas, em que os três micro-ônibus partirão juntos outra vez?
a) 10 horas b) 12 horas c) 15 horas d) 18 horas e) 20 horas

30, 40, 50 | 2 (O enunciado pede um número divisível por
15, 20, 25 | 2 30, 40 e 50 ao mesmo tempo. Portanto, o
15, 10, 25 | 2 menor múltiplo comum, M.M.C.)
15, 5, 25 | 3 Transformando minutos em horas:
5, 5, 25 | 5 600 min ÷ 60 = 10 horas
1, 1, 5 | 5 05 horas + 10 horas = **15 horas (C)**
1, 1, 1 | $2^3 . 3 . 5^2 = 8 . 3 . 25 = 600$

13. (Marituba) Sabe-se que o número $N = 2^2 . 3^x . 5$ possui 24 divisores naturais. Nessas condições, podemos afirmar que **x** é:
a) Quadrado perfeito d) Primo
b) Cubo perfeito e) Divisível por 5
c) Múltiplo de 7
$N = 2^2 . 3^x . 5 \Rightarrow$ 24 divisores
Pela determinação da quantidade de divisores de um número, temos:
$(2+1)(x+1)(1+1) = 24 \Rightarrow 3.(x+1).2 = 24 \Rightarrow 6(x+1) = 24$
$x+1 = 24/6 \Rightarrow x = 4 - 1 \Rightarrow$ **x = 3 (D)**

14. Um museu dispõe de 13 funcionários treinados para atender o público visitante, sendo que cada um deles pode acompanhar grupos de no máximo 6 pessoas. Se o museu decide locar os 13 funcionários para atender um grupo de 74 alunos de uma escola, o menor número de estudantes que um dos grupos poderá ter é igual a:
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5
74 ∟6 12 grupos x 6 pessoas = 72
14 12 1 grupo x 2 pessoas = 2
2 (B) 74

15. (CEF) Na véspera do pagamento da empresa, a conta bancária de José Maria apresentava um saldo negativo de R$ 2.300,00. No dia seguinte, com seu salário creditado em sua conta, o saldo passou a ser positivo de R$ 380,00. Nesse caso, o salário que José Maria recebeu foi:
a) R$ 2.540,00 b) R$ 2.680,00 c) R$ 2.830,00
d) R$ 3.140,00 e) R$ 3.250,00
$-2300 + x = 380 \Rightarrow x = 380 + 2300 \Rightarrow$ **x = 2.680 (B)**

16. Uma pessoa, ao efetuar a multiplicação de 2493 por um certo número inteiro, encontrou o produto 668124. Só então notou que, ao copiar os números para efetuar a operação, ela trocou, por engano, o algarismo das dezenas do multiplicador, escrevendo 6 ao invés de 3. Assim o verdadeiro produto seria:
a) 643194 b) 618264 c) 598274
d) 593334 e) 568404
$2493 . x = 668124 \Rightarrow x = \frac{668124}{2493} = 268$
2493 . 238 = **593334 (D)**

17. (Marituba) Na decomposição em fatores primos do número 90 aparecem:
a) Três fatores 2
b) Dois fatores 3
c) Cinco fatores 3
d) Três fatores 5
e) Dois fatores 7

90 | 2
45 | **3**
15 | **3 (B)**
5 | 5
1 |

18. (CEF) Qual é o menor número pelo qual se deve multiplicar 84 para se obter um quadrado perfeito?
a) 18 b) 21 c) 27 d) 35 e) 42
$\sqrt{84 . x} = \sqrt{2^2 . 21 . x} \Rightarrow$ para se obter um quadrado perfeito, o valor de x só poderá ser 21, pois, $\sqrt{2^2 . 21 . 21} = \sqrt{2^2 . 21^2} =$ 2 . 21 = 42. Portanto, **x = 21 (B).**

19. No diagrama abaixo se tem a adição de dois números naturais, no qual alguns algarismos foram substituídos por letras X, Y, Z e W.

1 2 X 5 Y +
Z 3 0 2
1 7 4W 1

Determinando-se esses algarismos para que a soma seja verdadeira, verifica-se que:
a) X + Z = W b) Y – W = X c) X = 2
d) Y = 8 e) Z = 4
1 2 **1** 5 **9** + X = 1, Y = 9, Z = 5 e W = 6
5 3 0 2 **então, X + Z = W ⇒ 1 + 5 = 6 (A)**
1 7 4 **6** 1

20. (CEF) Um técnico bancário foi incumbido de digitar as 48 páginas de um texto. Na tabela abaixo, têm-se os tempos que ele leva, em média, para digitar tais páginas:

Números de Páginas	Tempo (Minutos)
1	12
2	24
3	36
4	48

Nessas condições, mantida a regularidade mostrada na tabela, após 9 horas de digitação desse texto, o esperado é que:
a) Ainda devam ser digitadas 3 páginas.
b) Todas as páginas tenham sido digitadas.
c) ainda devam ser digitadas 9 páginas.
d) ainda devam ser digitadas 8 páginas.
e) Ainda devam ser digitadas 5 páginas.
9 horas x 60 = 540 minutos / 12 = 45
48 – 45 = **3 páginas (A)**

21. Um feirante vendeu 4/5 de uma caixa de laranja, que inicialmente tinha 75 laranjas. Quantas laranjas foram vendidas?
a) 20 b) 30 c) 40 d) 50 e) 60
$\frac{4}{5} . 75 = 4 . 15 =$ **60 (E)**

22. Sabendo-se que uma peça de fazenda inteira custa R$ 80,00 e que foram vendidas 3/4 da fazenda. Quanto custa o restante da peça?

a) R$ 30,00 b) R$ 10,00 c) R$ 20,00
d) R$ 40,00 e) R$ 50,00
$\frac{3}{4} \cdot 80 = 3 \cdot 20 = 60$ 80 – 60 = **R$20,00 (C)**

23. (UNITAU-SP) Numa cidade, a idade média dos homens é de 60 anos. Que fração desta "idade média" um garoto de 12 anos já viveu?
a) 1/10 b) 3/20 c) 9/20 d) 1/5 e) 3/5
$\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$ **(D)**

24. (PUC-MG) Três operários executaram uma obra. O primeiro fez 1/4; o segundo fez 2/3; e o terceiro, o que faltava para completá-la. Qual a fração da obra feita pelo terceiro operário?
a) 1/8 b) 1/2 c) 1/4 d) 1/6 e) 1/12
$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3+8}{12} = \frac{11}{12}$, falta = $1 - \frac{11}{12} = \frac{12-11}{12} = \frac{1}{12}$ **(E)**

25. (PUC-MG) Dividindo-se a quinta parte de três quintos pela terça parte de seis sétimos obtemos a fração:
a) 3/5 b) 7/18 c) 18/5 d) 21/50 e) 5/12
$\dfrac{\frac{3/5}{5}}{\frac{6/7}{3}} = \dfrac{\frac{3}{5} \times \frac{1}{5}}{\frac{6}{7} \times \frac{1}{3}} = \dfrac{\frac{3}{25}}{\frac{6}{21}} = \frac{3}{25} \times \frac{21}{6} = \frac{21}{50}$ **(D)**

26. (UNESP-SP) Uma pipa de vinho enche 63 garrafas de 0,7 litros cada uma. Quantas garrafas de 0,9 litros a pipa pode encher?
a) 40 b) 49 c) 54 d) 72 e) 58
63 x 0,7litros = 44,1 litros $\frac{44,1 \text{ litros}}{0,9 \text{ litros}} = 49$ **(B)**

27. (PUC-MG) Um rolo de fio tem 9,9 kg. Um metro desse mesmo fio tem 0,55 kg. Se esse fio é usado para fazer peças de 0,72 metros de comprimento, quantas peças podem ser feitas com o rolo completo?
a) 18 b) 20 c) 21 d) 25 e) 19
$\frac{9,9}{0,55} = \frac{990}{55} = 18$ m $\frac{18}{0,72} = \frac{1800}{72} = 25$ **(D)**

28. (PRF-2004) O valor de $\frac{0,3 \times 0,15 - 0,2}{0,4 \times 0,8 - 0,01}$ é de:
a) – 1/2 b) – 43/31 c) – 43/310 d) 1/2 e) 43/31
$\frac{0,3 \times 0,15 - 0,2}{04, \times 0,8 - 0,01} = \frac{0,045 - 0,2}{0,32 - 0,01} = \frac{-0,155}{0,31} = -\frac{155}{310} = -\frac{1}{2}$ **(A)**

29. Ao simplificar a expressão $10 - \frac{(3,2 - 1,4 \times 1,2)}{(0,4)^2}$, vamos encontrar:
a) 0,5 b) 0,05 c) 5 d) 1,5 e) 1,05
$10 - \frac{(3,2 - 1,4 \times 1,2)}{(0,4)^2} = 10 - \frac{(3,2 - 1,68)}{0,16} = 10 - \frac{1,52}{0,16} =$
$10 - \frac{152}{16} = 10 - 9,5 =$ **0,5 (A)**

30. (PRF 1998) A distância entre duas cidades **A** e **B** é de 265 quilômetros e o único posto de gasolina entre elas encontra-se a 3/5 desta distância partindo de **A**. O total de quilômetros a serem percorridos da cidade **B** até este posto é de:
a) 57 b) 106 c) 110 d) 159 e) 212
A 3/5 P 2/5 B $\frac{2}{5} . 265 = \frac{530}{5} =$ **106 km(B)**
$\frac{3}{5} . 265 = 3 . 53 = 159$ 265 – 159 = **106 km (B)**

31. A fração que representa a dízima 3,0121212... é:
a) $\frac{3013}{99}$ b) $\frac{3012}{999}$ c) $\frac{3012}{9999}$ d) $\frac{2982}{990}$ e) $\frac{2982}{999}$
3,01212... ⇒ x = 3,012...(1)
100x = 301,212...(2)
(mult. Por 100 porque o período tem 2 algarismos).
(2) – (1) ⇒ 100x – x = 301,212 – 3,012 ⇒ 99x = 298,2
x = $\frac{298,2}{99}$ ⇒ **x = $\frac{2982}{990}$ (D)**

32. Se a/b = 0,3727272..., sendo a e b primos entre si, o valor de b – a é:
a) 51 b) 73 c) 41 d) 69 e) 110
0,37272... ⇒ x = 0,372...(1)
100x = 37,272...(2)
(mult. Por 100 porque o período tem 2 algarismos).
(2) – (1) ⇒ 100x – x = 37,272 – 0,372 ⇒ 99x = 36,9
x = $\frac{36,9}{99}$ ⇒ x = $\frac{369 \div 9}{990 \div 9} = \frac{41}{110}$
$\frac{a}{b} = \frac{41}{110}$ b – a = 110 – 41 = **69 (D)**

33. (Marituba) Assinale a alternativa que corresponde ao número decimal 0,0256.
a) $(2/5)^4$ b) $(1/2)^8$ c) $(2/50)^2$
d) $(2/500)^3$ e) $(2/10)^8$
$0,0256 = \frac{256}{10000} = \frac{2^8}{10^4} = \frac{2^8}{(2x5)^4} = \frac{2^8}{2^4 \times 5^4} = \frac{2^4}{5^4} =$ **$(2/5)^4$ (A)**

34. Durante uma viagem de férias, João observou que, ao colocar 25 litros de gasolina no carro, o ponteiro do marcador que indicava 1/3 do tanque passou a marcar 3/4. Qual é a capacidade em litros do tanque?
a) 30 b) 40 c) 50 d) 60 e) 75
Chamemos para a capacidade do tanque ⇒ x
A diferença entre as marcações do tanque, corresponde a 25 litros, portanto,
$\frac{3x}{4} - \frac{x}{3} = 25$ ⇒ mmc (3 e 4) = 12 ⇒ $\frac{9x - 4x}{12} = 25$
5x = 25 . 12 ⇒ x = $\frac{\cancel{25} . 12}{\cancel{5}}$ ⇒ **x =** 5 . 12 = **60 litros (D)**

35. O número decimal 0,0725 pode ser escrito na forma de fração como :
a) $\frac{29}{4000}$ b) $\frac{29}{400}$ c) $\frac{25}{400}$ d) $\frac{25}{40}$ e) $\frac{29}{4}$
$0,0725 = \frac{725 \div 25}{10000 \div 25} = \frac{29}{400}$ **(B)**

36. O valor da expressão $4,5 - [\frac{1}{2} - (\frac{1}{4} + 1) \times 0,1]$ é um número racional, cujo oposto é:
a) $\frac{33}{4}$ b) $\frac{33}{8}$ c) $-\frac{33}{8}$ d) $-\frac{33}{4}$ e) $\frac{33}{40}$
$4,5 - [\frac{1}{2} - (\frac{1}{4} + 1) \times 0,1] = \frac{45}{10} - [\frac{1}{2} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{10}] =$
$\frac{45}{10} - [\frac{1}{2} - \frac{5}{40}] = \frac{45}{10} - [\frac{20-5}{40}] = \frac{45}{10} - \frac{15}{40} = \frac{180-15}{40} =$
$\frac{165 \div 5}{40 \div 5} = \frac{33}{8}$ ⇒ o oposto de $\frac{33}{8}$ é **$-\frac{33}{8}$ (C)**

37. O valor da expressão $2^{-3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{5} - 1\right)^3$ é um número racional :
a) menor que – 8.
b) maior que – 8 e menor que – 5.
c) maior que – 5 e menor que – 2.
d) maior que – 2 e menor que – 1.
e) maior que – 1.
$2^{-3} \times \left(\frac{1}{\ }\right)^{-2}$ $\frac{1}{\ } \times \frac{4^2}{\ }$ $\frac{16}{\ }$

$$\frac{4}{\left[\frac{1}{5}-1\right]^3} = 2^3 \frac{1}{\left[\frac{1-5}{5}\right]^3} = \frac{8}{\frac{-4^3}{5^3}} = \frac{2}{\frac{-64}{125}} = \frac{2 \cdot 125}{-64} = \frac{125}{-32} = \mathbf{-3,9}\ \mathbf{(C)}$$

38. Uma copiadora publicou a seguinte tabela de preços:

Número de cópias de um mesmo original	Preço por cópia
De 1 a 49	R$ 0,10
50 ou mais	R$ 0,09

Segundo os dados da tabela, uma pessoa que dispõe da quantia de R$ 4,90 para fazer cópias de um mesmo original, poderá solicitar no máximo____ cópias.

a) 49 b) 50 c) 52 d) 56 e) 54

1 a 49 R$ 0,10 50 ou + R$ 0,09 R$ 4,90

$\frac{4,90}{0,10} = 49$ cópias $\frac{4,90}{0,09} =$ **54 cópias (E)**

39. (PRF 1998) Para pintar 5/8 de uma parede, utilizei 25 litros de tinta. Mantendo esse gasto e sabendo que cada lata contém 2 ½ litros de tinta, quantas latas vou usar para pintar a parede toda?

a) 14 b) 15 c) 16 d) 17 e) 18

25/2,5 = 10 latas 1/8= 2 latas 3/8= 6 latas

a parede toda = **16 latas (C)**

40. (UFPA 2006) Um agricultor planta arroz em 1/4 de suas terras, milho em 1/3 das terras e reserva 75 hectares (**ha**) restantes para plantar feijão. Quantos **ha** de terra têm esse agricultor?

a) 100 b) 120 c) 180 d) 200 e) 230

Terras ⇒ 12x (porque é divisível por 4 e 3).

Arroz : $\frac{1}{4} \cdot 12x = 3x$
Milho: $\frac{1}{3} \cdot 12x = 4x$
Feijão: 75

(Terras) = (Soma das plantações)
12x = 3x + 4x + 75
12x – 7x = 75 ⇒ 5x = 75
x = 75/5 ⇒ x = 15
Terras = 12x = 12 . 15 = **180 (C)**

41. Dados os números racionais $-\frac{12}{5}$, $-\frac{22}{9}$, $\frac{16}{3}$ e 5,3 ;

podemos afirmar que:

a) $-\frac{22}{9} < -\frac{12}{5} < 5,3 < \frac{16}{3}$

b) $-\frac{22}{9} < -\frac{12}{5} < \frac{16}{3} < 5,3$

c) $-\frac{12}{5} < -\frac{22}{9} < 5,3 < \frac{16}{3}$

d) $-\frac{12}{5} < -\frac{22}{9} < \frac{16}{3} < 5,3$

e) todas são falsas

Resolução:

$-\frac{12}{5}, -\frac{22}{9}, \frac{16}{3}$ e 5,3⇒ $-\frac{12}{5}, -\frac{22}{9}, \frac{16}{3}$ e $\frac{53}{10}$ ⇒mmc =90

$-\frac{216}{90}, -\frac{220}{90}, \frac{480}{90}$ e $\frac{477}{90}$

portanto: $\mathbf{-\frac{22}{9} < -\frac{12}{5} < 5,3 < \frac{16}{3}}$ **(A)**

42. A escrita do número decimal 1/99 é:

a) 0,010101... b) 0,111... c) 0,1
d) 0,01 e) 0,00111...

100 ∟99
 100 0,010101... **(A)**
 100
 1

43. O valor da expressão $\frac{2^{-1} + 2^{-2}}{2^{-3}}$ é:

a) 3/32 b) 6 c) 1 d) 2 e) 3

$$\frac{2^{-1} + 2^{-2}}{2^{-3}} = \frac{\frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2}}{\frac{1}{2^3}} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{\frac{2+1}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{1}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{1} = 3 \cdot 2 = \mathbf{6\ (B)}$$

8

44. Cínthia gastou em compras três quintos da quantia que levava e ainda lhe sobraram R$ 90,00. Quanto ela levava inicialmente?

a) R$ 135,00 b) R$ 180,00 c) R$ 205,00
d) R$ 215,00 e) R$ 225,00

Quantia Inicial ⇒ 5x (porque é divisível por 5).

Gasto: $\frac{3}{5} \cdot 5x = 3x$
Sobra: 90

(inicial) – (gasto) = (sobra)
5x – 3x = 90
2x = 90 ⇒ x = 90/2 ⇒ x = 45

Quantia Inicial ⇒ 5x = 5.45 = **225 (E)**

45. Um rapaz separou 1/10 do que possuía para comprar um par de sapatos; 3/5 para roupas, restando-lhe ainda, R$ 180,00. Quanto o rapaz possuía?

a) R$ 300,00 b) R$ 420,00 c) R$ 540,00
d) R$ 600,00 e) R$ 780,00

Quantia Inicial ⇒ 10x (porque é divisível por 10 e 5).

Gasto 1: $\frac{1}{10} \cdot 10x = x$
Gasto 2: $\frac{3}{5} \cdot 10x = 6x$
Sobra: 180

(inicial) – (gastos) = (sobra)
10x – x – 6x = 180
3x = 180⇒ x = 180/3 ⇒ x = 60
Inicial ⇒10x = 10.60 = **600 (D)**

46. De um reservatório, inicialmente cheio, retirou-se 1/4 do volume e, em seguida, mais 21 litros. Restaram então 2/5 do volume inicial. Qual a capacidade deste reservatório?

a) 60 litros b) 70 litros c) 80 litros
d) 90 litros e) 100 litros

Capacidade ⇒ 20x (porque é divisível por 4 e 5).

1ª retirada: $\frac{1}{4} \cdot 20x = 5x$
2ª retirada: 21 litros
Resto : $\frac{2}{5} \cdot 20x = 8x$

(inicial) – (retiradas) = (resto)
20x – 5x – 21 = 8x
20x – 5x – 8x = 21 ⇒ 7x = 21
x = 21/7⇒ x = 3

Capacidade = 20x = 20 . 3 = **60 litros (A)**

47. Rogério gastou 2/3 do que tinha e, em seguida 1/4 do restante, ficando ainda com R$ 300,00. Quanto Rogério possuía inicialmente?

a) R$ 300,00 b) R$ 600,00 c) R$ 900,00
d) R$ 1200,00 e) R$ 1500,00

Quantia inicial ⇒ 12x (porque é divisível por 3 e 4).

$$\boxed{12x} \xrightarrow[(-8x)]{-\frac{2}{3} \cdot 12x} \boxed{4x} \xrightarrow[(-x)]{-\frac{1}{4} \cdot 4x} \boxed{3x} = 300$$

3x = 300 ⇒ x = 300/3 ⇒ x = 100

Quantia inicial = 12x = 12 . 100 = **1200 (D)**

48. Se um estojo custa 2/3 a mais que uma caneta, e juntos eles valem 16 reais, então podemos afirmar que:

a) A diferença entre os dois é de 3 reais.
b) Duas canetas custam 10 reais.
c) Um estojo e duas canetas custam 22 reais.
d) Dois estojos custam 18 reais.
e) Três canetas custam o preço de um estojo.

Caneta = 3x (porque é divisível por 3)

Estojo = 3x + $\frac{2}{3}$. 3x = 3x + 2x = 5x

juntos valem 16,00 ⇒ 3x + 5x = 16 ⇒ 8x = 16⇒ x = 2

Caneta = 3x = 3 . 2 = 6 reais

Estojo = 5x = 5 . 2 = 10 reais

Um estojo + Duas canetas = 10 + 2 . 6 = 22 reais (C)

49. Um loja tem 3 peças do mesmo tecido, com 144 m, 420 m, e 810 m. Pretende-se recortá-las em retalhos de tamanhos iguais com o maior comprimento possível. Qual será esse comprimento?

a) 2 m b) 3 m c) 4 m d) 6 m e) 12 m

Dividir, com o maior número possível = M.D.C.

144, 420, 810	2
72, 210, 405	3
24, 70, 135	2 . 3 = 6

M.D.C (144, 420, 810) = 6 (D)

50. A professora vai dividir três turmas de, respectivamente, 48, 56 e 88 alunos, em equipes com o mesmo número de alunos que contenham o maior número possível de elementos na mesma equipe. O número de alunos por equipe é:

a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

Precisamos encontrar um número que seja o maior divisor destes três números ao mesmo tempo, portanto, o M.D.C.

48, 56, 88	2
24, 28, 44	2
12, 14, 22	2
6, 7, 11	$2^3 = 8$

M.D.C (48, 56, 88) = 8 (D)

51. (CEF/98) Num ponto de ônibus passa um ônibus para o Ver-o-Peso de 15 em 15 minutos e um ônibus para a Praça da Sé de 25 em 25 minutos. Se dois ônibus dessas linhas passaram juntos às 10h 30 min, eles irão passar juntos de novo às:

a) 10h 45 min. b) 10h 55 min. c) 11h 15 min.
d) 11h 30min. e) 11h 45 min.

15 , 25	3
5, 25	5
1, 5	5
1, 1	$3 . 5^2 = 3 . 25 = 75$ min

M.M.C.(15,25) 75 min = 1h 15min +
10h 30min
11h 45min (E)

52. (CEF/98) Em uma classe existem menos de 35 alunos. Se o professor de Educação Física resolve formar grupos de 6 em 6, ou de 10 em 10, ou ainda de 15 em 15 alunos, sobra sempre um aluno. O número de alunos da classe é:

a) 32 b) 31 c) 30 d) 29 e) 28

O número de alunos menos 1 é múltiplo de 6, 10 e 15 ao mesmo tempo. Além disso, esse múltiplo é um número menor do que 35.

6, 10, 15	2
3, 5, 15	3
1, 5, 5	5
1, 1, 1	2 . 3 . 5 = 30

M.M.C.(6,10,15) = 30
30 + 1 = **31 alunos (B)**

53. Numa competição de patinação, partiram juntos três patinadores. Sabendo que o primeiro leva 18 segundos para dar uma volta completa na pista, o segundo leva 20 segundos e o terceiro 21 segundos, após quantos minutos eles estarão juntos novamente no ponto de partida?

a) 19 b) 20 c) 21 d) 22 e) 23

18, 20, 21	2
9, 10, 21	2
9, 5, 21	3
3, 5, 7	3
1, 5, 7	5
1, 1, 7	7
1, 1, 1	$2^2 . 3^2 . 5 . 7 = 4 . 9 . 35 = 1260$

M.M.C (18,20,21) = 1260
1260 seg ÷ 60 = **21 minutos (C)**

54. Se somarmos um número com seu antecessor e subtrairmos 16 desse total, obteremos 25. O número é:

a) 20 b) 21 c) 33 d) 40 e) 45

Um número→ x, Seu antecessor → x – 1

$x + (x – 1) – 16 = 25 \Rightarrow x + x – 1 – 16 = 25 \Rightarrow 2x – 17 = 25$

$2x = 25 + 17 \Rightarrow 2x = 42 \Rightarrow x = 42/2 \Rightarrow$ **x = 21 (B)**

55. (CEF/98) Um pai distribuiu a seus filhos uma mesada de R$ 350,00 pelo seguinte critério: o filho mais velho recebe o dobro da quantia do filho do meio, este, por sua vez recebe o dobro da quantia do mais novo. Pode-se afirmar que o mais velho receberá:

a) R$ 50,00 b) R$ 100,00 c) R$ 150,00
d) R$ 200,00 e) R$ 250,00

filho mais novo→ x → x = 50
filho do meio→ 2x → 2x = 100
filho mais velho→ 4x → **4x = 200 (C)**

$x + 2x + 4x = 350 \Rightarrow 7x = 350 \Rightarrow x = 350/7 \Rightarrow x = 50$

56. (PM 2007) Uma pessoa, após receber seu salário, gasta um quinto com transporte e, do que sobra, gasta um terço com alimentação, restando-lhe ainda R$ 480,00. Seu salário é:

a) R$ 810,00 b) R$ 840,00 c) R$ 870,00
d) R$ 900,00 e) R$ 910,00

Salário ⇒ 15x (porque é divisível por 5 e 3).

$$\boxed{15x} \xrightarrow[(-3x)]{-\frac{1}{5} . 15x} \boxed{12x} \xrightarrow[(-4x)]{-\frac{1}{3} . 12x} \boxed{8x}\ 480$$

$8x = 480 \Rightarrow x = 480/8 \Rightarrow x = 60$

Salário = 15x = 15 . 60 = **900 (D)**

57. (PM 2007) Dois amigos dividiram uma conta de R$ 135,00. O mais velho apresentou certa quantia e o mais novo completou com dois terços da quantia apresentada pelo mais velho. O valor que o mais novo apresentou foi igual a:

a) R$ 81,00 b) R$ 84,00 c) R$ 74,00
d) R$ 64,00 e) R$ 54,00

Mais Velho⇒ x Mais Novo⇒ $\frac{2x}{3}$

$x + \frac{2x}{3} = 135$ (x3)⇒ $3x + 2x = 405 \Rightarrow 5x = 405 \Rightarrow x = 405/5$

Mais velho = x = R$ 81,00

Mais Novo = 2x/3 = 2.81/3 = **R$ 54,00 (E)**

58. Decompondo o número 840 em fatores primos iremos ter o número $2^a . 3^m . 5^o . 7^r$, desse modo a soma das letras da palavra "amor" é:

a) 8 b) 7 c) 6 d) 5 e) 4

840	2
420	2
210	2
105	3
35	5
7	7
1	$2^3 . 3^1 . 5^1 . 7^1$

a = 3 , m = 1, o = 1, r = 1
a + m + o + r = 3 + 1 + 1 + 1 = **6 (C)**

59. (UNIP/SP) O valor de $\sqrt{1 + (\sqrt{3} + \sqrt{27})^2}$ é:

a) $1 + \sqrt{3}$ b) $\sqrt{7}$ c) 7 d) 8 e) $\sqrt{27}$

$\sqrt{1 + (\sqrt{3} + \sqrt{27})^2} = \sqrt{1 + (\sqrt{3} + \sqrt{3^3})^2} = \sqrt{1 + (\sqrt{3} + 3\sqrt{3})^2}$

$\sqrt{1 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{1 + 16.3} = \sqrt{1 + 48} = \sqrt{49} =$ **7 (C)**

60. Quanto é o valor de $\sqrt[3]{20 + \sqrt{41 + \sqrt{64}}}$?

a) 8 b) 7 c) 5 d) 3 e) 1

$\sqrt[3]{20 + \sqrt{41 + \sqrt{64}}} = \sqrt[3]{20 + \sqrt{41 + 8}} = \sqrt[3]{20 + \sqrt{49}} = \sqrt[3]{20 + 7}$

$= \sqrt[3]{27} =$ **3 (D)**

$= \sqrt{1 + 16 . 3} = \sqrt{1 + 48} = \sqrt{49} =$ **7 (C)**

61. Um número só é divisor de outro, quando o divide exatamente. Sendo assim, podemos dizer que o número de divisores de 210 é:

a) 18 b) 16 c) 14 d) 10 e) 8

210	2
105	3

(1 + 1)(1 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 2 . 2 . 2 . 2 = **16**

35	5	**(B)**
7	7	
1	$2^1 . 3^1 . 5^1 . 7^1$	

62. (SENAC 2009) Sabendo-se que $a.b^2 = 3^3$ e $a^2.b.c^3 = 729$, onde a, b, c são números reais, qual o valor do triplo do produto a.b.c?

a) 3^6 b) 3^4 c) 27 d) 243 e) 3^9

Fatorando o número 729:

729	3
243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	$729 = 3^6$

As expressões ficarão assim:

$$\begin{cases} a.b^2 = 3^3 \\ a^2.b.c^3 = 729 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a.b.b = 3 . 3 . 3 \\ a.a.b.c.c.c = 3 . 3 . 3 . 3 . 3 . 3 \end{cases}$$

Não é difícil notar que:
a = 3, b = 3, e c = 3, e:
3(a.b.c) = 3 . 3 . 3 . 3 = $\mathbf{3^4}$ **(B)**

63. (SENAC 2009) Para comemorar seus 70 anos de vida. Dona Nazaré convidou seus parentes e amigos para um jantar. Compareceram ***m*** convidados, sendo o número de mulheres igual a quatro vezes o número de homens. Um possível valor para ***m*** é:

a) 154 b) 162 c) 144 d) 208 e) 145

Número de homens = x
Número de mulheres = 4x
m = 4x + x ⇒ ***m*** **= 5x** (O número ***m*** será um múltiplo de 5)
Um número é divisível por 5, quando terminar em 0 ou em 5, portanto a alternativa correta é a **(E) 145.**

64. (SENAC 2009) No número N = 649**x**5**y**, os valores absolutos de x e y que tornam N divisível simultaneamente por 9 e por 5 são, respectivamente:

a) 3 e 0 b) 9 e 0 c) 6 e 5 d) 2 e 1 e) 3 e 5

Divisibilidade por 5: Um número é divisível por 5, quando terminar em 0 ou em 5. (Então, y = 0 ou y = 5)
Divisibilidade por 9: Um número é divisível por 9, quando a soma de seus algarismos formar um número divisível por 9.

Quando y = 0	**Quando y = 5**
N = 6 + 4 + 9 + x + 5 + 0	N = 6 + 4 + 9 + x + 5 + 5
N = 24 + x	N = 29 + x
27 = 24 + x	36 = 29 + x
x = 3 **3 e 0 (A)**	**x = 7** 5 e 7

65. (SENAC 2009) João deu 3/5 do que possuía para seu amigo Carlos e metade do resto à sua colega Alda. Como ficou ainda com R$ 45,00, quanto João possuía?

a) R$ 228,00 b) R$ 225,00 c) R$ 348,00
d) R$ 254,00 e) R$ 340,00

Quantia inicial ⇒ 10x (porque é divisível por 5 e 2).

$$\boxed{10x} \xrightarrow[(-6x)]{-\frac{3}{5} . 10x} \boxed{4x} \xrightarrow[(-2x)]{-\frac{1}{2} . 4x} \boxed{2x} = 45$$

2x = 45 ⇒ x = 45/2 = 22,5
Quantia inicial = 10x = 10 . 22,5 = **R$ 225,00 (B)**

66. (SENAC 2009) Se **a** = 0,15666..., então é correto afirmar que:

a) **a** é igual a 0,16 d) **a** é igual a 203/330
b) **a** é menor que 0,15 e) **a** é maior que 1/5
c) **a** é igual a 47/300

a = 0,15666...(1)
10a = 1,566...(2)
(mult. Por 10 porque o período tem 1 algarismo).
(2) – (1) ⇒ 10a – a = 1,56666 – 0,15666 ⇒ 9a = 1,41

$$a = \frac{1,41}{9} \Rightarrow a = \frac{141(\div 3)}{900(\div 3)} \Rightarrow \mathbf{a = \frac{47}{300}}\ \mathbf{(C)}$$

67. Black Jack entra em um cassino em Vegas e dirige-se à roleta onde uma loira acompanha o jogo com muita atenção. Puxando conversa com ela, Jack promete dar-lhe $ 200,00 a cada rodada que ganhar. Então ele joga todo o dinheiro que tem no vermelho. Sai o 21 e ele duplica o dinheiro que tinha. Entrega $ 200,00 à loira e deixa o resto no vermelho. Dá 17 e Jack duplica o dinheiro outra vez. Ele dá outros $ 200,00 à sua mascote platinada e anuncia que o resto permanece no vermelho. A roleta é girada. Pára. Deu 13. Jack duplica o dinheiro mais uma vez. Então ele entrega mais $ 200,00 à moça que, percebendo que Jack ficou sem nada, agradece tocada e sai de fininho, pois dá azar ficar do lado de gente dura num cassino. Quanto dinheiro tinha Black Jack ao entrar no cassino?

a) Menos de $ 161,00.
b) Mais de $ 160,00 e menos de $ 171,00.
c) Mais de $ 170,00 e menos de $ 181,00.
d) Mais de $ 180,00 e menos de $ 191,00.
e) Mais de $ 191,00.

Quantia inicial = x
[(2x – 200).2 – 200].2 – 200 = 0
[(2x – 200).2 – 200].2 = 200⇒ (2x – 200).2 – 200 = 200/2
(2x – 200).2 = 100 + 200 ⇒ 2x – 200 = 300/2
2x = 150 + 200 ⇒ x = 350/2 ⇒ **x = $ 175,00 (C)**

68. Do total de processos arquivados por um técnico judiciário, sabe-se que: 3/8 foram arquivados numa primeira etapa e 1/4 numa segunda etapa. Se os 9 processos restantes foram arquivados numa terceira etapa, o total de processos era:

a) 18 b) 24 c) 27 d) 30 e) 36

Total de processos ⇒ 8x (porque é divisível por 8 e 4).

1ª etapa: $\frac{3}{8} . 8x = 3x$
2ª etapa: $\frac{1}{4} . 8x = 2x$
3ª etapa: 9 processos

(inicial) – (etapas) = (resto)
8x – 3x – 2x – 9 = 0
3x = 9 ⇒ x = 9/3
x = 3

5

Total de processos = 8x = 8 . 3 = **24 (B)**

69. Decompondo em fatores primos o número N, encontraremos $N = 2^x . 3^2 . 5^2$. Sabendo-se que N possui 36 divisores naturais, então o número N está compreendido entre:

a) 1 e 500 d) 1501 e 2000
b) 501 e 1000 e) 2001 e 2500
c) 1001 e 1500

$N = 2^x . 3^2 . 5^2$ ⇒ 36 divisores
Pela determinação da quantidade de divisores de um número, temos:
(x+1)(2+1)(2+1) = 36 ⇒ (x+1) . 3 . 3 = 36 ⇒ 9(x+1) = 36
x+1 = 36/9⇒ x = 4 – 1 ⇒ **x = 3**
$N = 2^x . 3^2 . 5^2 \Rightarrow N = 2^3 . 3^2 . 5^2 \Rightarrow N = 8 . 9 . 25$
N = 72 . 25 ⇒ **N = 1800 (D)**

70. Após vender um imóvel, um senhor dividiu totalmente a quantia que recebeu em pagamento entre sua esposa, seus 2 filhos e uma antiga empregada da família. A divisão foi feita do seguinte modo:

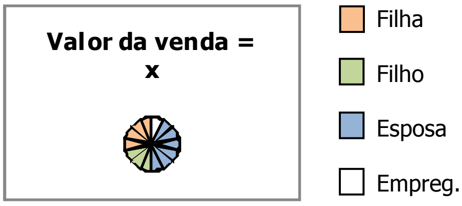
- A filha e o filho receberam a metade do total na razão de 4 para 3, respectivamente.
- Sua esposa recebeu o dobro do valor recebido pelo filho.
- A empregada recebeu R$ 5.000,00.

Com base nessas informações, a quantia total recebida pela venda do imóvel foi:

a) R$ 55.000,00 d) R$ 70.000,00
b) R$ 60.000,00 e) R$ 75.000,00
c) R$ 65.000,00

Resolução Gráfica: Utilizando um gráfico do tipo "pizza" para efetuar a divisão, temos que:

- A filha e o filho receberam a metade do total na razão de 4 para 3, respectivamente, ou seja, se dividirmos a metade do gráfico em 7 partes, a filha ficará com 4 partes enquanto o filho com 3 partes.
- Sua esposa recebeu o dobro do valor recebido pelo filho, portanto, da outra metade do gráfico também repartido em 7 partes a esposa ficou com 6 partes que é o dobro recebido pelo filho.
- Restando apenas uma parte para a empregada que o enunciado diz que o valor é de R$ 5.000,00.



Empreg.= $\frac{1}{14} \cdot x = 5000$

$x = 5000 \cdot 14 \Rightarrow x =$ R$ 70.000,00

Resolução Matemática:

- Chamando o valor da venda = x,
- A filha e o filho receberam a metade da venda dividida em 7 partes, na qual 4 foram para a filha e 3 para o filho:

Filha $= \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot x = \frac{4x}{14}$

Filho $= \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot x = \frac{3x}{14}$

- Sua esposa recebeu o dobro do valor recebido pelo filho:

Esposa $= \frac{2 \cdot 3x}{14} = \frac{6x}{14}$

- A empregada recebeu R$ 5.000,00. Então se somarmos todas as partes temos o valor total que é **x**.

$\frac{4x}{14} + \frac{3x}{14} + \frac{6x}{14} + 5000 = x$ (m.m.c. = 14)

$4x + 3x + 6x + 70000 = 14x \Rightarrow 13x + 70000 = 14x$

$70000 = 14x - 13x \Rightarrow$ **x = R$ 70.000,00 (D)**

71. (CEASA 2009) Após um dia de trabalho na feira, os três feirantes sócios da barraca obtiveram o lucro de R$ 600,00. O primeiro recebeu 3/4 do lucro, menos R$ 100,00; o segundo, 1/4 do lucro, mais R$ 30,00 e o terceiro, o restante. Qual o valor recebido pelo terceiro feirante?

a) R$ 70,00 b) R$ 180,00 c) R$ 340,00
d) R$ 200,00 e) R$ 350,00

1º $= \frac{3}{4} \cdot 600 - 100 = 450 - 100 = 350$

2º $= \frac{1}{4} \cdot 600 + 30 = 150 + 30 = \underline{180}$
530

3º = 600 – 530 = **R$ 70,00 (A)**

72. Um lote de 9000 disquetes foi colocado em 4 caixas de tamanhos diferentes, de forma que o número de disquetes colocados em cada uma correspondia a 1/3 da quantidade colocada na anterior. O número de disquetes colocados na:

a) 1ª foi de 4075 b) 2ª foi de 2075 c) 3ª foi de 850
d) 4ª foi de 500 e) 5ª foi de 255

O enunciado diz que foi colocado em cada uma das 4 caixas uma quantidade que corresponde a 1/3 da quantidade colocada na caixa anterior, chamando de x a quantidade colocada na 1ª caixa, temos:

1ª caixa 2ª caixa 3ª caixa 4ª caixa

$\boxed{x} \xrightarrow{+} \boxed{x/3} \xrightarrow{+} \boxed{x/9} \xrightarrow{+} \boxed{x/27}$ 9000

(1/3 de x) (1/3 de x/3) (1/3 de x/9)

$x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \frac{x}{27} = 9000$ (mmc = 27)

$\frac{27x + 9x + 3x + x}{27} = 9000 \Rightarrow 40x = 9000 \cdot 27$

$x = \frac{9000 \cdot 27}{40} = 225 \cdot 27 \Rightarrow x = 6075$ (1ª caixa)

2ª caixa $\Rightarrow x/3 = 6075/3 =$ **2025 (B)**

3ª caixa $\Rightarrow x/9 = 6075/9 = 675$

4ª caixa $\Rightarrow x/27 = 6075/27 = 225$

73. (CEASA 2009) Se apenas 3/7 (três sétimos) do piso de uma casa de 196 m^2 está revestida de cerâmica, quantos metros quadrados de cerâmica serão necessários adquirir para completar o revestimento da casa toda?

a) 84 m^2 b) 95 m^2 c) 112 m^2
d) 100 m^2 e) 64 m^2

$1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{4}{7} \cdot 196 = 4 \cdot 28 =$ **112 m^2 (C)**

74. A responsável pelo almoxarifado deve comprar pacotes de papel de modo a recompor o estoque inicial do qual foram feitas 3 retiradas sucessivas: Na primeira retirada 2/5 do total de pacotes; na segunda retirada 25% do que restou; na terceira retirada, a metade do que restou. Qual é o total de pacotes de papel que deve ser comprado, sabendo que no estoque restaram 18 caixas após a terceira retirada?

a) 98 b) 72 c) 62 d) 36 e) 18

$\left.\begin{array}{l}1^a \text{ retirada} = 2/5 \\ 2^a \text{ retirada} = 25\% = 1/4 \\ 3^a \text{ retirada} = 1/2\end{array}\right\}$ Quantia inicial $\Rightarrow$ 20x (porque é divisível por 5, 4 e 2)

$-\frac{2}{5} \cdot 20x$ $\quad -\frac{1}{4} \cdot 12x$ $\quad -\frac{1}{2} \cdot 9x$

$\boxed{20x} \xrightarrow{(-\,8x)} \boxed{12x} \xrightarrow{(-\,3x)} \boxed{9x} \xrightarrow{(-4{,}5x)} \boxed{4{,}5x} = 18$

$4{,}5x = 18 \Rightarrow x = 18/4{,}5 \Rightarrow x = 4$

Quantia inicial = 20x = 20 . 4 = 80

Total a ser comprado = 80 – 18 = **62 (C)**

75. Uma cidade possui 740.000 eleitores. Se 2/7 da população da cidade é de eleitores do sexo masculino, e 3/8 da população é de eleitores do sexo feminino, então o número de não eleitores dessa cidade é:

a) 2.220.000 b) 1.120.000 c) 246.667
d) 380.000 e) 370.000

População $\Rightarrow x \left\{\begin{array}{l}\text{Eleitores} \Rightarrow 740.000 \\ \text{Não Eleitores} \Rightarrow x - 740.000\end{array}\right.$

Eleitores $= \frac{2x}{7} + \frac{3x}{8} = 740.000$ (m.m.c. = 56)

$\frac{16x + 21x}{56} = 740000 \Rightarrow x = \frac{740000 \cdot 56}{37} \Rightarrow x = 20000 \cdot 56$
$x = 1.120.000$

Não Eleitores= x – 740.000= 1120000 – 740000 = **380000 (D)**

76. Resolvendo a expressão,
(0,3636...) : (0,1212...) + (0,25) : (0,5) – 1/2 + 6 , assinale a opção correta:

a) O resultado é um número negativo,
b) O resultado é um número menor que 9,
c) O resultado é um número maior que 12,
d) O resultado é igual a 8,
e) O resultado é um número maior que 8 e menor que 10.

x = 0,3636... (x 100)	x = 0,1212... (x 100)
100x = 36,3636... –	100x = 12,1212... –
x = 0,3636...	x = 0,1212...
99x = 36	99x = 12
$x = \frac{36}{99}\frac{(\div 9)}{(\div 9)} = \frac{4}{11}$	$x = \frac{12}{99}\frac{(\div 3)}{(\div 3)} = \frac{4}{33}$

$\frac{4}{11} : \frac{4}{33} + \frac{25}{100} : \frac{5}{10} - \frac{1}{2} + 6 = \frac{4}{11} \cdot \frac{33}{4} + \frac{25}{100} \cdot \frac{10}{5} - \frac{1}{2} + 6$

$3 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 6 =$ **9 (E)**

77. Um excursionista fez uma viagem de 360 km. Os 3/4 do percurso foram feitos de trem, 1/8 a cavalo e o resto de automóvel. Nessas condições podemos afirmar que:
a) A fração correspondente ao percurso de automóvel é 3/8.
b) O trajeto percorrido de trem foi de 90 km.
c) A fração do trajeto percorrido de trem e a cavalo totalizam 7/8 ou 315 km.
d) O trajeto percorrido de automóvel é igual a 40 km.
e) O excursionista percorreu 270 km de automóvel.
1/4 é igual a 2/8, então 3/4 = 6/8

trem	cavalo	automóvel
3/4 = 6/8	1/8	1/8
270 km	45 km	45 km

1/8 . 360 = 45 km
(C) = 6/8 + 1/8 = 7/8 ou 270 km + 45 km = 315 km

78. Encontre o número que, dividido por 15, dá quociente 178 e resto 7. Depois, some os quatro algarismos desse número. Qual é o resultado?
a) 24 b) 22 c) 20 d) 18 e) 16
D = (d . Q) + R = (15 . 178) + 7 = 2670 + 7 = 2677
2 + 6 + 7 + 7 = **22 (B)**

79. Se, numa divisão, o divisor é 30, o quociente é 12 e o resto é o maior possível, então o dividendo é:
a) 390 b) 389 c) 381 d) 361 e) 360
Na divisão por 30 o maior resto possível é 29.
D = (d.Q) + R = 30.12 + 29 = 360 + 29 ⇒ **D = 389 (B)**

80. Na divisão de um número por 7, o quociente é 13 e o resto é o maior possível. Este número é:
a) Um número divisível por 6.
b) Um quadrado perfeito.
c) Um múltiplo de 3.
d) Um número primo.
e) Um número par.
D = (d . Q) + R = (7 . 13) + 6 = 91 + 6 = **97 (D)**

SISTEMAS DE MEDIDAS

1. UNIDADES DE COMPRIMENTO
A unidade fundamental (UF) é o metro (m).

Leitura das medidas de comprimento
Devemos conservar um algarismo em cada unidade, com o último algarismo da parte inteira na unidade em que o valor está representado.

Ex.:	Múltiplos			UF	Submúltiplos		
	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
3,45 km	**3,**	4	5				
45,68 dm				4	**5,**	6	8

2. UNIDADES DE CAPACIDADE
A unidade fundamental é o litro (ℓ).

Leitura das medidas de capacidade
Devemos conservar um algarismo em cada unidade, com o último algarismo da parte inteira na unidade em que o valor está representado.

Ex.:	kℓ	hℓ	daℓ	ℓ	dℓ	cℓ	mℓ
3,45 kℓ	**3,**	4	5				
38,5 kℓ	3**8,**	5					

3. UNIDADES DE MASSA
A unidade fundamental é o quilograma(kg). A unidade principal (UP) é o grama(g).

Leitura das medidas de massa
Devemos conservar um algarismo em cada unidade, com o último algarismo da parte inteira na unidade em que o valor está representado.

Ex.:	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
3,45 kg	**3,**	4	5				
38,5 kg	3**8,**	5					

4. UNIDADES DE SUPERFÍCIE (ÁREA)
A unidade fundamental é o metro quadrado (m^2).

Leitura das medidas de superfície
Devemos conservar dois algarismos em cada unidade, com os dois últimos algarismos da parte inteira na unidade em que o valor está representado. Na falta de algarismo para completar alguma unidade, devemos completar com zero.

Ex.:	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
28,29 km^2	**28,**	29					
145,71 dm^2				01	**45,**	71	

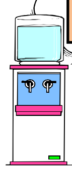
5. UNIDADES DE VOLUME
A unidade fundamental é o metro cúbico (m^3).

Leitura das medidas de volume
Devemos conservar três algarismos em cada unidade, com os três últimos algarismos da parte inteira na unidade em que o valor está representado. Na falta de algarismo para completar alguma unidade, devemos completar com zero.

Ex.:	km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
215,749 dm^3					**215,**	749	

6. RELAÇÕES ENTRE AS UNIDADES DE CAPACIDADE, MASSA E VOLUME

1m³ = 1kℓ **1dm³ = 1ℓ** **1cm³ = 1mℓ**



1 ℓ =1kg* **1dm³ = 1kg*** **1 mℓ = 1 g***

1t = 1000 kg

***água pura**

1 hm² = 1 ha

7. MEDIDAS DE TEMPO (NÃO DECIMAL) = segundo (**s**)

Nome	Símbolo	Valor
Minuto	min	60 s
Hora	h	3.600 s
Dia	d	86.400 s

RELAÇÕES

Para transformar as medidas de tempo:

hr $\underset{\div 60}{\overset{\times 60}{\rightleftarrows}}$ min

min $\underset{\div 60}{\overset{\times 60}{\rightleftarrows}}$ seg

hr $\underset{\div 3600}{\overset{\times 3600}{\rightleftarrows}}$ seg

TESTES – SITEMAS DE MEDIDAS

01. Mediu-se a capacidade de um recipiente cujas dimensões foram dadas em centímetros e obteve-se como resposta 538cm^3. Essa medida equivale em litros a:
a) 5380 b) 538 c) 53,8 d) 5,38 e) 0,538
538 cm^3 = 0,538 dm^3 (de cm para dm, a gente se desloca uma casa nas grandezas, porém, como estamos em m^3, a vírgula se deslocará 3 casas para a esquerda) 1dm^3 = 1ℓ. 0,538 dm^3 = **0,538 ℓ. (E)**

02. As fábricas A, B e C despejam diariamente, num rio, um total de 170.000 gramas de certo poluente. A fábrica A despeja 3/10 dessa quantidade, e a fábrica B despeja o dobro de A. Qual a quantidade despejada pela fábrica C?
a) 170 dag b) 17 kg c) 650 hg
d) 65 kg e) 1700 hg
A= 170000 . $\frac{3}{10}$ = 51000 , B = 2A ⇒ B = 2.51000 = 102000
A + B + C =170.000 ⇒ 51.000 + 102.000 + C = 170.000
C = 170.000 – 153.000 = 17.000 g = **17 kg (B)**

03. Adriana está decorando as mesas de um salão para uma festa. Ela tem 5 mesas retangulares, cada uma com 85 cm de comprimento por 60 cm de largura, e 6 mesas quadradas com 70 cm de lado. Se ela quiser colocar uma faixa de papel colorido em torno de cada mesa, quantos metros de papel ela vai usar?
a) 25 m b) 27,2 m c) 31,3 m
d) 33,4 m e) 35,7 m
M_1 = 85 + 85 + 60 + 60 = 290 cm
M_2 = 70 + 70 + 70 + 70 = 280 cm **(C)**
T = 5 . 290 + 6 . 280 = 1450 + 1680 = 3130 cm = **31,3 m**

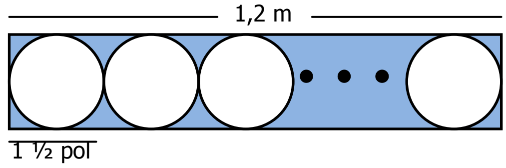
04. O volume interno de um tanque de combustível de um automóvel é de 0,06 m^3. Estando com 3/4 de sua capacidade total, quantos litros faltam para encher o tanque?
a) 11 litros b) 12 litros c) 13 litros
d) 14 litros e) 15 litros
0,06 m^3 = 60 dm^3 = 60 ℓ . 1/4 = **15 litros (E)**

05. Uma indústria farmacêutica fabrica 1400 litros de vacina, os quais devem ser colocados em ampolas de 35 cm^3 cada uma. Quantas ampolas serão obtidas com essa quantidade de vacina?
a) 10.000 b) 20.000 c) 30.000
d) 40.000 e) 50.000
1400 ℓ = 1400 dm^3 = 1400000 cm^3
Número de ampolas = $\frac{1400000}{35}$ = **40.000 ampolas(D)**

06. Foram distribuídos 1200 litros de uma substância líquida em frascos de 24 cm^3 cada um. Cada frasco depois de cheio, tem 60 g. Quantas toneladas têm o total de frascos cheios dessa substância?
a) 1,2 t b) 2 t c) 2,4 t d) 3 t e) 3,5 t
1200 ℓ = 1200 dm^3 = 1200000 cm^3
$\frac{1200000}{24}$ = 50000 frascos x 60 g = 3000000g = 3000kg = **3t (D)**

07. Uma fazenda tem 7 km^2 de área. Dessa área, 60% foram destinados para o plantio. O restante foi reservado para o gado. Quantos hectares foram reservados para o gado?
a) 280 b) 420 c) 2800 d) 4200 e) 42000
7--------100%
x-------- 40% } x = $\frac{7 . 40}{100}$ = $\frac{28}{10}$ = 2,8 km^2 = **280 hm^2 ou ha (A)**

08. O sistema de tubulação de um prédio prevê a instalação de tubos de 1 ½ polegadas de diâmetro numa extensão de 1,2 metros, conforme indica figura abaixo. Sabendo que 1 polegada equivale 25 mm, o total de tubos utilizados será igual a:
a) 32
b) 30
c) 26
d) 18
e) 10



1 pol------- 25 mm → x = 25 . 1,5 = 37,5 mm
1,5 pol------- x mm
1,2 m = 1200 mm m – cm – dm – mm
Tubos = $\frac{1200}{37,5}$ = **32 (A)**

09. Um atleta que completou a distância de 10 quilômetros em 3/4 de hora percorreu cada quilômetro no tempo médio de:
a) 4 minutos e 50 segundos
b) 4 minutos e 45 segundos
c) 4 minutos e 40 segundos
d) 4 minutos e 35 segundos
e) 4 minutos e 30 segundos
3/4 hora = 60 . 3/4 = 45 minutos
10 km---- 45 minutos x = $\frac{45}{10}$ = 4,5 minutos
1 km---- x minutos
4,5 minutos = **4 minutos e trinta segundos (E)**

10. Quantos segundos há em três dias?
a) 259.200 b) 322.500 c) 180.000
d) 263.400 e) 480.000
1d = 24h , 1h = 60 min , 1min = 60 s
3d = 3 . 24 . 60 . 60 = **259200 s (A)**

11. Um aquário tem a capacidade de 72.000 cm^3. Quantos quilogramas o aquário pesará depois que estiver cheio d'água se vazio ele pesa 3 kg?
a) 72 kg b) 7,5 kg c) 7,2 kg d) 75 kg e) 69 kg
V = 72000 cm^3 = 72 dm^3 = 72 ℓ = 72 kg
Aquário cheio = 3 + 72 = 75 kg (D)

12. Uma fábrica produziu 3 t de suco de laranja. Essa quantidade de suco deve ser engarrafada colocando-se 750 g de suco em cada garrafa. Quantas garrafas serão utilizadas?
a) 3000 b) 3250 c) 3500 d) 3750 e) 4000
3t = 3000 kg = 3000000 g ÷ 750 g = **4000 garrafas (E)**

13. A caixa d'água de uma casa tem a capacidade de 2m^3 e está totalmente cheia. Supondo que nessa casa o consumo diário de água seja de 500 litros, quantos dias serão necessários para esvaziar totalmente a caixa d'água?
a) 2 dias b) 4 dias c) 6 dias d) 3 dias e) 5 dias
V = 2 m^3 = 2000 dm^3 = 2000 ℓ
$\frac{2000}{500}$ = **4 dias (B)**

14. Se um homem caminha à razão de 4 quilômetros e 500 metros por hora, em quanta horas, minutos e segundos, percorrerá a distância de 14 quilômetros 415 metros?
a) 3h 12min 12s b) 3h 11 min 19s c) 2h 59 min 2s
d) 3h 21min 5s e) 3h 20 min 33s
4 km e 500 m = 4.500 m
14 km e 415 m = 14.415 m
4500 ----- 3600s
14415---- x s } x = $\frac{14415 . 3600}{4500}$ = $\frac{14415 . 4}{5}$ = 11.532 s
11.532 s ÷ 3600 = 3h (resto 732s)
732 s ÷ 60 = 12min (resto 12s) **3h 12 min 12 seg (A)**

15. Uma prova de natação teve inicio, às 14h 25min 15s. O vencedor completou o percurso em 1min 58s e o segundo colocado em 134s. Esses nadadores terminaram a prova, respectivamente às:

a) 14h 26min 13s e 14h 26min 19s
b) 14h 26min 13s e 14h 26min 29s
c) 14h 27min 13s e 14h 26min 19s
d) 14h 27min 13s e 14h 27min 29s
e) 14h 27min 13s e 14h 26min 29s

1min
Vencedor = inicio da prova 14h 25min 15s
tempo de prova <u>1min 58s</u>
14h 27min 13s

Segundo = 134s = 120 s + 14s = 2min 14s
inicio da prova 14h 25min 15s
tempo de prova <u>2min 14s</u>
14h 27min 29s (D)

16. Quantos dias há de 18 de janeiro de 2004 (inclusive) a 2 de maio de 2004 (inclusive)?
a) 103 jan = 14
b) 104 fev = 29
c) 105 mar = 31
d) 106 abr = 30
e) 107 mai = <u>2</u>
106 (D)

17. Quantos mililitros há em um milímetro cúbico?
a) 10^3 b) 1 c) 10^{-3} d) 10^{-6} e) 10^{-9}

kℓ	hℓ	dℓ	ℓ	dℓ	cℓ	mℓ
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3

$1mm^3 = 0{,}001cm^3 = 0{,}001$ mℓ = **10^{-3} mℓ (C)**

18. Sabendo-se que a garrafa de 2 litros de refrigerante enche 8 copos, qual a capacidade de cada copo?
a) 200 mℓ b) 250 mℓ c) 300 mℓ
d) 320 mℓ e) 350 mℓ
2 ℓ = 2000 mℓ ÷ 8 = **250 mℓ (B)**

19. Qual seria o preço de uma barra de ouro que tem 1,25 kg, se o grama do ouro neste dia em que a barra será comercializada vale R$ 11,25?
a) R$13.525,00 b) R$ 13 875,25 c) R$ 14.062,50
d) R$ 14.325,50 e) R$ 15.255,75
1,25 kg = 1250 g . 11,25 = **R$ 14.062,50 (C)**

20. O volume inicial de um tanque hermeticamente fechado, é de 2 m^3 de ar. Cada golpe de uma bomba de vácuo extrai 100 dm^3 de ar desse tanque. Após o 13º golpe, quantos m^3 de ar permaneceram no tanque?
a) 0,7 b) 0,07 c) 70 d) 700 e) 7
100 dm^3 . 13 golpes = 1300 dm^3 = 1,3 m^3
$2m^3 - 1{,}3m^3$ = **$0{,}7m^3$ (A)**

21. A revista época, de 04.07.2005, publicou a seguinte nota:
Se os indianos são os que mais lêem no mundo – 10,7 horas por semana, contra 5,2 horas dos brasileiros –, somos o segundo a ficar mais tempo sintonizados nas rádios (17,2 horas, só perdendo para os argentinos (20,8 horas).
De acordo com o texto, os indianos lêem a mais que os brasileiros, por semana:
a) 4h 50 min b) 5h 05 min c) 5h 30min
d) 5h 50 min e) 6h 30 min
I = 10,7 h –
B = <u>5,2 h</u>
5,5 h = **5h 30 min (C)**

22. (PM 2007) Sabendo-se que uma pessoa consome aproximadamente 800 metros cúbicos de água por ano e que o planeta dispõe de, no máximo, 9000 quilômetros cúbicos de água para o consumo por ano, pode-se afirmar que a capacidade máxima de habitantes que o planeta suporta, considerando-se apenas a disponibilidade de água para consumo, é aproximadamente:
a) 11.100.000.000 d) 11.250.000.000
b) 11.150.000.000 e) 11.350.000.000
c) 11.200.000.000
9000 km^3 = 9.000.000.000.000 m^3
$\frac{9.000.000.000.000}{800}$ = **11.250.000.000 (D)**

23. (PM 2007) Para encher um recipiente com capacidade de 15 litros, a quantidade mínima de vezes que terei de utilizar uma garrafa de refrigerante com capacidade para 600mℓ é:
a) 20 b) 25 c) 30 d) 35 e) 40
15 ℓ = $\frac{15000 \text{ mℓ}}{600 \text{ mℓ}}$ = **25 vezes (B)**

24. (Bombeiro 2008) Um abrigo para crianças recebe, regularmente, doações de alimentos, que asseguram a qualidade da alimentação distribuída aos internos. A capacidade de internações do abrigo, que hoje está completa, é de 45 crianças, que tomam, cada uma, 3 mamadeiras de leite por dia. Sabendo que cada mamadeira comporta o volume de 240 mℓ de leite, qual é a necessidade de leite para manutenção do abrigo durante 15 dias?
a) 32.400 dℓ b) 486 ℓ c) 4.860 mℓ
d) 324 ℓ e) 48.600 dℓ
45 c . 3 m = 135 m . 15 d = 2.025 m . 240 mℓ = 486000 mℓ
486000 mℓ = **486 ℓ (B)**

25. (SENAC 2009) Em um garrafão há quatro litros e meio de leite. Retirando-se seis copos de 180 mℓ, cada um, quantos litros de leite ainda ficarão no garrafão?
a) 4,392 b) 3,469 c) 4,32 d) 3,42 e) 5,34
180 mℓ . 6 = 1080 mℓ = 1,080 ℓ
4,500 ℓ – 1,080 ℓ = **3,42 ℓ (D)**

26. (SENAC 2009) José tem uma plantação de arroz. Conseguiu estocar 0,3048 toneladas desse produto. Diariamente, ele retira 24 kg para venda e 1400g para consumo. Em quantos dias vai zerar esse estoque?
a) 16 b) 12 c) 24 d) 15 e) 18
1400 g = 1,4 kg + 24 kg = 25,4 kg
0,3048 t = 304,8 kg
$\frac{304{,}8}{25{,}4} = \frac{3048}{254}$ = **12 (B)**

27. (SENAC 2009) Vários alunos formaram uma quadrilha para dançar, no dia de São João, em uma festa por eles organizada. A festa teve início às **20h15min28seg** e só terminou às **2h10min18seg** do dia seguinte. Quanto tempo durou essa festa?
a) 6h05min10seg b) 5h50min54seg c) 6h54min50seg
d) 5h54min50seg e) 5h05min10seg
Solução:
Término = 2h10min18seg = 26h10min18seg = 25h69min78seg
Início = <u>20h15min28seg</u> <u>20h15min28seg</u>
(D) 5h54min50seg

28. (SENAC 2009) Na feira livre vê-se a tabela abaixo

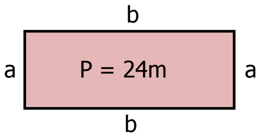
Produto	Preço por kg
Feijão	R$ 2,60
Açúcar	R$ 1,50
Farinha	R$ 1,30

Uma pessoa comprou 5 kg de feijão, 2,500 kg de açúcar e 1500 g de farinha. Pagou a despesa com uma nota de R$ 20,00. Quanto recebeu de troco?
a) R$ 1,40 b) R$ 2,50 c) R$ 1,35
d) R$ 1,80 e) R$ 1,30
Feijão = 5 kg . 2,60 = R$ 13,00

Açúcar = 2,5 kg . 1,50 = R$ 3,75
Farinha = 1500 g = 1,5 kg . 1,30 = R$ 1,95
total = R$ 18,70
R$ 20,00 – R$ 18,70 = **R$ 1,30 (E)**

29. Um terreno de forma retangular tem 2,4 dam de perímetro. A diferença entre a medida do lado maior e a do lado menor é de 0,02hm. O maior lado mede:
a) 700 mm b) 70 dam c) 7 m
d) 0,007 dm e) 0,07 cm

hm dam m
2, 4 = 24m
0, 0 2 = 2m



2b + 2a = 24
b – a = 2 (x2)

$$\begin{cases} 2b + \cancel{2a} = 24 \\ 2b - \cancel{2a} = 4 \end{cases}$$

4b = 28 ⇒ b = 28/4 ⇒ **b = 7m (C)**

30. Um trecho retilíneo de uma estrada é indicado em um mapa por uma linha de 3,2 cm de comprimento. Cada centímetro representado neste mapa corresponde a uma distância real de 15 km. O comprimento real do trecho indicado pode ser corretamente indicado por:
a) 4.800 dam b) 48 hm c) 480 m
d) 4.800.000 mm e) 480.000 cm
3,2 cm / 1 cm = 15 km / 3,2x 15 = 48 km = **4800 dam (A)**

31. Os velocímetros dos carros ingleses marcam a velocidade em milhas por hora. Se uma milha tem 1760 jardas, uma jarda tem 3 pés, um pé tem 12 polegadas e uma polegada tem aproximadamente 2,54 cm, quantos metros aproximadamente, há em uma milha?
a) 1684 b) 1609 c) 1722 d) 1801 e) 1852
X metros____1milha 2,54cm x12 pol = 30,48cm
1 milha _____1760 jardas 30,48cm x 3 pés = 91,44cm
1 jarda______3 pés 91,44 x 1760 =
1 pé________12 poleg. = 160934,40 cm = **1609,3m(B)**
1 poleg.____ 2,54 cm

32. Uma salina produz 18% de sal em volume de água que é levada a evaporar. Para produzir 117 m^3 de sal, quantos litros de água são necessários?
a) 650 b) 533 c) 6.500 d) 650.000 e) 533.000
117-----18%
x--------100%
$x = \frac{117 \cdot 100}{18} = \frac{11700}{18} = 650\ m^3$ de água
1 m^3 = 1 kℓ ⇒ 650 m^3 = 650 Kℓ = **650.000 litros. (D)**

33. Algum tempo atrás a Cosanpa informou à população que um incêndio em seu gerador afetou o consumo de água, e que precisaria de alguns dias para os reparos deixando vários bairros de Belém totalmente sem água. A caixa d'água da casa de Maria tem a capacidade de 3 m^3 e está com 2/3 de sua capacidade cheia. Supondo que nessa casa o consumo diário de água seja de 500 litros, quantos dias serão necessários para esvaziar totalmente a caixa d'água?
a) 2 dias b) 3 dias c) 4 dias d) 5 dias e) 6 dias
V = 3 m^3 = 3000 dm^3 = 3000 ℓ
2/3 . 3000 = 2000 ℓ
$\frac{2000}{500}$ = **4 dias (C)**

34. A corda do Círio de Nazaré, sem dúvida nenhuma, é a maior de todas as manifestações de fé da procissão. É o lugar mais escolhido pelos estudantes para suas promessas. A corda do Círio este ano foi confeccionada em Salvador-Ba e possui uma extensão em linha reta de 1 km. Sabendo-se que meio metro desta corda pesa 1 kg, o peso total desta corda é de:
a) 0,5 t b) 1 t c) 1,5 t d) 2 t e) 2,5 t
Meio metro = 50 cm = 1 kg
1 km = $\frac{100000\ cm}{50\ cm}$ = 2000 . 1 kg = 2000 kg = **2 t (D)**

35. (MOVENS) O último verão em Belém/PA foi muito quente. Para se ter uma idéia, um auxiliar administrativo dos CORREIOS tomava, por dia, 10 copos de água. Verificou-se que cada copo possui 250 mℓ de capacidade. Considerando que cada um dos auxiliares administrativos desse órgão apresente, aproximadamente, o mesmo consumo diário, o volume de água consumindo por 40 auxiliares em 60 dias de trabalho terá sido de:
a) 4,5 m^3 b) 6,0 m^3 c) 7,5 m^3 d) 8,0 m^3 e) 9,5 m^3
Consumo de 1 auxiliar = 10 x 250 mℓ = 2500 mℓ = 2,5 litros
2,5 litros x 60 dias = 150 litros
Consumo de 40 auxiliares = 150 ℓ x 40 = 6000 ℓ = 6 kℓ
(1m^3 = 1kℓ) ⇒ 6 kℓ = **6 m^3(B)**

37. (CEASA 2009) Um produtor percorre, por via rodoviária, uma distância de 128,30 km, desde sua granja até a CEASA, em Belém. Essa distância , em metros, e de:
a) 1,28 m b) 12,83 m c) 1.283,00m
d) 12.830,00 m e) 128.300,00 m
km hm dam m
1 2 8, 3 0 0 = **128.300,00 m (E)**

38. Dona Tida comprou 5 pacotes de açúcar de 2 kg cada um; 10 pacotes de maizena com 600 g cada um; 20 pacotes de margarina de 250 g cada um. Qual a massa total dessa compra?
a) 2,1 kg b) 21 kg c) 11.100 g
d) 2.100 g e) 855 g
açúcar = 5 x 2 kg = 10 kg
maizena = 10 x 600 g = 6000 g = 6 kg
margarina = 20 x 250 g = 5000 g = 5 kg
Massa Total = **21 kg (B)**

39. (CESPE) Um carro passa pelo km 72 de uma rodovia às 11 horas e 53 minutos, e pelo km 232 da mesma rodovia às 14 horas e 29 minutos. A duração do percurso foi:
a) 2,12 horas b) 2,36 horas c) 2,4 horas
d) 2,46 horas e) 2,6 horas
km 232 = 14 h 29 min = 13 h 89 min –
km 72 = 11 h 53 min = 11 h 53 min
duração do percurso = 2 h 36 min
36 min ÷ 60 min ⇒ 0,6 h ⇒ **2,6 horas (E)**

40. Em um país distante, de idioma esquisito, que adota o sistema legal de medidas, um "blá" é a unidade oficial de medida de comprimento, um "blá.blá" é a unidade de medida de superfície, um "blá.blá.blá" é a unidade medida de volume, enquanto que um "glup" é a unidade de medida de massa e um "plug" é a unidade de medida de capacidade. Neste país, um "blá.blá.blá" de água pura, tem a massa de:
a) 1 glup b) 100 glup c) 1.000 glup
d) 10.000 glup e) 1.000.000 glup
1 m^3 = 1000 ℓ (1ℓ = 1 kg = 1.000 g) = 1.000.000 g
1 blá.blá.blá = 1.000.000 glup (E)

41. (UFPa) Uma transfusão de sangue é programada para que o paciente receba 25 gotas de sangue por minuto. Se a transfusão se estendeu por 2 horas e 12 minutos, e cada gota injeta 0,1 mℓ de sangue, quantos litros de sangue o paciente recebeu?
a) 0,33 b) 3,30 c) 33,0 d) 3300
2h e 12 min = (2 x 60) = 120 + 12 = 132 min x 25 gotas =
= 3300 gotas x 0,1 mℓ = 330 mℓ = **0,33 ℓ (A)**

42. (TRF 2008) Às 10 horas do dia 18 de maio de 2007, um tanque continha 9050 litros de água. Entretanto, um furo em sua base fez com que a água escoasse em vazão constante e, então às 18 horas do mesmo dia restavam apenas 8850 litros de água em seu interior. Considerando que o furo não foi consertado e não foi colocada água dentro do tanque, ele ficou totalmente vazio às:

a) 11 horas de 02/06/007 d) 13 horas de 03/06/007
b) 12 horas de 02/06/007 e) 13 horas de 04/06/007
c) 12 horas de 03/06/007

9050 – 8850 = 200 litros em 8 horas

200ℓ------8h $\quad x = \frac{200 \cdot 1}{8} = 25\ \ell/h \quad h = \frac{9050}{25} = 362$ horas
$x\ell$---------1h

362 ÷ 24h = 15 dias e 2 horas

	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º
18/05	19/05	20/05	21/05	22/05	23/05	24/05	25/05
8º	**9º**	**10º**	**11º**	**12º**	**13º**	**14º**	**15º**
26/05	27/05	28/05	29/05	30/05	31/05	01/06	02/06

Resposta correta = 12 horas de 02/06/2007 (B)

43. Praticamente todos os países da Terra utilizam o Sistema Métrico Decimal. Leia as afirmativas a seguir acerca desse sistema.

I. O hectômetro corresponde a cem metros.
II. O centímetro é dez vezes maior que o decímetro.
III. Um metro quadrado equivale a cem centímetros quadrados.

Está(ão) correta(s):

a) apenas a I c) apenas a III
b) apenas a II d) apenas a II e a III

I. 1 hm = 100 m **(V) (A)**
II. 1 cm = 10 dm **(F)** (1cm = 0,1 dm)

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	1	0	0			
				0,	1	

III. 1 m^2 = 100 cm^2 **(F)** (1 m^2 = 10000 cm^2)

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
			01	00	00	

44. Um menino quer medir a distância entre sua casa e a escola onde estuda. Para isso, ele mediu o comprimento de seu passo, obtendo 60 centímetros. Em seguida, observou que, para ir até a escola, ele deveria executar 3.000 passos. Considerando iguais todos os passos desse menino, a distância entre a casa dele e sua escola é:

a) 1,5 km b) 1,8 km c) 2,0 km d) 2,2 km e) 2,5 km

1 passo = 60 cm ⇒ 3000 passos x 60 cm = 180.000 cm

km	hm	dam	m	dm	cm	mm	
1,	8	0	0	0	0		1,8 km **(B)**

45. Leia as afirmativas a seguir acerca de relações no Sistema Métrico Decimal.

I. Um metro quadrado equivale a cem centímetros quadrados.
II. Um decâmetro corresponde a dez metros.
III. Quinze milímetros equivalem a um e meio decímetros.

Estão corretas:

a) apenas a I e a II c) apenas a II
b) apenas a I e a III d) I, II, III

I. 1 m^2 = 100 cm^2 **(F)** (1 m^2 = 10000 cm^2)

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
			01	00	00	

II. 1 dam = 10m **(V)** III. 15 mm = 1,5 dm **(F) (C)**

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		1	0			
					1,	5

46. Para combater uma determinada praga, que freqüentemente ataca as lavouras, o fabricante de um pesticida recomenda que sejam pulverizados **2** litros da solução numa área de **250 m^2**. Seguindo as recomendações desse fabricante, a quantidade de solução gasta em uma área de **120 hectares** corresponde a:

a) 10,5 m^3 b) 9,6 m^3 c) 8,5 m^3 d) 7,6 m^3

120 hectares = 120 hm^2

km^2 hm^2 dam^2 m^2
1 20 00 00 = 1.200.000 m^2

2ℓ-----250m^2 $\quad x = \frac{2 \cdot 1200000}{250} = \frac{240000}{25} = 9.600\ell$
$x\ell$-----1200000m^2

$1000\ell = 1m^3 \Rightarrow 9600\ell =$ **9,6 m^3 (B)**

47. Somando-se 17 hm com 187 dam e 5435 m, obtém-se:

a) 18.830 m
b) 2590 m
c) 6505 m
d) 2842 m
e) 9005 m

km	hm	dam	m
1	7	0	0
1	8	7	0
5	4	3	5
9	**0**	**0**	**5 m (E)**

48. Ao somarmos três metros com sete decímetros e quarenta centímetros, o resultado em centímetros será:

a) 77
b) 410
c) 50
d) 743
e) 347

m	dm	cm
3	0	0
	7	0
	4	0
4	**1**	**0 cm (B)**

49. Uma caixa contém 3,2 kg de batatas, 700 g de tomate e 0,6kg de cebolas. O conteúdo da caixa, em gramas, é:

a) 3276
b) 1132
c) 703,8
d) 738
e) 4500

kg	hg	dag	g
3	2	0	0
0	7	0	0
0	6	0	0
4	**5**	**0**	**0 g (E)**

50. O valor, expresso em litros, da soma 0,0003 $k\ell$ + 5 $d\ell$ + 380 $m\ell$ é:

a) 358 ℓ
b) 214 ℓ
c) 1,18 ℓ
d) 0,92 ℓ

$k\ell$	$h\ell$	$da\ell$	ℓ	$d\ell$	$c\ell$	$m\ell$
0	0	0	0,	3	0	0
			0,	5	0	0
			0,	3	8	0
			1,	**1**	**8**	**ℓ (C)**

51. (UNAMA) Um programa de TV teve seu início às **21h20min25seg** e terminou, sem intervalo, às **24h13min15seg**. A duração deste programa foi de:

a) 2h25min50seg b) 2h30min50seg
c) 2h52min50seg d) 2h57min50seg

Término = 24 h 13 min 15 seg = 23 h 72 min 75 seg
Início = 21 h 20 min 25 seg = 21 h 20 min 25 seg
2 h 52min 50 seg (C)

52. (UNAMA) Uma sessão de uma Câmara Municipal iniciou, pontualmente, às **13h15min** e terminou às **19h45min**. O tempo de duração desta sessão foi de:

a) 6h15min b) 6h30min
c) 7h15min d) 7h30min

Término = 19 h 45 min
Início = 13 h 15 min
6 h 30min (B)

53. (UNAMA) Um plantonista da COSANPA começou seu plantão às 20h 32min e 10seg. Para corrigir um problema técnico no sistema de abastecimento, teve que se ausentar de sua sala durante 2h 46min e 12seg. Quando voltou a sua sala, faltavam para a meia-noite:

a) 1h 41min e 22seg c) 41 min e 38 seg
b) 42 min e 38 seg d) 38 min e 22 seg

1h

20h 32min 10seg +	24h 00min 00seg = 23h 59min 60seg –
2h 46min 12seg	23h 18min 22seg = 23h 18min 22seg
23h 18min 22seg	**41min 38seg (C)**

54. (FUNRIO) Se 0,036 m^3 de óleo tem a massa de 28,8 kg, podemos concluir que 1 litro desse mesmo óleo tem a massa no valor de:

a) 0,4 kg b) 0,9 kg c) 0,8 kg d) 1,1 kg e) 1,2 kg

0,036 m^3 = 36 dm^3 (1dm^3 = 1ℓ) = 36 ℓ

36 ℓ-----28,8 kg
1 ℓ-----x kg

$x = \frac{28,8}{36} = \frac{288}{360} =$ **0,8 kg (C)**

55. (ESAF) Um reservatório, contendo 5000 litros de água, está sendo esvaziado por meio de uma torneira cuja vazão é de 800 cm^3 por segundo. Se o reservatório começa a ser esvaziado às **10h30min50seg**, a que horas ele estará completamente vazio?

a) 11h150min b) 11h44min10seg c) 12h e 15min
d) 12h14min50seg e) 12h15min10seg

$\frac{5000\ \ell}{800\ cm^3} = \frac{5\ m^3}{800\ cm^3} = \frac{5.000.000\ cm^3}{800\ cm^3} = 6250$ seg

1 hora = 3600 seg. Diminuindo 6250 – 3600 = 2650

Concluímos que o reservatório se esvazia completamente em 1 hora + 2650 seg. Transformando 2650 segundos em minutos, temos que: 2650 ∟60

240 44 min
250
240
10 segundos

Portanto, o reservatório se esvaziará completamente em: **1h 44 min 10 seg**

10h30min50seg
1h44min10seg **(C)**

O reservatório estará vazio às: 11h74min60seg = **12h15min**

56. Somando-se as medidas 12,5 dam + 0,625 hm + 132,7 m + 625 cm + 62,4 dm, obtém-se, em metros:

a) 895,19
b) 332,69
c) 213,26
d) 148,72

hm	dam	m	dm	cm
1	2	5,	0	0
0	6	2,	5	0
1	3	2,	7	0
0	0	6,	2	5
0	0	6,	2	4
3	**3**	**2,**	**6**	**9 m (B)**

57. A expressão (2,4 dam^2 + 120 dm^2) – (540 cm^2 + 2,8m^2) é igual a:

a) 278 dm^2 b) 23834,6 dm^2
c) 24394,6 dm^2 d) 25834,6 dm^2

dam^2	m^2	dm^2
2	40	00,
0	01	20,
2	41	20, dm^2

m^2	dm^2	cm^2
0	05,	40
2	80,	00
2	85,	40 dm^2

24.120,00 –
285,40
23.834,60 dm^2 (B)

58. Em uma viagem de ônibus, um passageiro observou que o ônibus, após a partida, andou durante 1 hora e 50 minutos; então, fez uma parada para lanche de 25 minutos e andou mais 2 horas e 30 minutos até chegar ao destino. Então, o tempo de duração da viagem, desde a partida até a chegada ao destino, foi de:

a) 4 horas e 05 minutos
b) 4 horas e 25 minutos
c) 4 horas e 45 minutos
d) 4 horas e 55 minutos
e) 5 horas e 05 minutos

1 h 50 min = 110 min +
25 min = 25 min
2 h 30 min = 150 min
4h 45 min 285 min ∟60
45 min 4 h (C)

59. Será realizada para os carteiros, uma palestra que tem duração prevista de 3 horas e 20 minutos. Após 90 minutos do início da palestra, houve um intervalo de 10 minutos, retornando em seguida. Se a palestra realmente durar 3 horas e 20 minutos, quanto tempo falta para o término desta?

a) 2h 20 min b) 2 h 05 min c) 1 h 50 min
d) 1 h 40 min e) N.R.A

90 min + 10 min = 100min = 1 h 40 min
3 h 20 min = 200 min –
1h 40 min = 100 min
1h 40 min 100 min = **1 h 40 min (D)**

60. (CEFET 2000) O valor da expressão 4,01 dam + 14,2 mm – 32,21 dm – 200 cm em metros é de:

a) 34,621 b) 34,8932 c) 35,621
d) 35,8932 e) 35,9932

dam	m	dm	cm	mm
4	0,	1	0	0
0	0,	0	1	4 2
4	0,	1	1	4 2 m

m	dm	cm	mm
3,	2	2	1
2,	0	0	0
5,	2	2	1 m

40,1142 m –
5,2210 m
34,8932 m (B)

61. Um medicamento líquido é acondicionado em frascos com capacidade de 16 mililitros cada. Para embalar 800 litros desse medicamento, o número mínimo de frascos necessários é:

a) 5000 b) 126000 c) 50000
d) 128000 e) 700000

800 ℓ = 800000 mℓ ÷ 16 = **50.000 frascos (C)**

62. Numa salina, de cada m^3 de água salgada, são retirados 40 dm^3 de sal. Para obtermos 2 m^3 de sal, quantos m^3 de água são necessários?

a) 45 b) 48 c) 50 d) 52 e) 55

m^3 dm^3
2 000 ⇒ 2 m^3 = 2000 dm^3

1 m^3 ----- 40 dm^3
x m^3 ----- 2000 dm^3

$x = \frac{1\ .\ 2000}{40} =$ **50 m^3 (C)**

63. Uma piscina tem 10 m de comprimento, 7 m de largura e 1,80 m de profundidade. Como estava completamente cheia, dela foram retirados 4830 litros. Quantos litros ainda restaram?

a) 126 b) 126000 c) 121170
d) 121000 e) 121,17

Volume = 10 m . 7 m . 1,80 m = 126 m^3
1m^3 = 1000 ℓ ⇒ 126 m^3 = 126000 ℓ – 4830 ℓ = **121170 ℓ (C)**

64. Durante um coquetel, o refrigerante será servido em copos de **250 mℓ**. O número de garrafas de refrigerante de **2,5 litros** que serão necessárias para servir **250** copos de refrigerante é:

a) 25 b) 20 c) 15 d) 10

250 mℓ . 250 = 62.500 mℓ = 62,5 ℓ / 2,5 ℓ = **25 garrafas (A)**

65. É verdadeira a afirmação:

a) 1,45 g = 1450 cg	(F) 1,45 g = 145 cg
b) 12 a = 0,12 a	(F) 12 a = 0,12 a
c) 2,46 m^2 = 246 dm^2	**(V) 2,46 m^2 = 246 dm^2**
d) 0,427 dm^3 = 4,27 cm^3	(F) 0,427 dm^3 = 427 cm^3

66. Uma jarra tem 52 cℓ de leite. Foram retirados 4,8 dℓ para se fazer um bolo e adicionou-se 1ℓ. Qual o volume final de leite?

a) 10,4 m^3 b) 1,04 dm^3 c) 104 cm^3 d) 0,104 mm^3

52 cℓ – 4,8 dℓ + 1ℓ

ℓ	dℓ	cℓ
0,	5	2
0,	4	8
0,	0	4ℓ

0, 0 4ℓ + 1ℓ = 1,04ℓ (1ℓ = 1dm^3) ⇒ **1,04 dm^3 (B)**

67. (Metrô/SP FCC) Uma pessoa iniciou sua jornada de trabalho quando eram decorridos 11/32 do dia e trabalhou por um período equivalente a 1/20 de uma semana. Assim sendo, nesse dia sua jornada de trabalho foi encerrada às:

a) 16 horas e 26 minutos. d) 17 horas e 28 minutos.

b) 16 horas e 39 minutos. e) 17 horas e 36 minutos.
c) 16 horas e 42 minutos.
Resolução: 1 dia = 24 horas e
1 semana = 7 dias = 7 x 24 = 168 horas
Início da jornada de trabalho:
$\frac{11}{\cancel{32}} \cdot \cancel{24} = \frac{11 \cdot 3}{4} = \frac{33}{4} = 8,25$ = 8 horas e 15 minutos.
Duração da jornada de trabalho:
$\frac{1}{20} \cdot 168 = 8,4$ = 8 horas e 24 minutos.
Término da jornada de trabalho: 8 horas e 15 minutos +
8 horas e 24 minutos
16 horas e 39 minutos (B)

68. O volume da caixa d'água de uma unidade é 12 m^3, estando a caixa cheia e gastando cada homem 10 litros d'água num banho, podem banhar-se portanto:
a) 12.000 homens b) 120 homens
c) 1.200 homens d) 120.000 homens
$1m^3 = 1000\ell \Rightarrow 12m^3 = 12000\ell \div 10 =$ **1200 homens (C)**

69. Uma indústria produz 900 litros de óleo por dia, que devem ser embalados em latas de $30cm^3$. Para isso serão necessários:
a) 300 latas b) 3.000 latas
c) 30.000 latas d) 300.000 latas
$1\ell = 1dm^3 \Rightarrow 900\ell = 900dm^3 = \frac{900.000\ cm^3}{30\ cm^3} =$ **30.000 latas (C)**

70. Dadas as afirmativas abaixo:
- Uma pessoa comprou 6 pacotes de macarrão de 750g cada. Se já consumiu 2,6kg, a quantidade restante é superior a 2,0kg.
- Para chegar a cidade B, existem 4 estradas que medem respectivamente, 1km, 500m, 50hm e 100.000 dm. A estrada de maior comprimento é aquela que mede 1km.
- um hidrômetro marca o consumo de $3m^3$ de água. Então foram gastos 3000 litros.

Julgando verdadeiro(V) e falso(F), marque a alternativa em que se encontra a seqüência correta:
a) V – F – V b) F – V – F c) V – V – F d) F – F – V
6 x 750 g = 4500g = 4,5 kg – 2,6 kg = **1,9 kg < 2,0 kg (F)**
km hm dam m dm
1, 0 **(F)**
0, 5 0 0
5, 0
10, 0 0 0 0
$1m^3 = 1000\ell \Rightarrow 3m^3 = 3000\ell$ **(V)** **F – F – V (D)**

71. Uma gráfica recebeu um lote com 1 250 pacotes de papel. Se cada pacote pesa 2 200 gramas, quantos quilogramas de papel tem esse lote?
a) 27,5 b) 275 c) 2 750
d) 27 500 e) 275 000
2.200 g = 2,2 kg x 1250 = **2.750 kg (C)**

EQUAÇÕES, INEQUAÇÕES E SISTEMAS DO 1º GRÁU

1. EQUAÇÃO DO 1º GRÁU
É toda equação do tipo: **ax + b = 0** (com a ≠ 0)

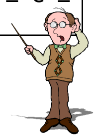
1.1. RAIZ
A raiz de uma equação é qualquer valor de **x** que satisfaça a equação. Resolver uma equação significa encontrar a raiz, isto é, o valor de x. **As equações do 1º gráu têm sempre uma única raiz real.**
Ex: Resolver as equações abaixo:

5x + 10 = 0
5x = –10
x = –10/5
x = –2

5x + 2 = 2x + 23
5x – 2x = 23 – 2
3x = 21 ⇒ x = 21/3
x = 7

2. INEQUAÇÃO DO 1º GRÁU
Resolver uma inequação num dado conjunto numérico, significa encontrar o conjunto de todos os valores que satisfazem a inequação. São as inequações do tipo:
ax + b > 0 ax + b < 0 ax + b ≠ 0
ax + b ≥ 0 ax + b ≤ 0 (Todas com a ≠ 0)

OBS: É sempre possível multiplicar os dois lados de uma inequação por –1 para obter a > 0, lembrando que, ao multiplicar a inequação por –1, os sinais > e <, ou ≥ e ≤ serão sempre trocados um pelo outro.

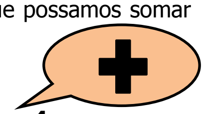


Ex: Resolver a inequação abaixo:
$2x + 16 < 0 \Rightarrow 2x < -16 \Rightarrow x < \frac{-16}{2} \Rightarrow$ **{x < – 8}**

3. SISTEMAS LINEARES
É todo sistema de várias equações e várias incógnitas, todas do 1º gráu.
Resolver um sistema é encontrar os valores das incógnitas.
Um sistema linear pode ter mais de uma solução pode até não ter solução alguma.
Se um sistema linear qualquer:
Tem uma única solução – é chamado determinado.
Tem várias soluções – é chamado indeterminado.
Não tem solução – é chamado de impossível.

3.1 TIPOS DE RESOLUÇÃO
Existem diversas formas de se resolver sistemas, mostraremos duas mais usadas:

a) Método da Adição - Consiste em multiplicar uma das equações por um multiplicador de maneira que possamos somar as equações eliminando incógnitas.
Ex: $\begin{cases} 3x - y = 14\ (2) \\ 5x + 2y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - \cancel{2y} = 28 \\ 5x + \cancel{2y} = 16 \end{cases}$
$11x = 44 \Rightarrow$ **x = 4**



Após encontrar o valor de x, basta substituir em qualquer uma das equações para se obter o valor de y.
3x – y = 14 ⇒ 3.4 – y = 14⇒ – y = 2 ⇒ **y = –2**
Solução do sistema ⇒ S = {(4, – 2)}

b) Método da Substituição - Consiste em isolar uma incógnita em uma das equações, determinando seu valor em função da outra incógnita, e substituir na outra equação.
Ex: $\begin{cases} x + y = 10 \Rightarrow x = 10 - y \\ x + 2y = 17 \Rightarrow 10 - y + 2y = 17 \Rightarrow y = 17 - 10 \Rightarrow \mathbf{y = 7} \end{cases}$
Após encontrar o valor de y, basta substituir em x = 10 – y
x = 10 – 7⇒ **x = 3**
Solução do sistema ⇒ S = {(3, 7)}

TESTES – EQUAÇÃO DO 1º GRÁU

01. Resolvendo a equação 2(2x –1) – 6(1 – 2x) = 2(4x – 5). Teremos como valor de x:
a) 1/4 b) 1/3 c) 4 d) –1/4 e) –1/3
2(2x –1) – 6(1 – 2x) = 2(4x – 5)
4x – 2 – 6 + 12x = 8x – 10
16x – 8x = 8 – 10
8x = – 2 ⇒ x = –2/8 ⇒ **x = –1/4 (D)**

02. Achando a raiz da equação $\frac{3x}{4} - \frac{2}{3} = x - \frac{5}{2}$:
a) 22/3 b) 3/22 c) 11/4 d) 4/11 e) –22/3

$\frac{3x}{4} - \frac{2}{3} = x - \frac{5}{2}$, mmc = 12, $9x - 8 = 12x - 30$
$9x - 12x = 8 - 30 \Rightarrow -3x = -22(-1) \Rightarrow$ **x = 22/3(A)**

03. A diferença entre o triplo de um número e 200, é igual a 16. Determine esse número:
a) 67 b) 65 c) 72 d) 77 e) 62
$3x - 200 = 16 \Rightarrow 3x = 16 + 200 \Rightarrow x = 216/3 \Rightarrow$ **x = 72(C)**

04. Ao dobro de um número adicionamos 12 e o resultado é igual à metade do mesmo número, aumentado de 108. Qual é o número procurado?
a) 67 b) 65 c) 63 d) 66 e) 64
$2x + 12 = x/2 + 108$, mmc=2
$4x + 24 = x + 216 \Rightarrow 4x - x = 216 - 24$
$3x = 192 \Rightarrow x = 192/3 \Rightarrow$ **x = 64 (E)**

05. Um terreno de 920 m^2 de área foi reservado para a construção de uma escola. Essa escola deverá ter 10 salas de aula, todas com a mesma área, e um pátio de 320 m^2. Qual deverá ser a área de cada sala de aula?
a) 70 m^2 b) 60 m^2 c) 80 m^2 d) 50 m^2 e) 40 m^2
área da sala = x
$10x + 320 = 920 \Rightarrow 10x = 920 - 320 \Rightarrow x = 600/10$
(salas + pátio = terreno) **x = 60 m^2 (B)**

06. A soma de dois números é 207. O maior deles supera o menor em 33 unidades. Qual é o maior número?
a) 123 b) 153 c) 120 d) 87 e) 33
$x, x+33 \Rightarrow x + x + 33 = 207 \Rightarrow 2x = 207 - 33$
$x = 174/2 \Rightarrow$ **x = 87** **x+33** = 87+33 = **120(C)**

07. Em uma prova de campeonato mundial de Fórmula 1, um corredor desiste da competição ao completar 2/5 do percurso total da prova, por defeito mecânico no seu carro. Se tivesse corrido mais 36 km, teria cumprido a metade do percurso total. De quantos km é o percurso total da prova?
a) 120 km b) 280 km c) 380 km
d) 360 km e) 250 km
Percurso total = x
$\frac{2x}{5} + 36 = \frac{x}{2}$, (mmc =10) , $4x + 360 = 5x$
$360 = 5x - 4x \Rightarrow$ **x = 360 km (D)**

08. Em um colégio, 1/5 dos professores ensinam Matemática. Sabendo-se que no colégio ainda tem 24 professores que ensinam outras matérias, quantos professores há ao todo nesse colégio?
a) 35 b) 30 c) 40 d) 45 e) 50
nº de professores = x
$x - \frac{x}{5} = 24 \Rightarrow \frac{5x - x}{5} = 24 \Rightarrow \frac{4x}{5} = 24 \Rightarrow x = \frac{24 . 5}{4}$
$x = 6 . 5 \Rightarrow$ **x = 30 (B)**

09. Uma tábua de comprimento 240 cm deve ser repartida em duas partes. O comprimento da parte maior é igual ao triplo do comprimento da menor. Determinar o comprimento da parte maior.
a) 180 b) 60 c) 120 d) 80 e) 160
Parte menor = x, Parte maior = 3x
$x + 3x = 240 \Rightarrow 4x = 240 \Rightarrow x = 240/4 \Rightarrow x = 60$
3x = 3 . 60 = **180 (A)**

10. Em um estacionamento, há carros e motos, num total de 38 veículos e 136 rodas. Quantas motos e quantos carros há nesse estacionamento?
a) 12 e 26 b) 8 e 30 c) 4 e 34 d) 6 e 32 e) 10 e 28
$\begin{cases} c + m = 38\ (-2) \\ 4c + 2m = 136 \end{cases} \begin{cases} -2c - \cancel{2m} = -76 \\ 4c + \cancel{2m} = 136 \end{cases}$
$2c = 60 \Rightarrow c = 60/2 \Rightarrow$ **c = 30**
$c + m = 38 \Rightarrow 30 + m = 38 \Rightarrow m = 38 - 30 \Rightarrow$ **m = 8 (B)**

11. O conjunto verdade da inequação $3x + 4 \geq 2x + 5$ é:
a) $\{x \leq 1\}$ b) $\{x \leq -1\}$ c) $\{x > 1\}$
d) $\{x \geq -1\}$ e) $\{x \geq 1\}$
$3x + 4 \geq 2x + 5 \Rightarrow 3x - 2x \geq 5 - 4 \Rightarrow$ **x ≥ 1(E)**

12. Determine os valores de **x** na inequação para que ela seja verdadeira no campo dos números Reais:
$\frac{x}{2} + \frac{1 - x}{5} > \frac{1}{2}$
a) $\{x < 1\}$ b) $\{x > -1\}$ c) $\{x > 1\}$
d) $\{x < -1\}$ e) $\{x \geq 1\}$
$\frac{x}{2} + \frac{1 - x}{5} > \frac{1}{2}$, mmc = 10, $5x + 2(1 - x) > 5$
$5x + 2 - 2x > 5 \Rightarrow 3x > 3 \Rightarrow$ **x > 1 (C)**

13. A resolução do sistema é: $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$
a) (2;3) b) (−2; −3) c) (−3;2) d) (3; −2) e) (3;2)
$\begin{cases} x + \cancel{y} = 5 \\ x - \cancel{y} = 1 \end{cases}$
$2x = 6 \Rightarrow$ **x = 3**
$x + y = 5$
$3 + y = 5$
$y = 5 - 3 \Rightarrow$ **y = 2 (E)**

14. Resolvendo o sistema encontramos: $\begin{cases} x + y = 27 \\ x + z = 35 \\ y + z = 38 \end{cases}$
a) x = 15 b) y = 12 c) z = 15 d) x = 12 e) y = 23
$\begin{cases} x + y = 27 \\ x + z = 35 \\ y + z = 38(-1) \end{cases} \begin{cases} x + \cancel{y} = 27 \\ x + \cancel{z} = 35 \\ \cancel{-y - z} = -38 \end{cases}$
$2x = 24 \Rightarrow x = 24/12 \Rightarrow$ **x = 12(D)**
$x + y = 27 \Rightarrow y = 27 - 12 \Rightarrow$ **y = 15**
$x + z = 35 \Rightarrow z = 35 - 12 \Rightarrow$ **z = 23**

15. Quando meu filho nasceu, eu tinha 26 anos. Daqui a sete anos, terei o triplo de sua idade. Meu filho tem:
a) 1 ano b) 4 anos c) 5 anos
d) 6 anos e) 7 anos
Hoje: pai = x Daqui a sete anos: pai = x + 7
filho = y filho = y + 7
$\begin{cases} x - y = 26 \\ x + 7 = 3(y + 7) \Rightarrow x + 7 = 3y + 21 \Rightarrow x - 3y = 21 - 7 \end{cases}$
$\begin{cases} x - y = 26 \\ x - 3y = 14\ (-1) \end{cases} \begin{cases} \cancel{x} - y = 26 \\ \cancel{-x} + 3y = -14 \end{cases}$
$2y = 12 \Rightarrow$ **y = 6 anos (D)**

16. Dois números são tais que se multiplicando o maior por 5 e o menor por 6 os produtos serão iguais. O menor aumentado de 1 unidade, fica igual ao maior diminuído de 2 unidades. Então:
a) O produto deles é igual a 300.
b) Cada um deles é maior que 20.
c) Os dois números são ímpares.
d) Os dois números são pares.
e) A soma deles é igual a 33.
x = maior número $\begin{cases} 5x = 6y \Rightarrow x = 6y/5 \\ y + 1 = x - 2 \end{cases}$
y = menor número
$y+1 = \frac{6y}{5} - 2 \Rightarrow 5(y+1) = 6y - 10 \Rightarrow 5y + 5 = 6y - 10$

$5y - 6y = -10 - 5 \Rightarrow -y = -15 \Rightarrow \mathbf{y = 15}$
$x = 6y/5 \Rightarrow x = 6.15 / 5 \Rightarrow \mathbf{x = 18}$ **x + y = 33 (E)**

17. Numa gincana cultural, cada resposta correta vale 5 pontos, mas perdem-se 3 pontos a cada resposta errada. Em 20 perguntas uma equipe conseguiu uma pontuação final de 44 pontos. Quantas perguntas esta equipe acertou?
a) 7 b) 9 c) 11 d) 13 e) 15

$$\begin{cases} c + e = 20(x3) \\ 5c - 3e = 44 \end{cases} \quad \begin{cases} 3c + 3e = 60 \\ 5c - 3e = 44 \end{cases}$$
$8c = 104 \Rightarrow c = 104/8 \Rightarrow$ **c = 13 (D)**

18. Um colégio tem 525 alunos, entre moças e rapazes. A soma dos quocientes do número de rapazes por 25 e do número de moças por 30 é igual a 20. Quantas são as moças do colégio?
a) 150 b) 225 c) 250 d) 325 e) 375

$$\begin{cases} h + m = 525 \\ \frac{h}{25} + \frac{m}{30} = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} h + m = 525\ (-6) \\ 6h + 5m = 3000 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{-6h} - 6m = -3150 \\ \cancel{6h} + 5m = 3000 \end{cases}$$
$-m = -150 \Rightarrow$ **m = 150 (A)**

19. Somando-se 8 ao numerador, uma fração ficaria equivalendo a 1. Se em vez disso, somássemos 7 ao denominador da mesma fração, ela ficaria equivalendo a 1/2. A soma do numerador e do denominador desta fração é igual a:
a) 36 b) 38 c) 40 d) 42 e) 44

$$\begin{cases} \frac{x + 8}{y} = 1 \\ \frac{x}{y + 7} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x + 8 = y \\ 2x = y + 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = -8(-1) \\ 2x - y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} -x + \cancel{y} = 8 \\ 2x - \cancel{y} = 7 \end{cases}$$
x = 15
$x + 8 = y \Rightarrow 15 + 8 = y \Rightarrow$ **y = 23** **x + y = 38 (B)**

20. Num quintal encontram-se galinhas e coelhos, num total de 30 animais. Contando os pés seriam, ao todo, 94. Quantos coelhos e quantas galinhas estão no quintal?
a) 11 coelhos e 19 galinhas b) 13 coelhos e 17 galinhas
c) 15 coelhos e 15 galinhas d) 17 coelhos e 13 galinhas
e) 19 coelhos e 11 galinhas.

$$\begin{cases} g + c = 30(-2) \\ 2g + 4c = 94 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{-2g} - 2c = -60 \\ \cancel{2g} + 4c = 94 \end{cases}$$
$2c = 34 \Rightarrow c = 34/2 \Rightarrow$ **c = 17**
$g + c = 30 \Rightarrow g = 30 - 17 \Rightarrow$ **g = 13 (D)**

21. Um cientista tem em seu laboratório algumas cobras, sapos e morcegos. Ao todo são 14 cabeças, 26 patas 6 asas. Quantos animais de cada tipo estão no laboratório?
a) 3 morcegos, 3 sapos e 6 cobras
b) 6 morcegos, 5 sapos e 3 cobras
c) 3 morcegos, 6 sapos e 5 cobras
d) 6 morcegos, 3 sapos e 5 cobras
e) 3 morcegos, 5 sapos e 6 cobras

$$\begin{cases} c + s + m = 14 \\ 4s + 2m = 26 \\ 2m = 6 \Rightarrow m = 6/2 \Rightarrow \mathbf{m = 3} \end{cases}$$
$4s + 2 . 3 = 26 \Rightarrow 4s = 26 - 6 \Rightarrow s = 20/4 \Rightarrow$ **s = 5**
$c + 5 + 3 = 14 \Rightarrow c = 14 - 8 \Rightarrow$ **c = 6 (E)**

22. Três números possuem a seguinte relação: O 1º somado com 2º é igual a 40, o 2º somado com 3º é igual a 70 e o 1º somado com o 3º é igual a 60. Então:
a) O menor é 10. d) O do meio é 25.
b) O maior é 30. e) O maior é o dobro do menor.
c) Um deles é par.

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ y + z = 70\ (-1) \\ x + z = 60 \end{cases} \quad \begin{cases} x + \cancel{y} = 40 \\ \cancel{-y} - \cancel{z} = -70 \\ x + \cancel{z} = 60 \end{cases}$$
$2x = 30 \Rightarrow$ **x = 15**
$x + y = 40 \Rightarrow y = 40 - 15 \Rightarrow$ **y = 25 (D)**
$x + z = 60 \Rightarrow z = 60 - 15 \Rightarrow$ **z = 45**

23. Dois amigos foram almoçar em um restaurante para comemorarem a aprovação em um concurso público. No momento de pagarem a conta, constataram que seria necessária toda a quantia que possuíam em suas carteiras para totalizar o valor exato da conta. Sabendo que, se o primeiro desse R$ 5,00 ao segundo, eles ficariam com a mesma quantia, e se o segundo desse R$ 5,00 ao primeiro, este ficaria com o triplo da quantia que restou ao segundo, o valor total da conta foi:
a) inferior a r$ 27,50. d) entre r$ 37,50 e r$ 42,50.
b) entre r$ 27,50 e r$ 32,50. e) superior a r$ 42,50.
c) entre r$ 32,50 e r$ 37,50.

$$\begin{cases} x - 5 = y + 5 \Rightarrow x - y = 5 + 5 \\ x + 5 = 3(y - 5) \Rightarrow x + 5 = 3y - 15 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{x} - y = 10 \\ 3y - \cancel{x} = 20 \end{cases}$$
$2y = 30 \Rightarrow$ **y = 15**
$x - y = 10 \Rightarrow x = 10 + 15 \Rightarrow$ **x = 25** **x + y = 40 (D)**

24. Carlos tinha um conjunto de canetas que comprou a R$ 0,65 cada. Perdeu três canetas e vendeu o restante ao seu primo por R$ 1,10 cada, obtendo R$ 2,10 de lucro. O número de canetas que Carlos vendeu ao seu primo foi:
a) 8 b) 9 c) 10 d) 11 e) 12
x = nº de canetas / Preço de compra = 0,65x
x – 3 (perdeu três) / Preço de Venda = (x–3).1,10
Lucro = 2,10
Preço de Venda = Preço de compra + Lucro
(x – 3).1,10 = 0,65x + 2,10⇒1,10x – 3,30 = 0,65x +2,10
1,10x – 0,65x = 2,10 + 3,30 ⇒0,45x = 5,40
x = 5,40/0,45⇒ **x = 12** ⇒ **x – 3 = 9 canetas (B)**

25. O ingresso para entrar em um parque nacional custa R$ 2,00 por criança e R$ 5,00 por adulto. Num dia entraram 57 pessoas no parque, e foi obtida a receita total de R$ 222,00. Nesse dia, o valor absoluto da diferença entre o número de crianças e adultos que entraram no parque foi de:
a) 15 b) 21 c) 26 d) 30 e) 36
Crianças (c) = 2,00, Adultos (a) = 5,00

$$\begin{cases} c + a = 57(-2) \\ 2c + 5a = 222 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{-2c} - 2a = -114 \\ \cancel{2c} + 5a = 222 \end{cases}$$
$3a = 108 \Rightarrow a = 108/3 \Rightarrow$ **a = 36**
$c + a = 57 \Rightarrow c = 57 - 36 \Rightarrow$ **c = 21** **a – c = 15 (A).**

26. Em uma prova de 20 questões, o candidato recebe 4 pontos por cada resposta certa e perde 1 ponto por cada questão não respondida corretamente. André Obteve 20 pontos. Qual seria a nota de André, se cada resposta certa valesse 6 pontos e cada resposta errada fizesse com que ele perdesse 2 pontos?
a) 12 b) 16 c) 20 d) 22 e) 24

$$\begin{cases} c + \cancel{e} = 20 \\ 4c - \cancel{e} = 20 \end{cases}$$
$5c = 40 \Rightarrow c = 40/5 \Rightarrow$ **c = 8**
$c + e = 20 \Rightarrow e = 20 - 8 \Rightarrow$ **e = 12**
$6c - 2e = 6 . 8 - 2 . 12 = 48 - 24 =$ **24 (E)**

27. Uma empresa de Telefonia Móvel cobra de seus clientes R$ 0,20 por minuto, para ligações entre telefones habilitados por ela e R$ 0,30 por minuto, para ligações entre telefones habilitados por ela e outras operadoras. Um cliente dessa empresa pagou R$ 24,00 referente a 100 minutos de ligações efetuadas nos dois modos. O número de minutos que esse cliente utilizou, ligando para telefones de outras operadoras é:
a) 15 b) 30 c) 40 d) 55 e) 60
x = ligações entre telefones da mesma operadora.
y = ligações para telefones de outra operadora.

$$\begin{cases} x + y = 100\ (-0{,}20) \end{cases} \quad \begin{cases} -\cancel{0{,}20x} - 0{,}20y = -20 \end{cases}$$

$0{,}20x + 0{,}30y = 24 \qquad \underline{\cancel{0{,}20x} + 0{,}30y = 24}$
$\qquad\qquad\qquad\qquad 0{,}10y = 4$
$y = 4 / 0{,}10 \Rightarrow$ **$y = 40$ minutos (C)**

28. A idade atual de Carlos é a diferença entre a metade da idade que ele terá daqui a 20 anos e a terça parte da que teve 5 anos atrás. Podemos então afirmar que atualmente:
a) Carlos é uma criança de menos de 12 anos.
b) Carlos é um jovem de mais de 12 anos e menos de 21.
c) Carlos tem mais de 21 anos e menos de 30.
d) Carlos já passou dos 30 anos e não chegou aos 40.
e) Carlos tem mais de 60 anos.
$x = (x + 20)/2 - (x - 5)/3 \Rightarrow 6x = 3(x + 20) - 2(x - 5)$
$6x = 3x + 60 - 2x + 10 \Rightarrow 6x - 3x + 2x = 60 + 10$
$5x = 70 \Rightarrow x = 70/5 \Rightarrow$ **$x = 14$ (B)**

29. Em três salas onde são realizadas provas de um Concurso, há ao todo 190 candidatos. Se passarmos 20 candidatos da primeira sala para a segunda, esta ficará com 60 candidatos a mais que a primeira. Mas, se passarmos 5 candidatos da segunda para a terceira, esta ficará com 40 candidatos a mais que a segunda. O número de candidatos da segunda sala é:
a) 65 b) 60 c) 55 d) 50 e) 40

$\begin{cases} x + y + z = 190 \\ x - 20 + 60 = y + 20 \\ y - 5 + 40 = z + 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z = 190 \\ x - y = -20 \quad (-1) \\ y - z = -30 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{x} + y + \cancel{z} = 190 \\ -\cancel{x} + y = 20 \\ \underline{y - \cancel{z} = -30} \end{cases}$
$3y = 180$
$y = 180/3 \Rightarrow$ **$y = 60$ (B)**

30. José Antônio tem o dobro da idade que Antônio José tinha quando José Antônio tinha a idade que Antônio José tem. Quando Antônio José tiver a idade que José Antônio tem, a soma das idades deles será 63 anos. Quantos anos José Antônio têm?
a) 22 b) 24 c) 26 d) 28 e) 30

	J	A	
Passado	2x – y	x	
Presente	**2x**	2x – y	
Futuro	2x + y	2x	= 63

$\begin{cases} 2x - y - x = 2x - (2x - y) \Rightarrow \\ 2x + y + 2x = 63 \Rightarrow \end{cases} \begin{cases} x = 2y \\ 4x + y = 63 \end{cases}$
$4 \cdot 2y + y = 63 \Rightarrow 9y = 63 \Rightarrow$ **$y = 7$**
$x = 2 \cdot 7 \Rightarrow x = 14$
$2x = 28$ (D)

31. O Salário de Sérgio é igual a 3/7 do salário de Renato. No entanto, se Sérgio tivesse um acréscimo de R$ 2.400,00 em seu salário, passaria a ter um salário igual ao de Renato. A soma dos salários de Sérgio e Renato é:
a) R$ 3.800,00 b) R$ 4.200,00 c) R$ 5.000,00
d) R$ 6.000,00 e) R$ 10.000,00
$\begin{cases} S = 3R/7 \\ S + 2400 = R \Rightarrow \dfrac{3R}{7} + 2400 = R \Rightarrow 2400 = R - \dfrac{3R}{7} \end{cases}$
$2400 \cdot 7 = 7R - 3R \Rightarrow 2400 \cdot 7 = 4R$
R $= \dfrac{2400 \cdot 7}{4} =$ **4200**
$S = R - 2400 \Rightarrow S = 4200 - 2400 \Rightarrow$ **$S = 1800$**
$S + R$ $= 1800 + 4200 =$ **6000 (D)**

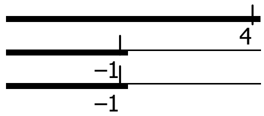
32. (PRF/2004) Dos veículos que foram parados em uma barreira rodoviária durante uma operação, 425 eram motocicletas ou automóveis. Um policial rodoviário, por diversão, resolveu calcular o total de rodas desses veículos, contando cinco rodas para cada automóvel (quatro rodas montadas mais um estepe) e duas para cada motocicleta, mas errou o total, pois 20% dos automóveis que foram parados estavam trafegando sem o estepe. Sabendo que o total correto de rodas era 1.830, julgue os itens abaixo:

a) 75 Automóveis que foram parados estavam trafegando sem estepe.
b) 70 Motocicletas foram paradas durante a operação.
c) O total de automóveis com estepe que foram parados durante a operação é cinco vezes o número do total de automóveis que estavam sem estepe.
d) A razão entre o número de automóveis e o número de motocicletas que foram parados na barreira é 14/3.
e) O número total de pneus dos automóveis parados durante a operação é 1750.

$20\%c = \dfrac{c}{5} \Rightarrow 4$ rodas $\quad / \quad 80\%c = \dfrac{4c}{5} \Rightarrow 5$ rodas
$\begin{cases} c + m = 425 \\ 4 \cdot \dfrac{c}{5} + 5 \cdot \dfrac{4c}{5} + 2 \cdot M = 1830 \end{cases} \quad \begin{cases} c + m = 425 (-10) \\ 24c + 10m = 9150 \end{cases}$
$\begin{cases} -10c - 10m = -4250 \\ \underline{24c + 10m = 9150} \end{cases}$
$14c = 4900 \Rightarrow c = 4900/14 \Rightarrow$ **$c = 350$ carros**
$c + m = 425 \Rightarrow m = 425 - 350 \Rightarrow$ **$m = 75$ motos**
350___100% $\quad x = \dfrac{350.20}{100} =$ **70 carros sem estepe**
x____20% $\qquad$ **280 carros com estepe**
$\dfrac{350}{75} =$ **14/3 (D)**

33. Durante uma visita turística ao Ver-o-Peso em Belém-Pa, alguns turistas estavam à procura do tão conhecido Açaí, e dos pratos típicos: Tacacá e Maniçoba. Um grupo ocupou uma barraca e consumiu 9 tigelas de açaí e 7 cuias de tacacá totalizando R$ 71,00. Um segundo grupo em outra barraca pagou R$ 45,00 por 9 tigelas de açaí e 3 pratos de maniçoba. Um terceiro grupo em uma terceira barraca consumiu 5 cuias de tacacá e 3 pratos de maniçoba gerando uma despesa de R$ 34,00. Sabendo que no Ver-o-Peso os preços das barracas são tabelados, quanto custariam 2 tigelas de açaí, 1 cuia de tacacá e 3 pratos de maniçoba numa quarta barraca?
a) R$ 22,00 b) R$ 25,00 c) R$ 30,00
d) R$ 33,00 e) R$ 40,00
$\begin{cases} 9a + 7t = 71 \\ 9a + 3m = 45 \; (-1) \\ 5t + 3m = 34 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{9a} + 7t = 71 \\ -\cancel{9a} - 3m = -45 \\ \underline{5t + 3m = 34} \end{cases}$
$12t = 60 \Rightarrow t = 60/12 \Rightarrow$ **$t = 5$**
$5 \cdot 5 + 3m = 34 \Rightarrow 3m = 34 - 25 \Rightarrow m = 9/3 \Rightarrow$ **$m = 3$**
$9a + 7t = 71 \Rightarrow 9a = 71 - 35 \Rightarrow a = 36/9 \Rightarrow$ **$a = 4$**
$2a + 1t + 3m = 2.4 + 1.5 + 3.3 = 8 + 5 + 9 =$ **22,00 (A)**

34. As soluções simultâneas das inequações $\begin{cases} 2x - 1 < x + 3 \\ -2x + 3 > x + 6 \end{cases}$ são os valores reais de x tais que:
a) $x > 4$ b) $x < 4$ c) $x < -1$
d) $-1 < x < 4$ e) $x < -1$ ou $x < 4$
$2x - 1 < x + 3 \qquad -2x + 3 > x + 6$
$2x - x < 3 + 1 \qquad -2x - x > 6 - 3$
$x < 4$ $\qquad -3x > 3 \; (-1) \Rightarrow$ **$x < -1$**



35. Certo dia um correntista fez três depósitos, de valores A, B e C reais, num total de R$ 3.660,00. Se de C subtrairmos B, obtemos R$ 305,00 e B corresponde a 3/5 de A. O menor desses três depósitos foi de:
a) R$ 879,00 b) R$ 915,00 c) R$ 1.021,35
d) R$ 1.220,00 e) R$ 1.326,35

$\begin{cases} A + B + C = 3660 \\ C - B = 305 \Rightarrow C = 305 + B \\ B = \frac{3A}{5} \Rightarrow A = \frac{5B}{3} \end{cases}$ C = 305 + B = 305 + 915, **C = 1.220,00**, A = 3660 – 915 – 1220, **A = 1.525,00**

A + B + C = 3660

$\frac{5B}{3} + B + 305 + B = 3660 \Rightarrow \frac{5B}{3} + 2B = 3660 - 305$

$\frac{11B}{3} = 3355 \Rightarrow 11B = 3355 \cdot 3 \Rightarrow B = \frac{10065}{11} =$ **915,00 (B)**

36. (CEF) Antônio tem 270 reais, Bento tem 450 reais e Carlos nada tem. Antônio e Bento dão parte de seu dinheiro a Carlos de tal maneira que todos acabam ficando com a mesma quantia. O dinheiro dado por Antônio representa, aproximadamente, quanto por cento do que ele possuía?

a) 11,1 b) 13,2 c) 15,2 d) 33,3 e) 35,5

$\left.\begin{matrix} A = 270 \\ B = 450 \end{matrix}\right\}$ $\frac{A + B}{3} = \frac{270 + 450}{3} = \frac{720}{3} \Rightarrow C = A = B = 240$

Antonio tinha = 270 , ficou com = 240, deu = 30

270-----100% x% = 30 . 100 ⇒ **x = 11,11% (A)**
30----- x%

37. Na saída do trabalho, um grupo de amigos foi a uma padaria e três deles se encarregaram de pagar as despesas. O primeiro pagou R$ 3,30 por 3 cafés e 2 pães com manteiga. O segundo pagou R$ 3,20 por 2 cafés e 3 pães com manteiga. O terceiro pagou, por 2 cafés e 1 pão com manteiga, a quantia de:

a) R$ 1,80 b) R$ 1,90 c) R$ 2,00
d) R$ 2,10 e) R$ 2,20

$\begin{cases} 3c + 2p = 3{,}30\ (-3) \\ 2c + 3p = 3{,}20\ (2) \end{cases}$

$\begin{cases} -9c - \cancel{6p} = -9{,}90 \\ 4c + \cancel{6p} = 6{,}40 \end{cases}$

– 5c = – 3,50

$c = \frac{3{,}50}{5} \Rightarrow$ **c = 0,70**

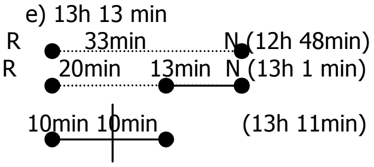
3c + 2p = 3,30
3 . 0,70 + 2p = 3,30
2,10 + 2p = 3,30
2p = 3,30 – 2,10
p = 1,20 / 2 ⇒ **p = 0,60**
o terceiro pagou: 2c + 1p
= 2 . 0,70 + 0,60 = **2,00 (C)**

38. A ligação rodoviária entre o Rio e Niterói é feita por ônibus em 33 minutos. A que horas o ônibus que saiu de Niterói às 12h e 48 min cruza com o que saiu do Rio às 13h e 1min?

a) 13h 9min b) 13h 10min c) 13h 11min
d) 13h 12min e) 13h 13 min

$\begin{cases} \cancel{R} + N = 33 \\ N - \cancel{R} = 13 \end{cases}$

2N = 46
N = 23min
N = 12h 48min +
23 min
13h 11 min (C)



39. Dois amigos combinaram disputar uma série de partidas de videogame. A disputa constaria de duas etapas: nas 20 partidas iniciais, o vencedor ganharia, por partida, 2 pontos e na segunda etapa, o vencedor ganharia 1 ponto em cada uma das 29 partidas restantes. O perdedor não ganharia ponto e nenhuma partida poderia terminar empatada. Um dos dois jogadores ganhou 11 das partidas da primeira etapa. O número mínimo de partidas que esse jogador ainda deve ganhar para ser o campeão nesta disputa é:

a) 13 b) 26 c) 5 d) 10 e) 18

20 partidas x 2 pontos = 40 pontos
29 partidas x 1 ponto = 29 pontos
69 pontos (min p/ ganhar = 35)

Jogador A ⇒ (11.2) + x = 35 ⇒22 + x = 35⇒ **x =13 (A)**

40. (Marituba) Cada filha de Macário tem o número de irmãs igual à terça parte do número de irmãos. Cada filho de Macário tem o número de irmãos igual ao dobro do número de irmãs. O total de filhas de Macário é:

a) 4 b) 7 c) 10 d) 9 e) 13

x = número de filhas x – 1 = y/3⇒ y = 3x – 3
y = número de filhos y – 1 = 2x
3x – 3 – 1 = 2x⇒ 3x – 2x = 4⇒ **x = 4 (A)**

41. (Marituba) A diferença entre o triplo de um número e sua terça parte, excede em 10 unidades esse número. O quadrado desse número é:

a) 4 b) 6 c) 36 d) 49 e) 64

$3x - \frac{x}{3} = x + 10\ (3) \Rightarrow 9x - x = 3x + 30 \Rightarrow 8x - 3x = 30$

5x = 30⇒ x = 30/5 = 6⇒ $\mathbf{x^2 = 36}$ **(C)**

42. (SEAD/SEEL) Para recompor as energias de seus atletas em uma corrida, uma academia gastou R$ 107,00 na compra de 12 latas de Red Bull e 16 garrafas de Gatorade. Sabe-se que por uma lata de Red Bull e uma de Gatorade, esta academia pagou R$ 8,00. Sendo assim, uma garrafa de Gatorade custou:

a) R$ 3,15 b) R$ 2,95 c) R$ 2,75 d) R$ 2,55 e) R$ 2,35

$\begin{cases} 12r + 16g = 107 \\ r + g = 8\ (-12) \end{cases}$ $\begin{cases} \cancel{12r} + 16g = 107 \\ -\cancel{12r} - 12g = -96 \end{cases}$

4g = 11 ⇒ g = 11/4 ⇒ **g = 2,75 (C)**

43. Se a soma de dois números é igual a vinte e a diferença igual 4. Quanto vale o produto destes dois números?

a) 96 b) 80 c) 66 d) 56 e) 50

$\begin{cases} x + \cancel{y} = 20 \\ x - \cancel{y} = 4 \end{cases}$

2x = 24 ⇒ x = 24/2 ⇒ **x = 12**

x + y = 20 ⇒ 12 + y = 20 ⇒ y = 20 – 12 ⇒ **y = 8**

x . y = 12 . 8 ⇒ **x . y = 96 (A)**

44. Na reunião de um condomínio compareceram homens e mulheres. Após iniciada a sessão, um homem se retirou, e o número de mulheres presentes ficou sendo o dobro do número de homens. Posteriormente, o homem que havia saído retornou. Em seguida, saíram seis mulheres, e o número de homens e mulheres presentes ficou igual. O número de pessoas presentes quando a reunião foi iniciada era:

a) 8 b) 14 c) 18 d) 20 e) 22

h + m =?

$\begin{cases} m = 2(h - 1) \\ m - 6 = h \end{cases}$ $\begin{cases} m = 2h - 2 \\ m = h + 6 \end{cases}$

2h – 2 = h + 6 ⇒ 2h – h = 6 +2 ⇒ **h = 8**

m = h + 6 ⇒ m = 8 + 6 ⇒ **m = 14**

h + m = 8 + 14 ⇒ **h + m = 22 (E)**

45. (Bombeiro 2008) Em determinada cidade existem 3 quartéis do Corpo de Bombeiros. No quartel do Comando-Geral existem 49 viaturas a mais que no quartel do aeroporto. No quartel das Docas existem 3 viaturas a menos que no quartel do Comando-Geral. Se a quantidade total de viaturas dos três quartéis é de 329, quantas viaturas estão disponíveis no quartel das Docas?

a) 127 b) 124 c) 123 d) 78 e) 75

$\begin{cases} c = a + 49 \\ d = c - 3 \\ c + a + d = 329 \end{cases}$ $\begin{cases} c - a = 49 \\ d - c = -3\ \ (x2) \\ c + a + d = 329 \end{cases}$ $\begin{cases} c - a = 49 \\ 2d - 2c = -6 \\ c + a + d = 329 \end{cases}$

3d = 372 ⇒ **d = 124 (B)**

46. (DETRAN 2007) Num colégio há 210 alunos. A metade do número de meninas é igual 1/5 do número de meninos. O número de meninos é:

a) 420 b) 320 c) 150 d) 275 e) 400

$\begin{cases} h + m = 210 \\ \frac{m}{2} = \frac{h}{5} \end{cases}$ $\begin{cases} h + m = 210 \\ 2h = 5m \end{cases}$ $\begin{cases} h + m = 210\ (x5) \\ 2h - 5m = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 5h + \cancel{5m} = 1050 \\ 2h - \cancel{5m} = 0 \end{cases}$ $7h = 1050 \Rightarrow h = \frac{1050}{7} \Rightarrow$ **h = 150 (C)**

47. Na divisão de **n** por **d**, o quociente é igual a 8 e o resto igual a 1. Se n – d = 85, então **n** é igual a:
a) 107 b) 104 c) 102 d) 98 e) 97

$\begin{cases} n - d = 85 \\ (q \,.\, d) + r = n \end{cases}$ $\begin{cases} n - d = 85 \\ 8d + 1 = n \end{cases}$ $\begin{cases} n - d = 85 \\ \underline{8d - n = -1} \end{cases}$
$7d = 84 \Rightarrow d = 84/12 \Rightarrow d = 12$
$n - d = 85 \Rightarrow n = 85 + 12 \Rightarrow$ **n = 97 (E)**

48. Se dividirmos o número 200 em duas partes de modo que a quinta parte da primeira mais a terça parte da segunda produzam 60, a diferença entre elas será:
a) 50 b) 80 c) 100 d)120 e) 150

$\begin{cases} x + y = 200 \\ \dfrac{x}{5} + \dfrac{y}{3} = 60 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 200\ (-3) \\ 3x + 5y = 900 \end{cases}$ $\begin{cases} -3x - 3y = -600 \\ \underline{3x + 5y = 900} \end{cases}$
$2y = 300 \Rightarrow$ **y = 150**
$x + y = 200 \Rightarrow x + 150 = 200 \Rightarrow x = 200 - 150 \Rightarrow$ **x = 50**
$y - x = 150 - 50 =$ **100 (C)**

49. A diferença entre dois números é 60. O menor deles é igual à terça parte do maior. O maior número é:
a) 30 b) 90 c) 120 d) 60 e) 180
1ª resolução:
$x - \dfrac{x}{3} = 60 \Rightarrow \dfrac{2x}{3} = 60 \Rightarrow 2x = 60 \,.\, 3 \Rightarrow x = \dfrac{60 \,.\, 3}{2}$
$x = 30 \,.\, 3 \Rightarrow$ **x = 90 (B)**
2ª resolução:
parte menor = x, parte maior = 3x
$3x - x = 60 \Rightarrow 2x = 60 \Rightarrow x = 30 \Rightarrow$ **3x = 90**
3ª resolução:
$\begin{cases} x - y = 60 \Rightarrow x - \dfrac{x}{3} = 60 \Rightarrow \dfrac{2x}{3} = 60 \Rightarrow 2x = 60 \,.\, 3 \\ y = \dfrac{x}{3} \end{cases}$
$x = \dfrac{60 \,.\, 3}{2} \Rightarrow x = 30 \,.\, 3 \Rightarrow$ **x = 90**

50. Resolvendo o sistema encontramos: $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 3x - y + z = 8 \\ x + y + 2z = 7 \end{cases}$

a) x = 3 b) y = 1 c) z = 2 d) x = 1 e) y = 3

$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 3x - y + z = 8 \\ x + y + 2z = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y + z = 6(-1) \\ x + y + 2z = 7 \end{cases}$ $\begin{cases} \cancel{-x} \cancel{-y} z = -6 \\ \underline{\cancel{x} + \cancel{y} + 2z = 7} \end{cases}$
z = 1

$\begin{cases} 3x - \cancel{y} + z = 8 \\ \underline{x + \cancel{y} + z = 6} \end{cases}$
$4x + 2 \,.\, 1 = 14 \Rightarrow 4x = 14 - 2 \Rightarrow x = 12/4 \Rightarrow$ **x = 3 (A)**
$x + y + 2z = 7 \Rightarrow 3 + y + 2 \,.\, 1 = 7 \Rightarrow y = 7 - 5 \Rightarrow$ **y = 2**

51. Hoje a soma das idades de um pai e seu filho é 72 anos. Há 12 anos passados, a idade do pai era 7 vezes a idade do filho. A idade do filho hoje é:
a) 10 anos b) 11 anos c) 13 anos
d) 15 anos e) 18 anos
Hoje: pai = x Há 12 anos passados: pai = x – 12
filho = y filho = y – 12
$\begin{cases} x + y = 72 \\ x - 12 = 7(y - 12) \Rightarrow x - 12 = 7y - 84 \Rightarrow x - 7y = -84 + 12 \end{cases}$
$\begin{cases} x + y = 72 \\ x - 7y = -72\ (-1) \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 72 \\ \underline{-x + 7y = 72} \end{cases}$
$8y = 144 \Rightarrow$ **y = 18 anos (E)**

52. A soma de três números inteiros consecutivos é 18. Então podemos afirmar:
a) o menor é 6.
b) o maior é par.
c) 10 é o dobro do menor.
d) 3 é o dobro do número do meio.
e) nenhum dos três números é par.
Três números consecutivos = x, x + 1, x + 2 ou então x – 1, x, x + 1
1ª resolução:
$x + x + 1 + x + 2 = 18 \Rightarrow 3x + 3 = 18 \Rightarrow 3x = 18 - 3$
$x = 15 / 3 \Rightarrow x =$ **5**, $x + 1 =$ **6**, $x + 2 =$ **7 (C)**
2ª resolução:
$x - 1 + x + x + 1 = 18 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 18/3$
$x =$ **6**, $x - 1 =$ **5**, $x + 1 =$ **7 (C)**

53. O número cujo triplo é igual a ele mesmo aumentado de 50 unidades é:
a) 25 b) 30 c) 33 d) 20 e) 15
Um número = x
$3x = x + 50 \Rightarrow 3x - x = 50 \Rightarrow 2x = 50 \Rightarrow$ **x = 25 (A)**

54. A raiz da equação $\dfrac{3(2x - 4)}{4} - \dfrac{2(3x + 2)}{3} = 4$ é:
a) – 50/3 b) 100/3 c) 100/6
d) – 50/6 e) – 100/3
$\dfrac{3(2x - 4)}{4} - \dfrac{2(3x + 2)}{3} = 4$, mmc = 12,
$9(2x - 4) - 8(3x + 2) = 48 \Rightarrow 18x - 36 - 24x - 16 = 48$
$-6x - 52 = 48 \Rightarrow -6x = 48 + 52 \Rightarrow -6x = 100\ (-1)$
$6x = 100 \Rightarrow x = -100/6 \Rightarrow$ **x = – 50/3 (A)**

55. A soma de dois números é igual a 18. Se o maior é igual ao menor aumentado em 2 unidades, o maior é:
a) 14 b) 12 c) 10 d) 8 e) 6
$\begin{cases} x = y + 2 \\ x + y = 18 \Rightarrow y + 2 + y = 18 \Rightarrow 2y = 18 - 2 \Rightarrow y = 16/2 \end{cases}$
y = 8 $\Rightarrow x = y + 2 \Rightarrow x = 8 + 2 \Rightarrow$ **x = 10 (C)**

56. Roberto e Márcia, juntos, têm 26 anos. Se Roberto tem 2 anos a mais que Márcia, qual a idade dela?
a) 14 b) 12 c) 10 d) 8 e) 6
$\begin{cases} r + m = 26 \\ r = m + 2 \end{cases}$ **(B)**
$m + 2 + m = 26 \Rightarrow 2m = 26 - 2 \Rightarrow m = 24/2 \Rightarrow$ **m = 12**

57. Paulo tem o triplo da idade de Júlia. Se a diferença entre as idades deles é de 26 anos. Quantos anos Paulo têm?
a) 13 b) 19 c) 26 d) 39 e) 45
$\begin{cases} p = 3j \\ p - j = 26 \Rightarrow 3j - j = 26 \Rightarrow 2j = 26 \Rightarrow j = 26/2 \end{cases}$
j = 13 $\Rightarrow p = 3j \Rightarrow p = 3.13 \Rightarrow$ **p = 39 (D)**

58. O triplo de um número somado com 19 resulta em 64. Esse número é:
a) 35 b) 30 c) 25 d) 20 e) 15
$3x + 19 = 64 \Rightarrow 3x = 64 - 19 \Rightarrow x = 45/3 \Rightarrow$ **x = 15 (E)**

59. Numa sacola há tomates e batatas, num total de 22 unidades. O número de tomates é igual ao número de batatas, diminuído de 6 unidades. Qual o número de batatas?
a) 14 b) 12 c) 10 d) 8 e) 6
$\begin{cases} t + b = 22 \\ t = b - 6 \end{cases}$
$b - 6 + b = 22 \Rightarrow 2b = 22 + 6 \Rightarrow b = 28/2 \Rightarrow$ **b = 14 (A)**

60. Junior e Aline juntos possuem 100 livros. Se Junior der 25 livros para Aline, eles ficarão com o mesmo número de livros. Quantos livros têm Aline?
a) 15 b) 25 c) 50 d) 75 e) 85
$\begin{cases} j + a = 100 \\ j - 25 = a + 25 \end{cases}$ $\begin{cases} j + a = 100 \\ j - a = 50\ (-1) \end{cases}$ $\begin{cases} \cancel{j} + a = 100 \\ \underline{\cancel{-j} + a = -50} \end{cases}$
$2a = 50 \Rightarrow$ **a = 25 (B)**

61. (PM 2007) A prova de um concurso continha 60 questões, e os pontos eram calculados pela fórmula **P = 3C – 2E + 120**, onde **C** era a quantidade de questões certas e **E** a de questões erradas. Um candidato que obteve 225 pontos acertou:
a) 45 questões b) 40 questões c) 30 questões
d) 20 questões e) 15 questões

$\begin{cases} c + e = 60 \\ 3c - 2e + 120 = 225 \end{cases} \quad \begin{cases} c + e = 60 \ (\times 2) \\ 3c - 2e = 105 \end{cases} \quad \begin{cases} 2c + \cancel{2e} = 120 \\ \underline{3c - \cancel{2e} = 105} \end{cases}$

$5c = 225 \Rightarrow c = 225/5 \Rightarrow$ **c = 45(A)**

62. (PRF 2008) Em uma fiscalização, foi presa uma quadrilha que transportava drogas ilícitas. Os presos foram levados para a cadeia mais próxima, e constatou-se que: se cada cela acomodasse um preso, um preso ficaria sem cela; se cada cela acomodasse dois presos, uma cela ficaria sem preso. A soma do número de presos e da quantidade de celas é:
a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

$\begin{cases} p - \cancel{c} = 1 \\ \underline{\cancel{c} - p/2 = 1} \end{cases}$

$p - p/2 = 2 \Rightarrow 2p - p = 4 \Rightarrow$ **p = 4** **p + c = 7 (E)**
$p - c = 1 \Rightarrow 4 - c = 1 \Rightarrow c = 4 - 1 \Rightarrow$ **c = 3**

63. (ESAF 2004) A solução da inequação $2x - 7 + |x + 1| \geq 0$, em R, onde R é o conjunto dos números reais, é dada por:
a) s = {x ϵ r | x ≤ 1} d) s = {x ϵ r | x ≤ 0}
b) s = {x ϵ r | x ≥ 0} e) s = {x ϵ r | x ≥ 2}
c) s = {x ϵ r | x ≤ 2}

$2x - 7 + x + 1 \geq 0 \Rightarrow 3x - 6 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq 6$
$x \geq 6/3 \Rightarrow x \geq 2$ **S = {x Є R | x ≥ 2} (E)**

64. (ESAF 2005) As idades de quatro pessoas são tais que:
- a soma das três primeiras é 73 anos.
- a soma das três últimas é 60 anos.
- a primeira somada com as duas últimas é 63 anos.
- a última somada com as duas primeiras é 68.

Com base nestas informações a idade da mais velha é:
a) 32 b) 28 c) 25 d) 20 e) 15

Quatro pessoas: x, y, z e w.

$\begin{cases} x + y + z = 73 \\ y + z + w = 60 \ (-2) \\ x + z + w = 63 \\ x + y + w = 68 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z = 73 \\ -2y - 2z - 2w = -120 \\ x + z + w = 63 \\ \underline{x + y + w = 68} \end{cases}$

$3x = 84 \Rightarrow x = 84/3 \Rightarrow$ **x = 28 (B)**

1ª equação:
$x + y + z = 73 \Rightarrow 28 + y + z = 73 \Rightarrow$ **y + z = 45**
2ª equação:
$y + z + w = 60 \Rightarrow 45 + w = 60 \Rightarrow$ **w = 15**
3ª equação:
$x + z + w = 63 \Rightarrow 28 + z + 15 = 63 \Rightarrow$ **z = 20**
y + z = 45 $\Rightarrow y + 20 = 45 \Rightarrow$ **y = 25**

65. Quando o professor Paulo entrou na sala dos professores, o número de professores (homens) presentes ficou igual ao triplo do número de professoras. Se juntamente com o Paulo, entrasse também uma professora, o número destas seria a metade do número de professores (homens). Professores e professoras, quantos estavam na sala após a chegada do mestre Paulo?
a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

Antes da chegada $\begin{cases} x \rightarrow \text{nº de professores} \\ y \rightarrow \text{nº de professoras} \end{cases}$

Após a chegada $\begin{cases} x + 1 = 3y \\ \dfrac{x + 1}{2} = y + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 1 = 3y \\ x + 1 = 2(y + 1) \end{cases}$

$2(y + 1) = 3y \Rightarrow 2y + 2 = 3y \Rightarrow 2 = 3y - 2y \Rightarrow$ **y = 2**
$x + 1 = 3y \Rightarrow x = 3 . 2 - 1 \Rightarrow$ **x = 5**
$x + 1 + y = 5 + 1 + 2 =$ **8 (D)**

66. (SENAC 2009) Dona Marta recebeu uma herança e resolveu distribuir entre seus filhos. Planejou dar R$ 12.000,00 a cada um e ficar com os R$ 2.000,00 restantes. Ocorre que um dos filhos, bem empregado, achou que não deveria receber a sua parte, o que fez Dona Marta dar a cada um dos outros R$ 15.000,00 e ficar com os R$ 5.000,00 restantes. Qual o valor total da herança recebida por Dona Marta?
a) R$ 45.000,00 b) R$ 50.000,00 c) R$ 52.000,00
d) R$ 48.000,00 e) R$ 55.000,00

Valor total da herança = x, Número filhos = y

$\begin{cases} 12000y + 2000 = x \\ 15000(y - 1) + 5000 = x \end{cases}$

$12000y + 2000 = 15000(y - 1) + 5000 \ (\div 1000)$
$12y + 2 = 15(y - 1) + 5 \Rightarrow 12y + 2 = 15y - 15 + 5$
$12y + 2 = 15y - 10 \Rightarrow 2 + 10 = 15y - 12y \Rightarrow 12 = 3y \Rightarrow$ **y = 4**
$12000y + 2000 = x \Rightarrow 12000 . 4 + 2000 = x$
$48000 + 2000 = x \Rightarrow$ **x = R$ 50.000,00 (B)**

67. (SENAC 2009) Um fazendeiro comprou um terreno de área igual a 2400 m^2 e o dividiu em duas partes **M** e **N**, por uma cerca. A área da terça parte de **M** é igual à quinta parte de **N**. Qual a área, em m^2, da parte de **M**?
a) 900 b) 680 c) 1200 d) 795 e) 1450

$\begin{cases} M + N = 2400 \\ \dfrac{M}{3} = \dfrac{N}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} M + N = 2400 \\ 5M = 3N \end{cases} \quad \begin{cases} M + N = 2400 \ (\times 3) \\ 5M - 3N = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 3M + \cancel{3N} = 7200 \\ \underline{5M - \cancel{3N} = 0} \end{cases}$

$8M = 7200 \Rightarrow M = 7200/8 \Rightarrow$ **M = 900 m^2 (A)**

68. (PM 2008) Considere que um grupo da Companhia Especial de Polícia Assistencial da Polícia Militar tenha feito como parte de uma campanha educativa, uma apresentação de teatro em uma escola com 180 alunos. Sabendo que o número de meninos dessa escola, no dia da apresentação, era igual ao triplo do número de meninas, assinale a opção correta.
a) Os meninos, no dia da apresentação, correspondiam a 60% dos alunos.
b) As meninas, no dia da apresentação, correspondiam a 20% dos alunos.
c) O grupo de policiais apresentou-se para 135 meninos e para 45 meninas.
d) O número de meninos, nesse dia, estava para o total de alunos na razão de 3 para 5.

Resolução: (C).
Fazendo o nº de meninas = x, temos que o de meninos = 3x.
$3x + x = 180 \Rightarrow 4x = 180 \Rightarrow x = 180/4 \Rightarrow x =$ **45 (meninas)**
$3x = 3 . 45 =$ **135 (meninos) (C)**

69. Uma empresa resolveu aumentar seu quadro de funcionários. Numa 1ª etapa contratou 20 mulheres, ficando o número de funcionários na razão de 4 homens para cada 3 mulheres. Numa 2ª etapa foram contratados 10 homens, ficando o número de funcionários na razão de 3 homens para cada 2 mulheres. Inicialmente, o total de funcionários dessa empresa era:
a) 90 b) 120 c) 150 d) 180 e) 200

Chamando de x o número de homens e de y o número de mulheres, temos que:
1ª etapa: Ao serem contratadas 20 mulheres o número de funcionários ficou na razão de 4 homens p/ cada 3 mulheres e teremos a seguinte equação:

$\dfrac{x}{y + 20} = \dfrac{4}{3} \Rightarrow 3x = 4(y + 20) \Rightarrow$ **3x – 4y = 80**

2ª etapa: Ao serem contratados 10 homens o número de funcionários ficou na razão de 3 homens p/ cada 2 mulheres e teremos a seguinte equação:

$\dfrac{x + 10}{y + 20} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow 2(x + 10) = 3(y + 20) \Rightarrow$ **2x – 3y = 40**

Juntando as duas equações em um sistema e resolvendo pelo método da adição, temos:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 80 \ (3) \\ 2x - 3y = 40(-4) \end{cases} \quad \begin{cases} 9x - 12y = 240 \\ \underline{-8x + 12y = -160} \end{cases}$$
$$x = 80$$

$3x - 4y = 80 \Rightarrow 3 \cdot 80 - 4y = 80 \Rightarrow 240 - 80 = 4y$
$y = 160/4 \Rightarrow y = 40$
O total de funcionários será $x + y = 80 + 40 =$ **120 (B)**

70. Na atravessia de Marudá para Algodoal, três barcos saíram simultaneamente transportando 138 passageiros que iam passar um final de semana de Julho. Sabe-se que no primeiro barco viajaram 9 passageiros a mais do que no segundo e, neste, 3 passageiros a menos que no terceiro. Nessas condições, é correto afirmar que o número de passageiros que foram transportados em um dos barcos é:
a) 53 b) 51 c) 48 d) 43 e) 39

$$\begin{cases} a + b + c = 138 \\ a - b = 9 \Rightarrow a = b + 9 \\ c - b = 3 \Rightarrow c = b + 3 \end{cases}$$

$a + b + c = 138$
$b + 9 + b + b + 3 = 138$
$3b + 12 = 138 \Rightarrow 3b = 138 - 12$
$b = 126/3 \Rightarrow$ **$b = 42$**

$a = b + 9 \Rightarrow a = 42 + 9 \Rightarrow$ **$a = 51$ (B)**
$c = b + 3 \Rightarrow c = 42 + 3 \Rightarrow$ **$c = 45$**
Obs. Também poderia ser resolvido pelo método da adição, multiplicando a 1ª equação por (–1)

71. Para faturar algum dinheiro, um cambista adquiriu 100 ingressos para o próximo "RE x PA", com o intuito de vender a R$ 20,00 a arquibancada e R$ 40,00 a cadeira. Se ao vender todos os ingressos, ele apurou R$ 3.200,00. A diferença entre as quantidades de ingressos de cadeiras e arquibancadas que ele possuía é de:
a) 20 b) 30 c) 40 d) 50 e) 60
arquibancada (a) = 20, cadeira (c) = 40

$$\begin{cases} a + c = 100 \ (-20) \\ 20a + 40c = 3200 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{-20a} - 20c = -2000 \\ \underline{\cancel{20a} + 40c = 3200} \end{cases}$$
$20c = 1200 \Rightarrow c = 1200/20 \Rightarrow$ **$c = 60$**
$a + c = 100 \Rightarrow a = 100 - 60 \Rightarrow$ **$c = 40$** **$c - a = 20$ (A).**

72. Um aluno recebe R$ 5,00 por exercício que acerta e paga R$ 3,00 por exercício que erra. Sabendo-se que o aluno fez 30 exercícios e recebeu R$ 70,00 o número de exercícios errados é igual a:
a) 10 b) 15 c) 5 d) 20 e) 12

$$\begin{cases} c + e = 30 \ (-5) \\ 5c - 3e = 70 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{-5c} - 5e = -150 \\ \underline{\cancel{5c} - 3e = 70} \end{cases}$$
$-8e = -80 \ (-1) \Rightarrow e = 80/8 \Rightarrow$ **$e = 10$ (A)**

73. Luís cumpriu o seguinte plano de preparação para uma prova de Matemática: no primeiro dia resolveu alguns exercícios; no segundo, tantos quantos resolveu no primeiro dia, mais dois; e, em cada um dos outros dias, tantos exercícios quantos os resolvidos nos dois dias anteriores. Luís cumpriu seu plano, começando na segunda-feira e terminando no sábado, tendo resolvido 42 exercícios no último dia. Quantos exercícios resolveu na quinta feira?
a) 32 b) 25 c) 20 d) 18 e) 16
1º DIA = Segunda = **x**
2º DIA = Terça = **x + 2**
3º DIA = Quarta = x + x + 2 = **2x + 2**
4º DIA = Quinta = x + 2 + 2x + 2 = **3x + 4**
5º DIA = Sexta = 2x + 2 + 3x + 4 = **5x + 6**
6º DIA = Sábado = 3x + 4 + 5x + 6 = **8x + 10**
$8x + 10 = 42 \Rightarrow 8x = 42 - 10 \Rightarrow x = 32/8 \Rightarrow x = 4$
Quinta = 3x + 4 = 3 . 4 + 4 = 12 + 4 = **16 (E)**

EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES DO 2º GRÁU

1. EQUAÇÃO DO 2º GRÁU

É toda equação da forma: **$ax^2 + bx + c = 0$** (com $a \neq 0$)

1.1. RESOLUÇÃO ALGÉBRICA

Para se resolver uma equação do 2º gráu, temos que recorrer a formula de Bháskara:

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

O Δ (delta), é chamado de discriminante, e **determina a quantidade de raízes** que a equação possui:

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac} \quad \begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow \text{2 raízes reais distintas.} \\ \Delta = 0 \Rightarrow \text{2 raízes reais iguais.} \\ \Delta < 0 \Rightarrow \text{nenhuma raiz real.} \end{cases}$$

Ex: Resolver a equação $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4.1.2}}{2.1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$x' = \frac{3 + 1}{2} \Rightarrow x' = 4/2 \Rightarrow$ **$x' = 2$**

$x'' = \frac{3 - 1}{2} \Rightarrow x' = 2/2 \Rightarrow$ **$x' = 1$**

1.2. SOMA E PRODUTO DAS RAÍZES

É possível também calcular as raízes de uma equação do 2º gráu sem usar a fórmula acima. Através da comparação entre o produto e a soma das raízes.

$$\boxed{S = \frac{-b}{a}} \quad \boxed{P = \frac{c}{a}} \qquad ax^2 + bx + c \Rightarrow x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a}$$

$$x^2 - Sx + P = 0$$

OBS: Em uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, em que o coeficiente a é igual a 1, a soma das raízes é o valor de b com o sinal trocado e o produto das raízes é o calor de c.

Ex: No exemplo acima: $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$\left.\begin{aligned} S &= \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{1} = 3 \ (2 + 1) \\ P &= \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2 \ \ (2 \times 1) \end{aligned}\right\} \begin{aligned} x' &= 2 \\ x'' &= 1 \end{aligned}$$

1.3. EQUAÇÕES DO TIPO $ax^2 + bx = 0$ ($c = 0$)

Quando o termo independente **c** for igual a 0 (zero) teremos uma equação do tipo $ax^2 + bx = 0$, neste caso atente para a particularidade abaixo:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a0}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2}}{2a} = \frac{-b \pm b}{2a} =$$

$x' = \frac{-b + b}{2a} \Rightarrow \boxed{x' = 0}$ e $x'' = \frac{-b - b}{2a} \Rightarrow \boxed{x'' = \frac{-b}{a}}$

2. INEQUAÇÃO DO 2º GRÁU

Resolver uma inequação num dado conjunto numérico, significa encontrar o conjunto de todos os valores de x que tornam a inequação verdadeira. São as inequações do tipo:

$ax^2 + bx + c > 0$ $ax^2 + bx + c < 0$ (Todas com $a \neq 0$)
$ax^2 + bx + c \geq 0$ $ax^2 + bx + c \leq 0$

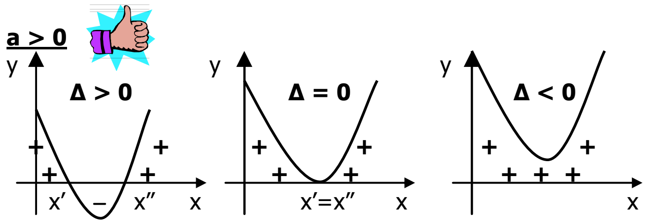
Para se resolver uma inequação do 2º gráu, basta colocar o sinal de igual (=) e achar as raízes como se fosse uma equação do 2º gráu, depois realizar o estudo do sinal para determinar o conjunto verdade da inequação.

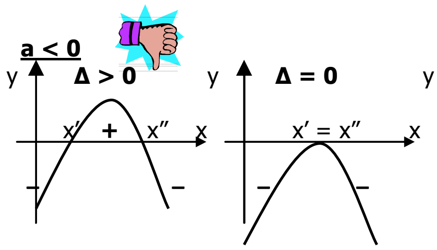
2.1. ESTUDO DO SINAL

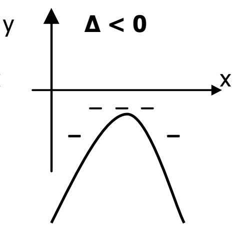
O gráfico da equação do 2º gráu é uma parábola, com:

- **Concavidade para cima** quando **a > 0**
- **Concavidade para baixo** quando **a < 0**

Como o delta (Δ) pode ter três situações (Δ > 0, Δ = 0, Δ < 0)
Podemos ter 6 tipos de gráficos conforme abaixo:

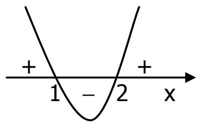






Ex: Resolver a inequação $x^2 - 3x + 2 < 0$
(Veja resolução no exemplo anterior)
a > 0, Δ > 0 , x' = 1, x'' = 2

V ou S = {x ∈ R | 1< x < 2}



TESTES – EQUAÇÃO DO 2º GRÁU

01. Do quadrado de um número real vamos subtrair o quádruplo do mesmo número. O resultado encontrado é 60. Qual é esse número?
a) – 10 ou 6 b) 9 ou – 4 c) 10 ou – 6
d) 5 ou – 6 e) – 9 ou 4
$x^2 - 4x = 60 \Rightarrow x^2 - 4x - 60 = 0$, Quando a = 1,
S = – b = –(– 4) = 4 **x' = – 6**
P = c = – 60 **x'' = 10 (C)**

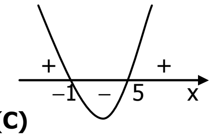
02. Se você adicionar um número inteiro com o inverso do número, você vai obter 17/4. Qual é esse número?
a) 8 b) 6 c) 3 d) 4 e) 5
$x + \frac{1}{x} = \frac{17}{4} \Rightarrow$ mmc = 4x $\Rightarrow 4x^2 + 4 = 17x \Rightarrow 4x^2 - 17x + 4 = 0$
$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(-17)\pm\sqrt{(-17)^2-4.4.4}}{2.4} = \frac{17\pm\sqrt{289-64}}{8} = \frac{17\pm\sqrt{225}}{8}$
$x = \frac{17 \pm 15}{8}$ **x' =** $\frac{17+15}{8} = \frac{32}{8} =$ **4 (D)**
x'' $= \frac{17-15}{8} = 2/8 = \cancel{1/4}$ (inteiro)

03. Sabe-se que João tem 5 anos a mais que Carlos e que o quadrado da idade de João está para o quadrado da idade de Carlos assim como 9 está para 4. Qual é a idade de João?
a) 10 b) 15 c) 20 d) 5 e) 25
Carlos = x, João = **x + 5**
$\frac{(x+5)^2}{x^2} = \frac{9}{4} \Rightarrow 9x^2 = 4(x+5)^2 \Rightarrow 9x^2 = 4(x^2 + 10x + 25)$
$9x^2 - 4x^2 - 40x - 100 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 40x - 100 = 0$ (÷5)
$x^2 - 8x - 20 = 0$ S = – b = –(–8) = 8 x' = $\cancel{-2}$ (idade neg.)
P = c = – 20 x'' = 10
João = x + 5 = 10 + 5 = **15 anos(B)**

04. Renata tem 18 anos e Lígia tem 15 anos. Daqui a quantos anos o produto de suas idades será igual a 378?
a) 3 b) 6 c) 9 d) 12 e) 15
R = 18 anos, L = 15 anos Daqui a quantos anos? = x
(18 + x) (15 + x) = 378
$270 + 18x + 15x + x^2 = 378 \Rightarrow x^2 + 33x + 270 - 378 = 0$
$x^2 + 33x - 108 = 0$
S = – b = – 33 x' = – 36 (idade negativa)
P = c = – 108 **x'' = 3 (A)**

05. Os 180 alunos de uma escola estão dispostos de forma retangular, em filas, de tal modo que o número de alunos em cada fila supera em 8 o número de filas. Quantos alunos há em cada fila?
a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 18
nº de alunos por fila = x, nº de filas = y
x . y = 180 ⇒ y = 180/x
$x - y = 8 \Rightarrow x - \frac{180}{x} = 8 \Rightarrow x^2 - 180 = 8x \Rightarrow x^2 - 8x - 180 = 0$
S = – b = – (– 8) = 8 x' = $\cancel{-10}$ (nº de alunos negativo)
P = c = – 180 **x'' = 18 alunos (E)**

06. Determine o menor número inteiro tal que $x^2 - 4x - 5 < 0$
a) 4 b) 3 c) 0 d) 2 e) 1
$x^2 - 4x - 5 < 0$
S = – b = – (– 4) = 4 x' = –1
P = c = – 5 x'' = 5
a > 0 Δ > 0 (2 raízes)



V= {**0**, 1, 2, 3, 4} **(C)**

07. Sejam x_1 e x_2 as raízes da equação $x^2 - 7x + 12 = 0$. Então a raiz quadrada do número $x_1^2 + x_2^2$ é:
a) 625 b) 25 c) 5 d) – 5 e) – 625
$x^2 - 7x + 12 = 0$ $\sqrt{x_1^2 + x_2^2} = ?$
Quando a = 1,
S = – b = – (– 7) = 7 x' = 3
P = c = 12 x'' = 4
$\sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} =$ **5 (C)**

08. Se x_1 e x_2 são raízes reais e distintas de $ax^2 + bx + c = 0$ então o valor de **a/b** é:
a) $1/(x_1 + x_2)$ b) $-(x_1 + x_2)$ c) $x_1 + x_2$
d) $-1/(x_1 + x_2)$ e) $(x_1 + x_2)/(x_1 - x_2)$
$ax^2 + bx + c = 0$ **a/b** =?
$S = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-1}{S} \Rightarrow$ $\boldsymbol{\frac{a}{b} = \frac{-1}{x_1 + x_2}}$ **(D)**

09. (UCS-RS) Sabendo-se que 8 é uma das raízes da equação $2x^2 - 3px + 40 = 0$, então o valor de **p** é?
a) 5 b) 5/2 c) 7 d) – 7 e) – 5
$2x^2 - 3px + 40 = 0 \Rightarrow 2 . 8^2 - 3 . p . 8 + 40 = 0$
2 . 64 – 24p + 40 = 0 ⇒ 128 + 40 = 24p ⇒ p = 168/24
p = 7 (C)

10. O valor de k na equação $x^2 - (k + 5)x + (k + 1) = 0$, para que as raízes sejam opostas é:
a) – 1 b) 0 c) – 5 d) 5 e) –3
Se as raízes são opostas, x' + x'' = 0, ou seja, S = 0
S = – b ⇒ – (– (k + 5)) = 0 ⇒ k + 5 = 0 ⇒ **k = – 5 (C)**

11. Resolvendo o sistema abaixo encontramos: $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 3xy + y^2 = 63 \end{cases}$
a) S = {(– 1, 3), (1, 3)} d) S = {(– 2, – 3), (2, 3)}
b) S = {(– 6,– 3), (6, 3)} e) S = {(–6,– 2), (6, 2)}
c) S = {(– 2, 1), (2, – 1)}
x – 2y = 0 ⇒ **x = 2y**
$3xy + y^2 = 63 \Rightarrow 3.2y.y + y^2 = 63 \Rightarrow 6y^2 + y^2 = 63$
$7y^2 = 63 \Rightarrow y^2 = 63/7 \Rightarrow y^2 = 9 \Rightarrow y = \pm 3$
y = + 3 ⇒ **x = 2y** ⇒ x = 2(+ 3) ⇒ **x = + 6**
y = – 3 ⇒ **x = 2y** ⇒ x = 2(– 3)⇒ **x = – 6**
S = {(– 6,– 3), (6, 3)} (B)

12. O conjunto solução do sistema abaixo é: $xy = 3$
$x + 4y = 7$

a) S = {(– 1, 1), (1, 3/4)}
b) S = {(– 6,– 3), (6, 3)}
c) S = {(3, 1), (4, – 1)}
d) S = {(– 2, – 3), (2, 3)}
e) S = {(3, 1), (4, 3/4)}

$$\begin{cases} xy = 3 \Rightarrow \mathbf{x = 3/y} \\ x + 4y = 7 \Rightarrow \frac{3}{y} + 4y = 7 \Rightarrow 3 + 4y^2 = 7y \Rightarrow 4y^2 - 7y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4.4.3}}{2.4} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{8} = \frac{7 \pm 1}{8}$$

$$\begin{cases} y' = \frac{7+1}{8} \Rightarrow \mathbf{y' = 1} \Rightarrow \mathbf{x = 3/y} \Rightarrow x = 3/1 \Rightarrow \mathbf{x = 3} \\ y'' = \frac{7-1}{8} \Rightarrow \mathbf{y' = 3/4} \Rightarrow \mathbf{x = 3/y} \Rightarrow x = \frac{3}{3/4} \Rightarrow \mathbf{x = 4} \end{cases}$$

S = {(3, 1), (4, 3/4)} (E)

13. Se os valores de x e y representam a solução do sistema $\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ então x + y é igual a:

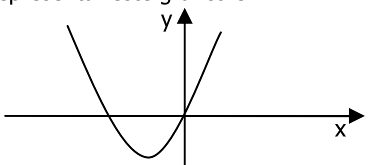
a) ± 4 b) ± 3 c) 0 d) ± 2 e) ± 1

$$\begin{cases} x - y = 4 \Rightarrow x = 4 + y \Rightarrow x = y + 4 \\ x^2 + y^2 = 10 \Rightarrow (y + 4)^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

$y^2 + 8y + 16 + y^2 - 10 = 0 \Rightarrow 2y^2 + 8y + 6 = 0\ (\div 2)$
$y^2 + 4y + 3 = 0$, Quando a = 1,
$\left.\begin{matrix} S = -b = -4 \\ P = c = 3 \end{matrix}\right\}$ $\begin{matrix} \mathbf{y' = -1} \Rightarrow x = -1 + 4 \Rightarrow \mathbf{x = 3} \\ \mathbf{y' = -3} \Rightarrow x = -3 + 4 \Rightarrow \mathbf{x = 1} \end{matrix}$
$x + y = 3 - 1 = 2$ e $x + y = 1 - 3 = -2 \Rightarrow$ **x + y = ± 2 (D)**

14. Considere o gráfico da parábola da figura abaixo. A única equação que pode representar este gráfico é:

a) $x^2 + 3x = 0$
b) $x^2 - 3x = 0$
c) $x^2 - 3x + 2 = 0$
d) $-x^2 + 3x = 0$
e) $-x^2 - 3 = 0$



Resolução:
a > 0 , **c = 0** , quando c = o, temos:
x' = 0 e x" = – b/a (no gráfico, x" é um nº negativo)
para o quociente – b/a resultar em um número negativo, é por que **b só pode ser positivo** , do contrário x" seria um nº positivo.
Portanto a alternativa correta é **$x^2 + 3x = 0$ (A)**

15. Em certo momento, o número de alunos em uma sala de aula era tal que, se ao seu quadrado somássemos o seu quádruplo, o resultado obtido seria 572. Se 10 deles saíssem da sala, o número de alunos na sala passaria a ser de:

a) 12 b) 13 c) 14 d) 15 e) 16

$x^2 + 4x = 572$ $x - 10 = ?$
$\left.\begin{matrix} S = -b = -4 \\ P = c = -572 \end{matrix}\right\}$ $\begin{matrix} x' = -\cancel{26} \text{ (número de alunos negativo)} \\ x'' = 22 \end{matrix}$
$x - 10 \Rightarrow 22 - 10 =$ **12 (A)**

16. (Téc. Judiciário) Em fevereiro de 2007, Cesário gastou R$ 54,00 na compra de alguns rolos de fita adesiva, todos de um mesmo tipo. No mês seguinte, o preço unitário desse rolo aumentou em R$ 1,50 e, então, dispondo daquela mesma quantia, ele pôde comprar três rolos a menos do que havia comprado no mês anterior. Nessas condições, em março de 2007, o preço unitário de tal tipo de rolo de fita adesiva era:

a) R$ 4,00 b) R$ 4,50 c) R$ 5,00
d) R$ 5,50 e) R$ 6,00

x = quantidade de rolos / y = preço dos rolos
Em Fevereiro ⇒ $\begin{cases} xy = 54 \Rightarrow x = 54/y \\ (x - 3)(y + 1{,}5) = 54 \end{cases}$
Em Março ⇒
$xy + 1{,}5x - 3y - 4{,}5 = 54 \Rightarrow \cancel{54} + 1{,}5x - 3y - 4{,}5 - \cancel{54} = 0$
$1{,}5x - 3y - 4{,}5 = 0$ (simplif. por 1,5) $\Rightarrow x - 2y - 3 = 0$
$54/y - 2y - 3 = 0$ (multiplicando a expressão por y)
$54 - 2y^2 - 3y = 0 \Rightarrow \mathbf{-2y^2 - 3y + 54 = 0}$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(-2)54}}{2(-2)} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 432}}{-4} = \frac{3 \pm \sqrt{441}}{-4}$$

$$y = \frac{3 \pm 21}{-4} \begin{cases} y' = \frac{3 + 21}{-4} \Rightarrow \cancel{y' = -6} \text{ (preço negativo)} \\ y'' = \frac{3 - 21}{-4} = \frac{-18}{-4} \Rightarrow \mathbf{y'' = 4{,}5} \end{cases}$$

Em Março⇒ y + 1,5 = 4,5 + 1,5 = R$ 6,00 (E)

17. (DETRAN-PA) Os valores do parâmetro p, para os quais a equação $x^2 + x + (p^2 - 7p) = 0$ tem uma raiz nula, são:

a) 2 e 5 b) –5 e –2 c) 3 e 4 d) 0 e 7 e) –7 e 3

Uma equação possue uma raiz nula quando c = 0, portanto:
$p^2 - 7p = 0$
Quando c = 0 ⇒ **p' = 0** e $p'' = \frac{-b}{a} = \frac{-(-7)}{a} \Rightarrow$ **p" = 7(D)**

18. Qual das equações abaixo tem como raízes os números –2 e 8?

a) $8x^2 + 2x + 10 = 0$
b) $x^2 - 6x - 16 = 0$
c) $x^2 + x - 2 = 0$
d) $x^2 + 10x - 18 = 0$
e) $x^2 + 10x = 0$

$x^2 - Sx + P = 0$
$\left.\begin{matrix} \text{Soma} = 8 - 2 = 6 \\ \text{Produto} = 8 \cdot -2 = -16 \end{matrix}\right\}$ **$x^2 - 6x - 16 = 0$ (B)**

19. Sobre as equações do 2º gráu do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) pode-se afirmar:

( ) Se o valor da constante c for zero, então o valor de uma das raízes da equação também será zero enquanto a outra raiz será igual a –b/a.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a0}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2}}{2a} = \frac{-b \pm b}{2a} =$

$x' = \frac{-b + b}{2a} = 0$ $x'' = \frac{-b - b}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$ **(V)**

( ) Se b = 0 e a.c> 0, então a equação não terá raízes reais.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{0 \pm \sqrt{0 - 4ac}}{2a} = \frac{\pm \sqrt{-4ac}}{2a}$ **(V)**

( ) Se $b^2 - 4ac = 0$, então a equação tem duas raízes iguais, cujo valor é –b/2a.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a}$ **(V)**

( ) Se $b^2 - 4\,ac > 0$, então a equação tem duas raízes reais distintas.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{+}}{2a}$ **(V)**

( ) Se $b^2 - 4\,ac < 0$, então a equação não tem raízes reais.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{-}}{2a}$ **(V)**

O número de afirmações corretas é:
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 (e)5
Resposta Correta: (E) 5

20. Considere as equações do 2º gráu do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) com raízes r_1 e r_2. Nestas condições julgue os itens:

I. O valor da soma $r_1 + r_2$ é igual a –b/a. ( )
S = –b /a **(V)**
II. O valor do produto $r_1 \times r_2$ é igual a c/a.( )
P = c /a **(V)**
III. Se r_1 e r_2 são números reais e c/a < 0, então uma das raízes da equação é positiva, enquanto a outra é negativa, ou seja: $r_1 > 0$ e $r_2 < 0$ ou $r_1 < 0$ e $r_2 > 0$. ( )
$r_1 \cdot -r_2 = -P$ ou $-r_1 \cdot r_2 = -P$ **(V)**

Estão corretos:
a) I e II b) I e III c) II e III
d) todos e) nenhum
Resposta Correta (D) todos os itens estão corretos.

21. Das afirmativas abaixo marque as verdadeiras:
I. A equação $-3x^2 + 48 = 0$ tem duas raízes distintas que são –4 e 4. ( )

$-3x^2 + 48 = 0 \Rightarrow -3x^2 = -48(-1) \Rightarrow x^2 = 48/3$
$x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$.**(V)**

II. A equação $2x^2 + 98 = 0$ tem duas raízes distintas que são –7 e 7.(   )
$2x^2 + 98 = 0 \Rightarrow 2x^2 = -98 \Rightarrow x^2 = -98/2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-49}$ **(F)**

III. A equação $4x^2 + 3x = 0$ tem duas raízes distintas que são zero e – 0,75.(   )
$c = 0$, $x' = 0$ e $x'' = -b/a = -3/4 = -0{,}75$ **(V)**

IV. A equação $-4x^2 - 8x + 60 = 0$ tem duas raízes distintas que são –3 e 5.(   )
$S = -b/a = 8/-4 = -2$, $P = c/a = 60/-4 = -15$ $\begin{cases} x' = 3 \\ x'' = -5 \end{cases}$ **(F)**

V. A equação $x^2 + x - 420 = 0$ não tem raízes inteiras.
$S = -b = -1$, $P = c = -420$ $\begin{cases} x' = -21 \\ x'' = 20 \end{cases}$ **(F)**

A) I e II B) II e V C) I e III D) II e IV E) IV e V
Resposta Correta: (C) I e III.

22. (OSEC-SP) As raízes reais da equação $1{,}5x^2 + 0{,}1x = 0{,}6$ são:
a) 2/5 e 1 b) 3/5 e 2/3 c) – 3/5 e – 2/5
d) – 3/5 e 2/3 e) 3/5 e – 2/3

$1{,}5x^2 + 0{,}1x = 0{,}6 \ (x10) \Rightarrow 15x^2 + x = 6 \Rightarrow 15x^2 + x = 6$
$15x^2 + x - 6 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.15.(-6)}}{2.15} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 360}}{30} = \frac{-1 \pm \sqrt{361}}{30}$$

$$x = \frac{-1 \pm 19}{30} \quad \begin{cases} x' = \dfrac{-1+19}{30} \Rightarrow x' = \dfrac{18}{30} \Rightarrow \mathbf{x' = 3/5} \\ x'' = \dfrac{-1-19}{30} \Rightarrow x'' = \dfrac{-20}{30} \Rightarrow \mathbf{x' = -2/3 \ (E)} \end{cases}$$

23. (ULBRA-RS) O valor de h para que a equação $(h - 2)x^2 + 10x + 3 = 0$, com $h \neq 2$, possua raízes inversas é:
a) 0 b) – 5 c) 5 d) – 3 e) 3

Se as raízes são inversas, $x' . x'' = 1$, ou seja $P = 1$
$P = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{3}{h-2} = 1 \Rightarrow h - 2 = 3 \Rightarrow$ **h = 5 (C)**

24. (SEAD/SEEL) Uma comissão de atletas fretou um ônibus por R$ 5.600,00, visando a sua participação em jogos em um estado do Nordeste. Todos contribuíram com quantias iguais. Por motivos particulares, 3 atletas desistiram, ocasionando um acréscimo de R$ 240,00 na quota de cada um dos não desistentes. Nessas condições, o número de atletas que compunham a comissão inicial corresponde a um número:
a) primo b) múltiplo de 5 c) múltiplo de 7
d) ímpar e) divisível por 3.

x = nº de atletas / y = valor pago por cada um

$$\begin{cases} xy = 5600 \Rightarrow y = \dfrac{5600}{x} \\ (x - 3)(y + 240) = 5600 \Rightarrow xy + 240x - 3y - 720 = 5600 \end{cases}$$

$\cancel{5600} + 240x - 3y - 720 = \cancel{5600} \Rightarrow 240x - 3y - 720 = 0 \ (\div 3)$
$80x - y - 240 = 0 \Rightarrow 80x - \frac{5600}{x} - 240 = 0 \ (.x)$
$80x^2 - 240x - 5600 = 0 \ (\div 80) \Rightarrow x^2 - 3x - 70 = 0$
$S = -b = -(-3) = 3$, $P = c = -70$ $\begin{cases} x' = -\cancel{7} \text{ (nº de atletas negativo)} \\ \mathbf{x'' = 10 \ (B)} \end{cases}$

25. A resolução da equação $\sqrt{\frac{x+1}{2}} = x$, no campo dos números reais é:
a) 1/2 b) –1 c) –1 e 1/2 d) 1 e –1/2 e) 1 e 1/2

$\frac{x+1}{2} = x^2 \Rightarrow x + 1 = 2x^2 \Rightarrow 0 = 2x^2 - x - 1$
$2x^2 - x - 1 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.2.(-1)}}{2.2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4}$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{4} \quad \begin{cases} x' = \dfrac{1+3}{4} \Rightarrow \mathbf{x' = 1} \\ x'' = \dfrac{1-3}{4} \Rightarrow \mathbf{x'' = -1/2 \ (D)} \end{cases}$$

26. (UEPA) Um grupo de alunos da Uniterci (Universidade da Terceira Idade), programou uma viagem que custaria no total R$ 900,00 a ser rateado igualmente entre os participantes. Algumas semanas antes da partida, duas pessoas se juntaram ao grupo, e cada participante pagou R$ 75,00 a menos. O número de pessoas que inicialmente faria a viagem era:
a) 9 b) 4 c) 13 d) 7 e) 15

x = nº de pessoas / y = valor pago por cada um

$$\begin{cases} xy = 900 \Rightarrow y = \dfrac{900}{x} \\ (x + 2)(y - 75) = 900 \Rightarrow \Rightarrow xy - 75x + 2y - 150 = 900 \end{cases}$$

$\cancel{900} - 75x + 2y - 150 = \cancel{900} \Rightarrow -75x + 2y - 150 = 0$
$-75x + 2 . \frac{900}{x} - 150 = 0 \Rightarrow -75x + \frac{1800}{x} - 150 = 0 \ (.x)$
$-75x^2 - 150x + 1800 = 0 \ (\div -75) \Rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0$
$S = -b = -2$, $P = c = -24$ $\begin{cases} x' = -\cancel{6} \text{ (nº de pessoas negativo)} \\ \mathbf{x'' = 4 \ (B)} \end{cases}$

27. Andando sempre com uma determinada velocidade média, um trem de carga percorre regularmente um trajeto de 210 km em x horas. Se a velocidade média usual, desse trem fosse aumentada em 5 km por hora, o tempo que ele leva para percorrer esse trajeto seria diminuído em uma hora. Portanto, na velocidade original, o tempo x que ele gasta para fazer o percurso é de:
a) 9h b) 8h c) 7h d) 6h e) 5h

x = tempo gasto / v = velocidade média

$$\begin{cases} vx = 210 \Rightarrow v = \dfrac{210}{x} \\ (v + 5)(x - 1) = 210 \Rightarrow v + 5 = \dfrac{210}{x-1} \end{cases}$$

$\frac{210}{x} + 5 = \frac{210}{x-1} \Rightarrow \frac{210 + 5x}{x} = \frac{210}{x-1}$
$(210 + 5x)(x - 1) = 210x$
$\cancel{210x} - 210 + 5x^2 - 5x = \cancel{210x}$
$5x^2 - 5x - 210 = 0$ (simplif. por 5)
$x^2 - x - 42 = 0$
$S = -b = -(-1) = 1$, $P = c = -42$ $\begin{cases} x' = -\cancel{6} \text{ (tempo negativo)} \\ \mathbf{x'' = 7 \ (C)} \end{cases}$

28. (Unifor-CE) Uma das soluções da equação $\frac{2x^2 + x}{11} = 2x + 1$ é um número inteiro múltiplo de:
a) 2 b) 3 c) 5 d) 7 e) 11

$2x^2 + x = 11(2x + 1) \Rightarrow 2x^2 + x = 22x + 11$
$2x^2 + x - 22x - 11 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 21x - 11 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-21) \pm \sqrt{(-21)^2 - 4.2.(-11)}}{2.2} = \frac{21 \pm \sqrt{441 + 88}}{4} = \frac{21 \pm \sqrt{529}}{4}$$

$$x = \frac{21 \pm 23}{4} \quad \begin{cases} x' = \dfrac{21 + 23}{4} \Rightarrow \mathbf{x' = 11 \ (E)} \\ x'' = \dfrac{21 - 23}{4} \Rightarrow x'' = -1/2 \end{cases}$$

29. (Fuvest-SP) Sejam x_1 e x_2 as raízes da equação $10x^2 + 33x - 9 = 0$, o número mais próximo do número $5 . x_1 . x_2 + 2(x_1 + x_2)$ é:
a) – 33 b) – 10 c) – 7 d) 10 e) 33

$S = \frac{-b}{a} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-33}{10}$ $P = \frac{c}{a} \Rightarrow x_1 . x_2 = \frac{-9}{10}$
$5 . x_1 . x_2 + 2(x_1 + x_2) = 5.\frac{-9}{10} + 2.\frac{-33}{10} = \frac{-45 - 66}{10} =$
$= \frac{-111}{10} =$ **– 11,1 ⇒ mais próximo de –10 (B)**

30. Os números que satisfazem a equação
$(x^2 – 8x + 15) \cdot (x^2 + 3x – 18) = 0$, são:
a) – 3, 5 e 6 b) 3, 5 e – 6 c) – 3, – 5,3 e – 6
d) – 3, 3, 5 e 6 e) 3, 5 e 6

$\mathbf{(x^2 – 8x + 15) = 0}$	$\mathbf{(x^2 + 3x – 18) = 0}$
Quando a = 1	Quando a = 1
$S = – b = –(–8) = 8$; $x' = 3$	$S = – b = – 3$; $x' = 3$
$P = c = 15$; $x'' = 5$	$P = c = – 18$; $x'' = – 6$

Resposta correta: 3, 5 e – 6 (B)

31. Na equação $x^2 – mx – 20m^2 = 0$, com $m > 0$, os valores de x são:
a) 4m e –5m b) –4 e $5m^2$ c) –4 e 5
d) –4m e 5m e) $4m^2$ e –5
$x^2 – mx – 20m^2 = 0$
$S = – b = –(–m) = m$ $\Big\}$ $\mathbf{x' = – 4m}$
$P = c = – 20m^2$ $\Big\}$ $\mathbf{x'' = 5m}$ **(D)**

32. Uma equação do 2º Gráu tem raízes reais se e somente se:
a) $\Delta > 0$ b) $\Delta \geq 0$ c) $\Delta = 0$ d) $\Delta < 0$ e) $\Delta \leq 0$

$$\Delta = b^2 – 4ac \begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow \text{2 raízes reais distintas.} \\ \Delta = 0 \Rightarrow \text{2 raízes reais e iguais.} \\ \Delta < 0 \Rightarrow \text{nenhuma raiz real.} \end{cases}$$

Resposta correta: $\Delta \geq 0$ (B)

33. (ULBRA-RS) O(s) Valor(es) de B na equação $x^2 – Bx + 4 = 0$ para que o discriminante seja igual a 65 é (são):
a) 0 b) 9 c) – 9 d) – 9 e 9 e) 16
$\Delta = b^2 – 4ac = 65 \Rightarrow (– B)^2 – 4.1.4 = 65 \Rightarrow B^2 – 16 = 65$
$B^2 = 65 + 16 \Rightarrow B = \pm\sqrt{81} \Rightarrow$ **B = ± 9 (D)**

34. Se a e b são raízes da equação $x^2 – 8x + 12 = 0$, os valores de a + b e ab são respectivamente:
a) 12 e 8 b) 8 e 12 c) 12 e – 8
d) – 8 e 12 e) – 8 e –12
$S = – b = – (– 8) = 8 \Rightarrow$ **a + b = 8**
$P = c = 12 \Rightarrow$ **ab = 12 (B)**

35. O valor (em R$) do ingresso para determinada peça de teatro é representado pelo produto das raízes da equação $x^2 – 9x + 20 = 0$. O valor do ingresso de estudante que paga meia é:
a) 50,00 b) 40,00 c) 30,00
d) 20,00 e) 10,00
Quando a = 1, P = c = 20 ⇒ 20/2 **= 10 (E)**

36. (FGV-SP) Se soma das raízes da equação $kx^2 + 3x – 4 = 0$ é igual a 10, podemos afirmar que o produto das raízes é:
a) 40/3 b) – 40/3 c) 80/3 d) – 80/3 e) – 3/10
$S = \frac{– b}{a} \Rightarrow \frac{– 3}{k} = 10 \Rightarrow k = \frac{– 3}{10}$
$P = \frac{c}{a} = \frac{– 4}{k} = \frac{– 4}{– 3/10} = – 4.\frac{10}{– 3} = \frac{–40}{– 3} \Rightarrow$ **P = $\mathbf{\frac{40}{3}}$ (A)**

37. (UFES) O valor de k para que a soma das raízes da equação $(k – 3)x^2 – 4kx + 1 = 0$ seja igual ao seu produto é:
a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4 d) 2/3 e) 3/4
$S = P \Rightarrow \frac{– b}{a} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{– (– 4k)}{(k – \cancel{3})} = \frac{1}{(k – \cancel{3})} \Rightarrow 4k = 1 \Rightarrow$ **k = $\mathbf{\frac{1}{4}}$ (C)**

38. (UNIFOR-CE) Seja o problema seguinte: "Qual é o número que, somado com dobro de seu inverso, é igual a 3?" A equação que nos dá a solução desse problema é:
a) $2x^2 – 6x + 1 = 0$ d) $x^2 + 3x + 2 = 0$
b) $2x^2 + 6x – 1 = 0$ e) $x^2 – 3x + 2 = 0$
C) $x^2 – 2x + 3 = 0$
$x + 2 . \frac{1}{x} = 3\ (x) \Rightarrow x^2 + 2 = 3x \Rightarrow$ $\mathbf{x^2 – 3x + 2 = 0}$ **(E)**

39. (UNIFOR-CE) Um aluno resolveu corretamente a equação do 2º gráu $x^2 + ax + b = 0$ e encontrou as raízes 1 e – 3. Nessas condições, as soluções da equação $x^2 + bx + a = 0$ são:
a) – 3 e –1 b) – 2 e 1 c) – 1 e 3
d) 1 e 2 e) 1 e 2
$x^2 + ax + b = 0 \Rightarrow$ Quando a = 1
$S = – b = – a \Rightarrow – a = 1 – 3 \Rightarrow – a = – 2 \Rightarrow a = 2$
$P = c = b \Rightarrow b = 1.(– 3) \Rightarrow b = – 3$
$x^2 + bx + a = 0 \Rightarrow x^2 – 3x + 2 = 0$
$S = – b = – (–3) = 3$ $\Big\}$ $\mathbf{x' = 1}$
$P = c = 2$ $\Big\}$ $\mathbf{x'' = 2}$ **(D)**

40. A idade que Vânia terá daqui a 6 anos será igual ao quadrado da idade que tinha há 6 anos atrás. A idade de Vânia é:
a) 7 anos b) 10 anos c) 13 anos
d) 16 anos e) 18 anos
A idade de Vânia ⇒ x
$x + 6 = (x – 6)^2 \Rightarrow x + 6 = x^2 – 12x + 36$
$0 = x^2 – 12x + 36 – x – 6 \Rightarrow x^2 – 13x + 30 = 0$
$S = – b = – (–13) = 13$ $\Big\}$ ~~x' = 3~~ (6 anos = 3 – 6 = – 3)
$P = c = 30$ $\Big\}$ $\mathbf{x'' = 10}$ **(B)**

41. (PUC-MG) O quociente da divisão de 72 por um número negativo é o dobro desse número. A metade desse número é:
a) – 3 b) – 4 c) – 5 d) – 6 e) – 7
número negativo = x, metade desse número = x/2 = ?
$\frac{72}{x} = 2x \Rightarrow 72 = 2x \cdot x \Rightarrow 72 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = 72/2$
$x = \pm\sqrt{36} \Rightarrow x = \pm 6 \Rightarrow x = – 6$ (número negativo)
$x/2 = – 6/2 \Rightarrow$ **x/2 = – 3 (A)**

42. Na equação $16x^2 + (p + 3)x + (p – 4) = 0$, o valor de p para que uma das raízes seja igual a 1 é:
a) 16/3 b) –4/3 c) 15/2 d) –16/3 e) –15/2
Basta substituir x na equação pelo valor da raiz = 1
$16 . 1^2 + (p + 3) . 1 + (p – 4) = 0 \Rightarrow 16 + p + 3 + p – 4 = 0$
$2p + 15 = 0 \Rightarrow 2p = –15 \Rightarrow$ **p = –15/2 (E)**

43. O valor de k na equação $x^2 – kx + 9 = 0$ para que suas raízes sejam reais e iguais é:
a) ± 3 b) ± 6 c) ± 9 d) ± 12 e) ± 15
Raízes reais e iguais $\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 – 4ac \Rightarrow k^2 – 4 . 1 . 9 = 0$
$k^2 – 36 = 0 \Rightarrow k^2 = \pm\sqrt{36} \Rightarrow$ **k = ± 6 (B)**

44. Quais os valores de p na equação $x^2 – (p + 5)x + 36 = 0$ para que as raízes sejam reais e iguais?
a) 7 e 17 b) 5 e – 5 c) 7 e –17
d) 5 e 36 e) – 5 e – 36
Raízes reais e iguais $\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 – 4ac$
$(– (p + 5))^2 – 4 . 1 . 36 = 0 \Rightarrow p^2 + 10p + 25 – 144 = 0$
$p^2 + 10p – 119 = 0$, Quando a = 1
$S = – b = – 10$ $\Big\}$ $\mathbf{p' = 7}$
$P = c = – 119$ $\Big\}$ $\mathbf{p'' = – 17}$ **(C)**

45. Para que uma das raízes seja o triplo da outra na equação $x^2 – 8x + 2p = 0$, o valor de p será:
a) 8 b) 6 c) 4 d) 2 e) 0
x' = 3x"
$S = – b = – (– 8) = 8 \Rightarrow x' + x'' = 8 \Rightarrow 3x'' + x'' = 8$
$4x'' = 8 \Rightarrow x'' = 8/4 \Rightarrow$ **x" = 2** se $x' = 3x'' \Rightarrow$ **x' = 6**
$P = c = 2p \Rightarrow x' . x'' = 2p \Rightarrow 2 . 6 = 2p \Rightarrow 12 = 2p$
$p = 12/2 \Rightarrow$ **p = 6 (B)**

46. Ao compor uma equação do 2º gráu, Fernanda, por engano, escreveu-a na forma: $\mathbf{x^2 - Px + S = 0}$. Resolveu a equação corretamente e encontrou as raízes 1 e 5. Se Fernanda tivesse usado corretamente as relações de Girard, para compor sua equação, quais seriam as raízes?
a) – 1 e 5 b) 1 e – 5 c) 2 e – 3
d) 2 e 3 e) – 1 e – 5
$x' = 1$ e $x'' = 5 \Rightarrow S = 6$ e $P = 5 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$
equação correta seria : $x^2 - 5x + 6 = 0$, Quando a = 1,
$S = -b = -(-5) = 5$ **x′ = 2**
$P = c = 6$ **x″ = 3 (D)**

47. (Unifor-CE) Um estudante resolve uma equação do tipo $x^2 + bx + c = 0$ e, enganando-se no valor de c, obtém as raízes 8 e 2. Um colega seu, resolvendo a mesma equação, engana-se no valor b e obtém as raízes – 9 e – 1. Resolvendo-se a equação correta, quanto se obtém somando o triplo da menor raiz com a outra?
a) 11 b) 12 c) 13 d) 14 e) 15
$x' = 2$ e $x'' = 8 \Rightarrow S = 10$ e $P = 16 \Rightarrow x^2 - 10x + \cancel{16} = 0$
$x' = -1$ e $x'' = -9 \Rightarrow S = -10$ e $P = 9 \Rightarrow x^2 + \cancel{10x} + 9 = 0$
$x^2 - 10x + 9 = 0 \Rightarrow S = 10$ e $P = 9 \Rightarrow x' = 1$ e $x'' = 9$
3x′ + x″ = (3 . 1) + 9 = **12 (B)**

48. O dobro do quadrado de um número negativo somado ao triplo dele é igual a zero. Qual é esse número ?
a) – 2/3 b) – 1 c) – 1,5 d) – 3 e) – 3,5
$2x^2 + 3x = 0$,Quando c = 0,
$x' = 0$ e $x'' = -b/a \Rightarrow x'' = -3/2 \Rightarrow$ **x″ = – 1,5 (C)**

49 . Se do quadrado da idade de Luísa subtrairmos o dobro da idade dela, obteremos 10 vezes a idade de Lúcia, irmã gêmea de Luísa. Qual a idade de Luísa?
a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14
x ⇒ idade de Luísa e Lúcia (irmãs gêmeas)
$x^2 - 2x = 10x \Rightarrow x^2 - 2x - 10x = 0 \Rightarrow x^2 - 12x = 0$ (c = 0)
$x' = 0$ e $x'' = -b/a \Rightarrow x'' = -(-12)/1 \Rightarrow$ **x″ = 12 (C)**

50. Qual o valor de p na equação $x^2 - 6x + p + 5 = 0$ para que uma das raízes seja nula?
a) – 6 b) – 5 c) 5 d) 6 e) – 6/5
Para que uma das raízes seja nula, é necessário que c = 0,
$p + 5 = 0 \Rightarrow$ **p = – 5 (B)**

50. (PSS) Um cidadão, ao falecer deixou uma herança de R$ 200.000,00 para ser distribuída, de maneira eqüitativa, entre seus filhos. No entanto, três desses filhos renunciaram às suas respectivas partes nessa herança, fazendo com que os demais filhos, recebessem R$ 15.000,00 a mais do que receberiam em suas respectivas partes dessa herança. Portanto, o número total de filhos do cidadão falecido era:
a) 8 b) 10 c) 5 d) 4 e) 7
x = nº de filhos / y = parte da herança.
$\begin{cases} xy = 200000 \Rightarrow y = \dfrac{200000}{x} \\ (x - 3)(y + 15000) = 200000 \Rightarrow \end{cases}$
$xy + 15000x - 3y - 45000 = 200000$
$\cancel{200000} + 15000x - 3y - 45000 = \cancel{200000} \Rightarrow$
$15000x - 3y - 45000 = 0 \Rightarrow 15000x - 3 \cdot \dfrac{200000}{x} - 45000 = 0$
$15000x^2 - 45000x - 600000 = 0$ (simplif. por 15000)
$x^2 - 3x - 40 = 0$
$S = -b = -(-3) = 3$ $\cancel{x' = -5}$ (nº de pessoas negativo)
$P = c = -40$ **x″ = 8 (A)**

52. (PRISE) Por ocasião dos preparativos do PAN 2007, um grupo de operários resolveu se cotizar para adquirir uma TV Plasma 42 polegadas. Na época, o valor do aparelho era de R$ 4.800,00, e todos iriam contribuir com quantias iguais. No momento da compra, quatro deles acharam que já estavam com seus salários comprometidos e desistiram, fazendo com que a cota de cada um dos demais ficasse acrescida de R$ 60,00. O número de operários que inicialmente haviam concordado em comprar a TV é um:
a) múltiplo de 3. d) divisor de 45.
b) múltiplo de 10. e) divisor de 50.
x = nº de operários / y = valor pago por cada um
$\begin{cases} xy = 4800 \Rightarrow y = 4800/x \\ (x - 4)(y + 60) = 4800 \Rightarrow xy + 60x - 4y - 240 = 4800 \end{cases}$
$\cancel{4800} + 60x - 4y - 240 = \cancel{4800}$ (÷4) $\Rightarrow 15x - \dfrac{4800}{x} - 60 = 0$ (.x)
$15x^2 - 4800 - 60x = 0$ (÷ 15) $\Rightarrow x^2 - 4x - 320 = 0$
$S = -b = -(-4) = 4$ $x' = \cancel{-16}$ (nº de pessoas negativo)
$P = c = -320$ **x″ = 20 (B)**

53. (PM 2007) A soma das idades de duas pessoas é igual a 44 anos, e, quando somamos os quadrados dessas idades, obtemos 1000. A mais velha das duas tem:
a) 19 anos b) 21 anos c) 22 anos
d) 26 anos e) 28 anos
$\begin{cases} x + y = 44 \Rightarrow y = 44 - x \\ x^2 + y^2 = 1000 \Rightarrow x^2 + (44 - x)^2 = 1000 \end{cases}$
$x^2 + 1936 - 88x + x^2 - 1000 = 0$
$2x^2 - 88x + 936 = 0 \Rightarrow x^2 - 44x + 468 = 0$
S = 44 24 x 20 = 480
P = 468 26 x 18 = 468 **x′ = 18 , x″= 26 (D)**

54. (SENAC 2009) Na equação $(\mathbf{m} + 1)x^2 - 4x = 1 - \mathbf{m}$, se uma das raízes é 1, então **m** é igual a:
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5
$(\mathbf{m} + 1)x^2 - 4x = 1 - \mathbf{m} \Rightarrow (\mathbf{m} + 1)x^2 - 4x + (\mathbf{m} - 1) = 0$
x′ = 1, m =?
$(\mathbf{m} + 1) \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + (\mathbf{m} - 1) = 0 \Rightarrow \mathbf{m} + \cancel{1} - 4 + \mathbf{m} \cancel{-1} = 0$
$2\mathbf{m} - 4 = 0 \Rightarrow 2\mathbf{m} = 4 \Rightarrow \mathbf{m} = 4/2 \Rightarrow$ **m = 2 (B)**

55. (SENAC 2009) Se **a – b = 7** e $\mathbf{a^2 + ab + b^2 = 73}$, com **a > 0** e **b > 0**, é correto afirmar que:
a) $a^2 + 3b = 67$ d) $a - 6b^2 = -2$
b) $4a - 5b = 29$ e) $a^2 - b^2 = 60$
c) ab = 10
Vamos montar um sistema de equações:
$\begin{cases} a - b = 7 \text{ (elevando ao quadrado)} \\ a^2 + ab + b^2 = 73 \end{cases}$
$\begin{cases} (a - b)^2 = (7)^2 \\ a^2 + ab + b^2 = 73 \end{cases}$
$\begin{cases} a^2 - 2ab + b^2 = 49 \ (-1) \\ a^2 + ab + b^2 = 73 \end{cases}$
$\begin{cases} \cancel{-a^2} + 2ab \cancel{- b^2} = -49 \\ \cancel{a^2} + ab + \cancel{b^2} = 73 \end{cases}$
$3ab = 24 \Rightarrow ab = 8 \Rightarrow b = 8/a$

$a - b = 7 \Rightarrow a - \dfrac{8}{a} = 7$
$a^2 - 8 = 7a \Rightarrow a^2 - 7a - 8 = 0$
a′ = 8 e $\cancel{a'' = -1}$ **(a > 0)**
$a - b = 7 \Rightarrow 8 - b = 7 \Rightarrow$ **b = 1**
(A) $\mathbf{a^2 + 3b = 67}$
$(8^2 + 3 \cdot 1 = 64 + 3 = 67)$

56. (SENAC 2009) Na equação $x^2 + x = 6$, uma das raízes é igual a:
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5
$x^2 + x = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$
$S = -b = -1$ **x′ = 2 (B)**
$P = c = -6$ x″= –3

57. (PM 2008) A soma do quadrado de um número com o dobro do quadrado desse número é 3. Então, é correto afirmar que o número descrito nessa situação:
a) pode ser – 1 ou + 1. c) pode ser – 3 ou + 1.
b) é + 1. d) é – 3.
Resolução: (A)
Chamando esse número de ⇒ x
$x^2 + 2x^2 = 3 \Rightarrow 3x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} \Rightarrow$ **x = ± 1(A)**

58. (PM 2008) Em uma confraternização de final de ano, uma empresa gastou R$ 960,00 e o custo dessa festa foi dividido em partes iguais entre todos os funcionários da empresa. Sabendo que, caso houvesse 16 funcionários a mais nessa empresa, cada um gastaria R$ 10,00 a menos, assinale a opção correta.

a) Se o quadro dessa empresa fosse composto por 48 funcionários, cada um teria gasto R$ 15,00 para participar da confraternização.
b) Essa empresa tem um quadro de 32 funcionários.
c) Se na empresa houvesse 40 funcionários, cada um teria gasto R$ 26,00 para participar dessa confraternização.
d) Se o quadro dessa empresa fosse composto por 48 funcionários, cada um teria gasto R$ 18,00 para participar dessa confraternização.

Resolução: (C).
Em virtude das alternativas apresentadas, a questão se torna facilmente resolvível apenas com a divisão do custo da festa de R$ 960 por 48 e 40(960 ÷ 48 = 20 e 960 ÷ 40 = 24). Com isto se exclui as alternativas A, B e D, restando somente a alternativa C, que diz que o nº de funcionários é 32. E se dividirmos 960 por 32 encontraremos R$ 30,00. Note que se a empresa possuir mais 16 funcionários o custo para cada cai em R$ 10,00 (960 ÷ 48 = 20). Porém, segue abaixo a resolução clássica da questão.

x = nº de funcionários / y = valor pago por cada um

$$\begin{cases} xy = 960 \Rightarrow y = 960/x \\ (x + 16)(y - 10) = 960 \Rightarrow xy - 10x + 16y - 160 = 960 \end{cases}$$

$$\cancel{960} - 10x + 16 \cdot \frac{960}{x} - 160 - \cancel{960} = 0$$

$-10x + 15360/x - 160 = 0$ (multiplicando a expressão por x)
$-10x^2 + 15360 - 160x = 0$ (simplif. por –10)
$x^2 + 16x - 1536 = 0$, Quando a = 1,
$S = -b = -16$, $P = c = -1536$ $\Big\}$ $\cancel{x' = -48}$ (nº de pessoas negativo)
$x'' = 32$ (C)

59. (CESPE) Um grupo composto de x empregados de uma empresa pretende comprar um presente de R$ 70,00 para o chefe, dividindo esse valor em partes iguais. Devido à desistência de dois colegas em participarem do evento, o encarregado da compra solicitou mais R$ 4,00 de cada participante restante. Nessas condições, o grupo de empregados era composto inicialmente por:

a) Menos de 4 empregados
b) Entre 4 e 6 empregados
c) Entre 6 e 8 empregados
d) Entre 8 e 10 empregados
e) Mais de 10 empregados

$x \Rightarrow$ nº de empregados
$y \Rightarrow$ valor a ser pago por cada empregado inicialmente.

$$\begin{cases} xy = 70 \Rightarrow y = \frac{70}{x} \\ (x - 2)(y + 4) = 70 \Rightarrow xy + 4x - 2y - 8 = 70 \end{cases}$$

$$\cancel{70} + 4x - 2 \cdot \frac{70}{x} - 8 = \cancel{70} \text{ (mult. por x)}$$

$4x^2 - 140 - 8x = 0$ (simplif. por 4) $\Rightarrow x^2 - 2x - 35 = 0$
$S = 2$, $P = -35$ $\Big\}$ $\cancel{x' = -5}$ (nº de emp. negativo)
$x'' = 7$ (C)

60. O conjunto verdade da equação $\frac{x-1}{3} + \frac{3}{x} = \frac{11}{3x}$ é {a, b} com a > b. O valor de a + 2b é:

a) 0 b) 1 c) –1 d) 2 e) –2

$\frac{x-1}{3} + \frac{3}{x} = \frac{11}{3x}$ (m.m.c = 3x) $\Rightarrow x.(x - 1) + 9 = 11$
$x^2 - x + 9 = 11 \Rightarrow x^2 - x + 9 - 11 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$
$S = -b = -(-1) = 1$, $P = c = -2$ $\Big\}$ **$x' = 2$**, **$x'' = -1$**
$a > b \Rightarrow S = \{2, -1\} \Rightarrow a + 2b \Rightarrow 2 + 2 \cdot -1 \Rightarrow 2 - 2 =$ **0 (A)**

61. Os 60 soldados de uma equipe foram igualmente divididos em grupos para participarem de uma aula prática sobre um novo programa de computador, ficando cada grupo em uma máquina. Entretanto, na hora da aula, três dos computadores travaram e os outros grupos tiveram que receber uma pessoa a mais. Após essa redistribuição, qual o número de grupos?

a) 15 b) 12 c) 10 d) 9 e) 6

$x \Rightarrow$ nº de grupos
$y \Rightarrow$ nº de soldados em cada grupo

$$\begin{cases} xy = 60 \Rightarrow y = \frac{60}{x} \\ (x - 3)(y + 1) = 60 \Rightarrow xy + x - 3y - 3 = 60 \end{cases}$$

$$\cancel{60} + x - 3 \cdot \frac{60}{x} - 3 = \cancel{60} \text{ (mult. por x)}$$

$x^2 - 180 - 3x = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 180 = 0$
$S = -b = -(-3) = 3$, $P = c = -180$ $\Big\}$ $\cancel{x' = -12}$ (nº de grupos negativo)
$x'' = 15 \Rightarrow$ **$x - 3$** $= 15 - 3 =$ **12 (B)**

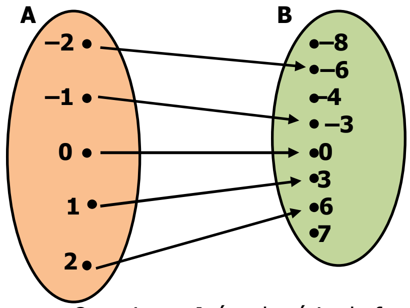
FUNÇÕES

1. DEFINIÇÃO

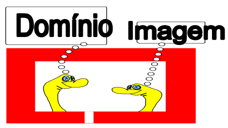
Dados dois conjuntos não vazios, **A** e **B**, chamamos de função de **A** em **B**, a qualquer relação tal que:

1°. Todos os elementos de **A** possuam correspondentes em B.
2°. A cada um dos elementos do conjunto **A** corresponda sempre um único elemento do conjunto **B**.

Indicamos que uma relação ***f*** é uma função de **A** em **B**, escrevendo ***f*: A→ B**



f(x) = 3x
ou
y = 3x



O conjunto **A** é o domínio da função e o conjunto **B** é o contradomínio.

O ***conjunto imagem*** da função é o conjunto de todos os elementos de **B**(contradomínio) que tiveram alguma correspondência com os valores de **A** (domínio).

Ex: A função ***f*: N→ N***, definida por f(x) = 3x + 2 associa a cada x ∈ N o número 3x + 2 ∈ N* chamado de imagem do elemento x.

f(x) = 3x + 2
f(**5**) = 3.**5** +2 = **17** (A imagem do elemento 5 é 17)
f(0) = 3.**0** + 2 = **2** (A imagem do elemento 0 é 2)
f(1) = 3.**1** + 2 = **5** (A imagem do elemento 1 é 5)

Ex: Considere a tabela abaixo que relaciona número de litros de gasolina e o preço a pagar:

Litros	Preço (R$)
1	2,10
2	4,20
3	6,30
4	8,40

Observe que o preço a pagar é dado **em função** do número de litros comprados. A função será dada por:

f(L) = 2,10L
f(1) = 2,10 . 1 = 2,10
f(2) = 2,10 . 2 = 4,20
f(3) = 2,10 . 3 = 6,30

OBS: É muito comum também, representar a função através de outra variável (a mais usada é o **y,** principalmente quando se trabalha com o **x**.
$f(x) = 3x + 2$ ou $y = 3x + 2$
$f(L) = 2{,}10L$ ou $y = 2{,}10x$

2. GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO

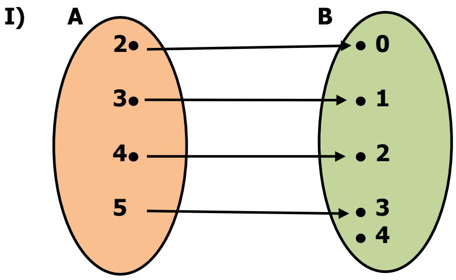
Considere todos os pares ordenados **(x, y)** onde **x** pertence ao domínio da função ***ƒ*** e **y** é a imagem de **x** pela função ***ƒ***.

O **gráfico cartesiano** de uma função numérica ***ƒ*** é a representação gráfica onde cada um desses pares ordenados é mostrado como um ponto do **plano cartesiano**.

As funções mais comuns em concursos são: Função do 1º gráu (Função afim), Função do 2º gráu (Função Quadrática), Função exponencial, Função logarítmica, e Funções trigonométricas.

Ex: Quais dos seguintes diagramas representam uma função:
1) de A em B
2) de B em A

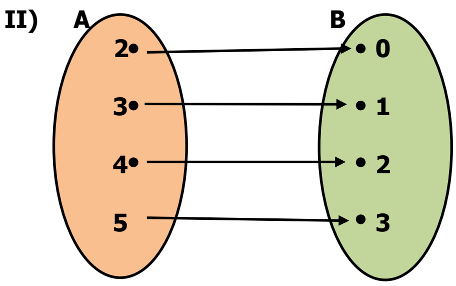
I)



***ƒ*: A→ B**
y = x – 2

***ƒ*: B→ A**
não há função

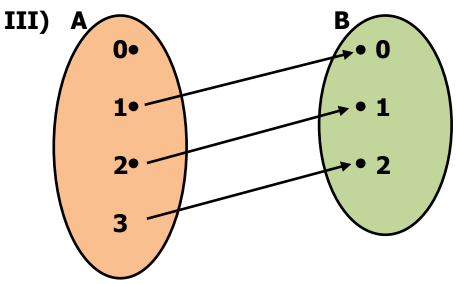
II)



***ƒ*: A→ B**
y = x – 2

***ƒ*: B→ A**
y = x + 2

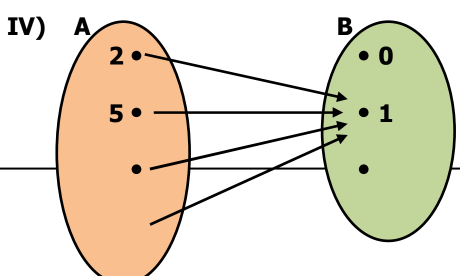
III)



***ƒ*: A→ B**
não há função

***ƒ*: B→ A**
y = x + 1

IV)

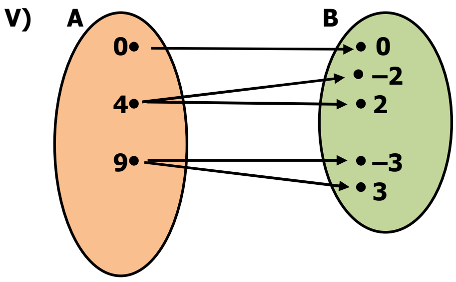


***ƒ*: A→ B**
y = x°
y = x / x
y = log$_x$x

***ƒ*: B→ A**
não há

10 **2**
20

V)



***ƒ*: A→ B**
não há função

***ƒ*: B→ A**
y = x²

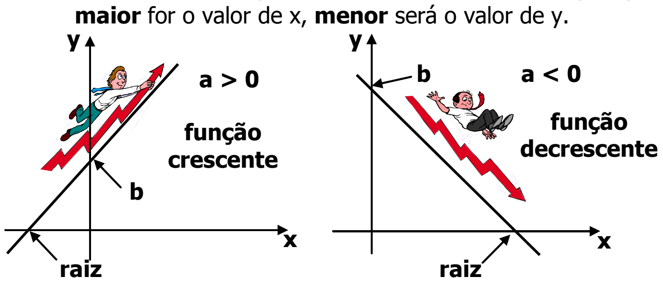
FUNÇÃO DO 1º GRÁU (FUNÇÃO AFIM)

1. DEFINIÇÃO

Denominamos de função do 1º gráu ou função afim, a uma função ***ƒ*: R→ R** quando existem dois números reais **a** e **b** tal que:

$$ƒ(x) = ax + b \quad (\text{com } a \neq 0)$$

- **O gráfico** de uma função do 1º gráu será sempre uma **reta inclinada** que encontra o eixo vertical quando **y = b**.
- O valor da constante **b** na expressão **ax + b**, é chamado de **coeficiente linear**.
- O coeficiente **a** na expressão **ax + b**, é chamado de **coeficiente angular** e está associado ao **gráu de inclinação** que a reta do gráfico terá.
- Se **a > 0** a função será **crescente**, ou seja, quanto **maior** for o valor de x, **maior** será o valor de y.
- Se **a < 0** a função será **decrescente**, ou seja, quanto **maior** for o valor de x, **menor** será o valor de y.



2. DETERMINAÇÃO DE UMA FUNÇÃO AFIM
2.1. CONHECENDO-SE DOIS VALORES DISTINTOS

Uma função afim $f(x) = ax + b$ fica inteiramente determinada quando conhecemos dois dos seus valores $f(x_1)$ e $f(x_2)$ para quaisquer x_1 e x_2 reais, com $x_1 \neq x_2$. Ou seja, com esses dados determinamos os valores de **a** e **b**.

Ex: Determine a função afim sabendo que $f(1)= 1$ e $f(2) = –2$

$f(x) = ax + b$

$f(1) = 1 \Rightarrow 1 = a \cdot 1 + b \Rightarrow$ / $f(2) = -2 \Rightarrow -2 = a \cdot 2 + b \Rightarrow$ $\begin{cases} a + b = 1 \ (-1) \\ 2a + b = -2 \end{cases}$

$$\begin{cases} -a - \cancel{b} = -1 \\ \underline{2a + \cancel{b} = -2} \end{cases}$$

$\mathbf{a = -3} \Rightarrow a + b = 1 \Rightarrow -3 + b = 1 \Rightarrow b = 1 + 3 \Rightarrow \mathbf{b = 4}$

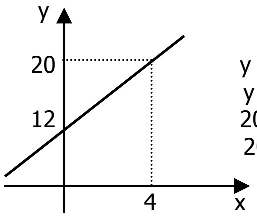
$f(x) = -3x + 4$

2.2. CONHECENDO-SE DOIS PONTOS NO GRÁFICO

Uma função afim $f(x) = ax + b$ fica inteiramente determinada quando conhecemos dois dos seus pontos no gráfico.

OBS: A recíproca também é verdadeira isto é, se conhecemos a função, e sabemos que o gráfico de uma função afim é uma reta, basta atribuirmos dois valores quaisquer para x, que teremos dois valores distintos para y e unir os pontos para determinarmos o gráfico.

Ex: Determine $f(7)$ na função afim $f(x) = ax + b$, do gráfico abaixo: no gráfico temos que $\begin{cases} x = 0,\ y = 12 \text{ ou } f(0) = 12 \\ x = 4,\ y = 20 \text{ ou } f(4) = 20 \end{cases}$



$y = ax + b$, ($b = 12$)
$y = ax + 12$
$20 = a\,.4 + 12$
$20 - 12 = 4a$
$4a = 8 \Rightarrow a = 2$

$y = 2x + 12$
$f(7) = 2.7 + 12$
$f(7) = 14 + 12$
$f(7) = 26$

TESTES – FUNÇÃO DO 1º GRÁU

01. Na função $f(x) = 3(x + 1) + 4(x - 1)$, o valor de a e b são respectivamente:
a) –7 e 1 b) 1 e –7 c) 7 e –1 d) –1 e 7 e) 7 e 1
$f(x) = 3(x + 1) + 4(x - 1)$
$f(x) = 3x + 3 + 4x - 4 \Rightarrow f(x) =$ **$7x - 1$ (C)**

02. A função afim correspondente aos valores $f(1) = 5$ e $f(-3) = -7$ é:
a) $f(x) = 2x + 3$ b) $f(x) = 5x - 3$ c) $f(x) = -3x - 7$
d) $f(x) = 3x + 2$ e) $f(x) = 5x - 7$
$f(1) = 5$ $f(-3) = -7$ $f(x) = ax + b$
$f(1) = 5 \Rightarrow a.1 + b = 5 \Rightarrow \begin{cases} a + b = 5 \\ -3a + b = -7 (-1) \end{cases}$
$f(-3) = -7 \Rightarrow a(-3) + b = -7 \Rightarrow$
$\begin{cases} a + \cancel{b} = 5 \\ 3a - \cancel{b} = 7 \end{cases}$
$4a = 12 \Rightarrow a = 12/4 \Rightarrow a = 3$
$a + b = 5 \Rightarrow 3 + b = 5 \Rightarrow b = 5 - 3 \Rightarrow b = 2$
$f(x) = 3x + 2$ (D)

03. O gráfico da função $f(x) = 3x - 9$ encontra o eixo das abscissas (horizontal) quando x é igual a:
a) –9 b) –3 c) 0 d) 3 e) 9
$f(x) = 3x - 9$, $y = 0$
$3x - 9 = 0 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 9/3 \Rightarrow$ **$x = 3$ (D)**

04. O gráfico da função $f(x) = -2x - 14$ encontra o eixo das ordenadas (vertical) quando y é igual a:
a) –14 b) –7 c) 0 d) 7 e) 14
$f(x) = -2x - 14$, $x = 0$
$f(0) = -2 . 0 - 14 \Rightarrow f(0) = -14$ ou **$y = -14$ (A)**

05. A função do 1º gráu $f(x) = \mathbf{a}x + 8$ é crescente e encontra o eixo das abscissas (horizontal) quando x é igual a –4. Então o valor de **a** é:
a) – 4 b) – 2 c) 2 d) 4 e) 8
$f(x) = \mathbf{a}x + 8$, $y = 0$, $x = -4$
$0 = a . (-4) + 8 \Rightarrow -4a = -8 \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 8/4 \Rightarrow$ **$a = 2$ (C)**

06. Considere que a função do primeiro gráu definida por $f(x) = \mathbf{a}x + 10$ seja crescente. Assinale a opção que indica um valor impossível para a raiz desta função.
a) – 25 b) – 4 c) -3π d) – 2 e) 4
$f(x) = \mathbf{a}x + 10$, crescente $\Rightarrow a > 0$
$ax + 10 = 0 \Rightarrow ax = -10 \Rightarrow \mathbf{x} = \underline{-10}$ **(não pode ser +)(E)**
função crescente = a positivo $\Rightarrow$ a

07. (CESCEM) Para que os pares (1;3) e (3; –1) pertençam ao gráfico da função dada por $f(x) = ax + b$, o valor de b – a deve ser:
a) 7 b) 5 c) 3 d) –3 e) –7
(1;3) e (3; –1) , $f(x) = ax + b$, o valor de $b - a$ =?
$f(1) = 3 \Rightarrow a.1 + b = 3 \Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 (-1) \\ 3a + b = -1 \end{cases}$
$f(3) = -1 \Rightarrow a.3 + b = -1 \Rightarrow$
$\begin{cases} -a - \cancel{b} = -3 \\ 3a + \cancel{b} = -1 \end{cases}$
$2a = -4 \Rightarrow a = -4/2 \Rightarrow a = -2$
$a + b = 3 \Rightarrow -2 + b = 3 \Rightarrow b = 3 + 2 \Rightarrow b = 5$
$b - a$ $= 5 - (-2) = 5 + 2 =$ **7 (A)**

08. Uma função real f do 1º gráu é tal que
$f(0) = 1 + f(1)$ e $f(-1) = 2 - f(0)$. Então, f(3) é:
a) –3 b) –5/2 c) –1 d) 0 e) 7/2
$f(x) = ax + b \begin{cases} f(0) = b \\ f(1) = a + b \\ f(-1) = -a + b \end{cases}$

$f(0) = 1 + f(1)$
$b = 1 + a + b$
$-1 = a + b - b$
$a = -1$

$f(-1) = 2 - f(0)$
$-a + b = 2 - b$
$-(-1) - 2 = -b - b$
$1 - 2 = -2b \Rightarrow -1 = -2b$
$1 = 2b \Rightarrow b = 1/2$

$f(x) = ax + b$
$f(x) = -1x + 1/2$
$f(3) = -1.3 + 1/2$
$f(3) = -3 + 1/2$
$f(3) = -5/2$ (B)

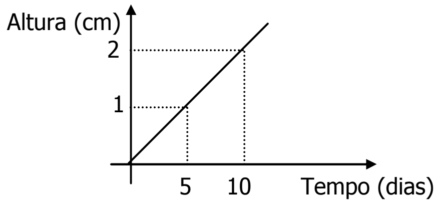
09. Para que a função do 1º gráu dada por $f(x) = (2 - 3k)x + 2$ seja crescente, devemos ter:
a) k= 2/3 b) k< 2/3 c) k> 2/3
d) k< –2/3 e) k> –2/3
$f(x) = (2 - 3k)x + 2$, crescente $\Rightarrow (2 - 3k) > 0$
$2 - 3k > 0$
$-3k > 2 (-1) \Rightarrow 3k < 2 \Rightarrow$ **$k < 2/3$ (B)**

10. (UnB/95-STJ) Um passageiro recebe de uma companhia aérea a seguinte informação em relação a bagagem a ser despachada: por passageiro, é permitido despachar gratuitamente uma bagagem de até 20 kg; para qualquer quantidade que ultrapasse os 20 kg, será paga a quantia de R$ 8,00 por quilo excedente. Sendo P o valor pago pelo despacho da bagagem, em reais, e M a massa da bagagem, em kg, em que M > 20, então:
a) P = 8M b) P = 8M – 20 c) P = 20 – 8M
d) P = 8(M – 20) e) P = 8(M + 20)
$f(x) = ax + b \Rightarrow P = aM + b$, $M > 20$
$f(21) = 8 \Rightarrow a.21 + b = 8 \Rightarrow \begin{cases} 21a + b = 8 (-1) \\ 22a + b = 16 \end{cases}$
$f(22) = 16 \Rightarrow a.22 + b = 16 \Rightarrow$
$\begin{cases} -21a - \cancel{b} = -8 \\ 22a + \cancel{b} = 16 \end{cases}$
$a = 8$
$21a + b = 8 \Rightarrow 21 . 8 + b = 8 \Rightarrow 168 + b = 8 \Rightarrow b = -160$
$P = 8M - 160 \Rightarrow$ **P = 8 (M – 20) (D)**

11. O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R$ 3,44 e cada quilômetro rodado custa R$ 0,86, determine a distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 21,50 pela corrida.
a) 10 km b) 16 km c) 21 km d) 25 km e) 19 km
Bandeirada = R$ 3,44 , Km rodado = R$ 0,86
$f(0) = 3,44$, $f(1) = 3,44 + 0,86 = 4,30$
$f(0) = 3,44 \Rightarrow a.0 + b = 3,44 \Rightarrow b = 3,44$

f(1) = 4,30 ⇒ a.1 + b = 4,30 ⇒ a + 3,44 = 4,30
a = 4,30 – 3,44 = 0,86
f(d) = 0,86d + 3,44
f(d) = 21,50 ⇒ 21,50 = 0,86d +3,44⇒ 21,50–3,44 = 0,86d
$\mathbf{d} = \frac{18{,}06}{0{,}86} = \mathbf{21\ km\ (C)}$

12. (Vunesp) Um botânico mede o crescimento de uma planta, em centímetros, todos os dias. Ligando os pontos colocados por ele num gráfico, obtemos a figura abaixo. Se for mantida sempre essa relação entre tempo e altura, a planta terá no 30° dia uma altura igual a:
a) 5 cm
b) 6 cm
c) 3 cm
d) 15 cm
e) 30 cm



A reta do gráfico intercepta o eixo das ordenadas (vertical) quando y = 0, isto quer dizer que b = 0.
Quando x = 5, y = 1 e quando x = 10, y = 2. O que significa que para cada valor de x, y é 1/5 menor.
Portanto a função é dada por: f(x) = x/5
f(x) = x/5 ⇒ **f(30)** = 30/5 = **6 cm (B)**

13. (FUA-AM) Uma clínica de fisioterapia cobra R$ 50,00 de matrícula e mais R$ 10,00 por sessão de fisioterapia. Qual a expressão que representa a quantia y (em reais) a ser paga por um paciente que fez x sessões de fisioterapia?
a) y = (50 + 10)x b) y = 10x + 50 c) y = 50x + 10
d) y = 10x – 50 e) y = x^{10} + 50
f(x) = ax + b
f(0) = 50 ⇒ a . 0 + b = 50 ⇒ b = 50
f(1) = 60 ⇒ a . 1 + b = 60 ⇒ a + 50 = 60 ⇒ a = 60 – 50
a = 10
f(x) = 10x +50 ou **y = 10x +50 (B)**

14. (UFSM-RS) Um laboratório testou a ação de uma droga em uma amostra de 720 frangos. Constatou-se que a lei de sobrevivência do lote de frangos era dada pela relação v(t) = at + b, em que v(t) é o número de elementos vivos no tempo t(meses). Sabendo que o último frango morreu quando t = 12 meses após o início da experiência, a quantidade de frangos que ainda estava viva no 10° mês é:
a) 80 b) 100 c) 120 d) 300 e) 220
v(t) = at + b
f(0) = 720 ⇒ a.0 + b = 720 ⇒ b = 720
f(12) = 0 ⇒ a.12 + b = 0 ⇒ 12a + 720 = 0⇒ 12a = –720
a = –720 /12 ⇒ a = – 60
v(t) = – 60t + 720⇒ v(10) = – 60.10 + 720⇒ – 600 + 720
v(10) = 120 frangos (C)

15. O gerente de uma padaria fez uma oferta aos fregueses que levavam 1litro de leite e pães, publicando a tabela abaixo:

Quantidade de Pães	Despesa Total (R$) (pão + 1litro de leite)
1	0,47
2	0,59
3	0,71
4	0,83
5	0,95
6	1,07

Por essa oferta, um freguês dessa padaria pagava:
a) R$ 0,12 o litro de leite.
b) R$ 0,35 o litro de leite.
c) R$ 0,47 o litro de leite.
d) R$ 0,35 cada pão.
e) R$ 0,47 cada pão.

f(x) = ax +b
f(1) = 0,47 ⇒ a.1 + b = 0,47 ⇒ a + b = 0,47 (–1)
f(2) = 0,59 ⇒ a.2 + b = 0,59 ⇒ 2a + b = 0,59

$\begin{cases} -a - \cancel{b} = -0{,}47 \\ 2a + \cancel{b} = 0{,}59 \end{cases}$
a = 0,12
a + b = 0,47 ⇒ 0,12 + b = 0,47⇒b =0,47 – 0,12⇒ b =0,35
f(x) = 0,12x + 0,35 ⇒ pão = 0,12 / **leite = 0,35 (B)**

16. Num determinado Estado, quando um veículo é rebocado por estacionar em local proibido, o motorista paga uma taxa fixa de R$ 76,88 e mais R$ 1,25 por hora de permanência no estacionamento da polícia. Se o valor pago por um infrator foi de R$ 101,88. O total de horas que o veículo ficou estacionado na polícia corresponde a:
a) 20 b) 21 c) 22 d) 23 e) 24
Taxa fixa = R$ 76,88, por hora estacionado = R$ 1,25
f(0) = 76,88 , f(1) = 76,88 + 1,25 = 78,13
f(0) = 76,88 ⇒ a.0 + b = 76,88 ⇒ b = 76,88
f(1) = 78,13 ⇒ a.1 + b = 78,13 ⇒ a + 76,88 = 78,13
a = 78,13 – 76,88 = 1,25
f(h) = 1,25h + 76,88
f(h) = 101,88 ⇒ 101,88 = 1,25h + 76,88
101,88 – 76,88 = 1,25h ⇒ $\mathbf{h} = \frac{25}{1{,}25} = \mathbf{20\ h\ (A)}$

17. (FUVEST) A tabela abaixo mostra a temperatura das águas do oceano Atlântico (ao nível do equador) em função da profundidade.

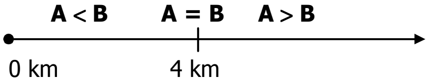
Profundidade	Temperatura
Superfície	27°C
100 m	21°C
500 m	7°C
1.000 m	4°C

Admitindo-se que a variação da temperatura seja aproximadamente linear entre cada uma das medições feitas para a profundidade, a temperatura prevista para a profundidade de 400 m é:
a) 16°c b) 14°c c) 12,5°c d) 10,5°c e) 8°c
f(x) = ax +b
f(100) = 21⇒ a.100 + b = 21⇒ 100a + b = 21 (–1)
f(500) = 7 ⇒ a.500 + b = 7 ⇒ 500a + b = 7
$\begin{cases} -100a - \cancel{b} = -21 \\ 500a + \cancel{b} = 7 \end{cases}$
400a = –14 ⇒ **a = –14/400**
100a + b = 21 ⇒ 100. (–14/400) + b = 21
b = 21 + 14 /4 ⇒ b = 98/4 ⇒ **b = 24,5**
f(x) = –14/400x + 24,5 ⇒ f(400) = (–14/400) 400 + 24,5
f(400) = –14 + 24,5 ⇒ **f(400) = 10,5°C (D)**

18. (DETRAN-PA) Numa cidade há duas empresas transportadoras, A e B, cujos serviços têm, respectivamente, custos **y** e **z**. Considerando que y = 800x e z = 600x + 800, e, sendo **x** o número de quilômetros rodados, assinale a alternativa correta:
a) A empresa **B** é sempre mais vantajosa que **A**.
b) A empresa **A** é sempre mais vantajosa que **B**.
c) A empresa **B** é mais vantajosa para distância superior a 4 km.
d) Para uma distância de 10 km, a empresa **A** cobra menos que **B**.
e) As duas empresas cobram o mesmo preço para 6 km rodados.

A→ y = 800x
B→ z = 600x + 800
800x = 600x + 800 ⇒ 800x – 600x = 800 ⇒ 200x = 800
x = 800 /200 ⇒ x = 4 Km
f(1) → A = 800.1= **800** B = 600.1 +800 = **1400 A < B**

$f(5) \to$ A = 800.5= **4000** B = 600.5 +800 = **3800** **A > B**



Análise = Menos de **4km A** é mais vantajosa do que **B**.
Para **4km** as duas empresas cobram o mesmo preço.
Acima de **4 km B** é mais vantajosa que **A**.
Resposta correta = (C)

19. (UEPA) Um pequeno comerciante investiu R$ 300,00 na produção de bandeiras do seu time, para vender em um estádio de futebol. Foram vendidas **x** bandeirinhas ao preço de R$ 8,00 cada uma. Então o lucro L(x) obtido na venda de x bandeirinhas é dado por:

a) L(x) = 300 – 8x
b) L(x) = 8x +300
c) L(x) = 8x – 300
d) L(x) = 8x
e) L(x) = – 8x – 300

V(x) = 8x / C = 300 / L = V – C $\Rightarrow$ **L(x) = 8x – 300 (C)**

20. A expressão C(t) = 0,004t +79,8 fornece o comprimento, em centímetros de uma barra de metal em função de sua temperatura t em gráus Celsius(°C). Essa barra, inicialmente à temperatura de 50°C, sofre um aquecimento e sua temperatura é, então, aumentada em 20%. O aumento percentual correspondente, no comprimento da barra, é de:

a) 0,02% b) 0,05% c) 0,04% d) 0,08% e) 0,06%

C(t) = 0,004t +79,8
C(50) = 0,004.50 + 79,8 $\Rightarrow$ C(50) = 80 cm

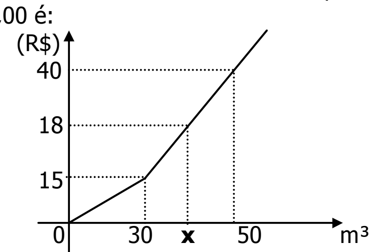
$\left.\begin{array}{l} 50\text{-----}100\% \\ x\text{-------}120\% \end{array}\right\} x = \dfrac{120 \cdot 50}{100} = 60°$

C(60) = 0,004.60 + 79,8 $\Rightarrow$ C(60) = 80,04 cm

$\left.\begin{array}{l} 80\text{------}100\% \\ 80{,}04\text{------}x\% \end{array}\right\} x = \dfrac{80{,}04 \cdot 100}{80} = 100{,}05 - 100 =$ **0,05%(B)**

07. (DETRAN-PA) O gráfico abaixo é formado por dois segmentos de reta e relaciona o valor de uma conta de água e o correspondente volume consumido. O volume consumido quando o valor da conta for R$ 18,00 é:

a) 32,4 m^3
b) 22,4 m^3
c) 28,4 m^3
d) 36,3 m^3
e) 34,0 m^3



f(30) = 15 / f(50) = 40 / f(x) = ax + b

$\begin{array}{l} f(30) = a \cdot 30 + b \Rightarrow \\ f(50) = a \cdot 50 + b \Rightarrow \end{array} \begin{cases} 30a + b = 15\ (-1) \\ 50a + b = 40 \end{cases}$

$\begin{cases} -30a - \cancel{b} = -15 \\ \underline{50a + \cancel{b} = 40} \end{cases}$

20a = 25 $\Rightarrow$ a = 25/20 $\Rightarrow$ a = 5/4 $\Rightarrow$ a = 1,25
30a + b = 15 $\Rightarrow$ 30 . 1,25 + b = 15 $\Rightarrow$ 37,5 + b = 15
b = 15 – 37,5 $\Rightarrow$ b = – 22,5
f(x) = 1,25x – 22,5

$18 = 1{,}25x - 22{,}5 \Rightarrow x = \dfrac{18 + 22{,}5}{1{,}25} =$ **32,4 m³(A)**

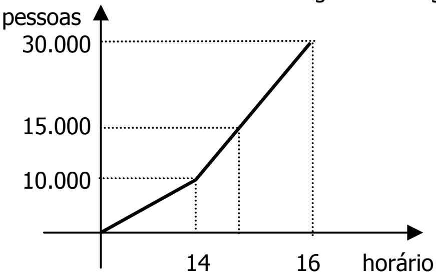
22. (Prise) Durante as festividades do Círio de Nazaré, em Belém do Pará, são vendidos tradicionalmente os brinquedos de miriti vindos, em sua maioria, do município de Abaetetuba. Um produtor destes brinquedos fabrica canoas ao custo de R$ 2,00 a unidade, vendendo por R$ 5,00 cada uma. Sabendo que ele gasta com transporte R$ 20,00, quantas canoas terá que vender para lucrar R$ 100,00?

a) 40 b) 50 c) 60 d) 70 e) 80

C(x) = 2x +20 / V(x) = 5x / L = V – C
L(x) = 5x – (2x + 20) $\Rightarrow$ L(x) = 3x – 20

$100 = 3x - 20 \Rightarrow x = \dfrac{100 + 20}{3} \Rightarrow$ **x = 40 unidades (A)**

23. Em uma partida, Remo e Paysandu, estiveram presentes no Mangueirão, 30.000 torcedores. Três portões foram abertos às 12 horas e até as 14 horas entrou um número constante de pessoas por minuto. A partir desse horário, abriram-se mais três portões e o fluxo constante de pessoas aumentou. Os pontos que definem o número de pessoas dentro do estádio em função do horário de entrada estão contidos no gráfico a seguir:



Quando o número de torcedores atingiu 15.000, o relógio estava marcando:

a) 14h e 20min
b) 14h e 30 min
c) 14h e 40 min
d) 15h
e) 15h e 30 min

f(14) = 10.000 / f(16) = 30.000 / f(x) = ax + b

$\begin{array}{l} f(14) = a.14 + b \Rightarrow \\ f(16) = a.16 + b \Rightarrow \end{array} \begin{cases} 14a + b = 10000\ (-1) \\ 16a + b = 30000 \end{cases}$

$\begin{cases} -14a - \cancel{b} = -10000 \\ \underline{15a + \cancel{b} = 30000} \end{cases}$

2a = 20000 $\Rightarrow$ a = 20000/2 $\Rightarrow$ **a = 10000**
14a + b = 10000 $\Rightarrow$ 14.10000 + b = 10000
140000+b = 10000 $\Rightarrow$ b = 10000–140000 $\Rightarrow$ **b = – 130000**
f(x) = 10000x – 130000
15000 = 10000x – 130000$\Rightarrow$ 15 = 10x – 130$\Rightarrow$ 15+130= 10x

$x = \dfrac{145}{10} \Rightarrow x = 14{,}5 \Rightarrow$ **x = 14h e 30 min (B)**

24. (Prise) Nas feiras de artesanato de Belém do Pará, é comum, no período natalino, a venda de árvores de natal feitas com raiz de patclhouli. Um artesão paraense resolveu incrementar sua produção, investindo R$ 300,00 na compra de matéria prima para confeccioná-las. Com a intenção de vender cada árvore ao preço de R$ 25,00, o número mínimo de árvores que o artesão deverá vender para obter lucro é:

a) 10 b) 12 c) 13 d)15 e) 20

C = 300 / V(x) = 25x / L = V – C
0 = 25x – 300 $\Rightarrow$ 300 = 25x

$x = \dfrac{300}{25} \Rightarrow x = 12$ 12 + 1 = **13 unidades(C)**

25. (FGV-SP) Uma fábrica de camisas tem um custo mensal dado por C = 5000 + 15x, onde x é o número de camisas produzidas por mês. Cada camisa é vendida por R$ 25,00. Atualmente, o lucro mensal é de R$ 2.000,00. Para dobrar esse lucro, a fábrica deverá produzir e vender mensalmente:

a) O dobro do que produz e vende.
b) 100 unidades a mais do que produz e vende.
c) 200 unidades a mais do que produz e vende.
d) 300 unidades a mais do que produz e vende.
e) 50% a mais do que produz e vende.

C = 5000 + 15x / V = 25x / L = V – C
L = 25x – (5000 + 15x) $\Rightarrow$ L = 25x – 5000 – 15x
L = 10x – 5000
Atualmente $\to$ 2000 = 10x – 5000 $\Rightarrow$ 2000 + 5000 =10x
x = 7000 /10 $\Rightarrow$ **x = 700 camisas**
Dobrando o lucro $\to$4000=10x–5000 $\Rightarrow$ 4000 + 5000 =10x
x = 9000 /10 $\Rightarrow$ **x = 900 camisas (+200) (C)**

26. (UCSal-Ba) Em um país, as pessoas maiores de 21 anos pagam um imposto progressivo sobre os rendimentos. Esse imposto corresponde a 10% sobre as primeiras 1000 unidades monetárias recebidas e **20 % sobre os ganhos que ultrapassam esse valor**. Nessas condições, indicando por **I** o valor do imposto e por **r** a renda, a fórmula para cálculo do imposto nesse país para quem tem rendimento superior a 1000 unidades monetárias, é dada por:

a) $I = 0,2r - 100$ d) $I = 100 + 0,3r$
b) $I = 100 + 0,2r$ e) $I = r - 100$
c) $I = 0,3r$

$f(1000) = 1000 \cdot 0,1 = 100$
$f(1100) = 1000 \cdot 0,1 + 100 \cdot 0,2 = 100 + 20 = 120$
$f(1000) \Rightarrow \begin{cases} 1000a + b = 100 \ (-1) \\ 1100a + b = 120 \end{cases}$ $\Leftarrow f(1100)$

$\begin{cases} -1000a - \cancel{b} = -100 \\ \underline{1100a + \cancel{b} = \ \ 120} \end{cases}$

$100a = 20 \Rightarrow a = 20/100 \Rightarrow \mathbf{a = 0,2}$
$1000a + b = 100 \Rightarrow 1000 \cdot 0,2 + b = 100$
$200 + b = 100 \Rightarrow b = 100 - 200 \Rightarrow \mathbf{b = -100}$
$I = 0,2r - 100$ (A)

27. (Unifacs-Ba) Um trabalhador ganha R$ 12,50 por hora trabalhada até um limite de 44 horas semanais, sendo acrescidos 40% para cada hora extra trabalhada. A expressão que exprime o salário bruto mensal (S) em função do número de horas trabalhadas (h), $h \geq 44$, corresponde a:

a) $S = 17,5h + 550$ d) $S = 12,5 + 550$
b) $S = 17,5h + 1350$ e) $S = 12,5h - 220$
c) $S = 17,5h - 220$

Cálculo da hora extra = $12,50 \cdot 44 = 17,50$
$f(44) = 12,5 \cdot 44 = 550 \Rightarrow \begin{cases} 44a + b = 550 \ (-1) \\ 54a + b = 725 \end{cases}$
$f(54) = 550 + 175 = 725 \Rightarrow$

$\begin{cases} -44a - \cancel{b} = -550 \\ \underline{54a + \cancel{b} = \ \ 725} \end{cases}$

$10a = 175 \Rightarrow a = 175/10 \Rightarrow \mathbf{a = 17,50}$
$44a + b = 550 \Rightarrow 44 \cdot 17,50 + b = 550 \Rightarrow 770 + b = 550$
$b = 550 - 770 \Rightarrow \mathbf{b = -220}$
$S = 17,50h - 220$ (C)

28. (Marituba) Um determinado profissional ganha R$ 12,00 por hora trabalhada e possui uma carga horária de 30 horas semanais. Eventuais horas extras são pagas com acréscimo de 20% por hora extra. Cumprida a sua carga horária, se, em determinada semana, o salário desse profissional foi de R$ 475,20, o número de horas extras trabalhadas por ele nessa semana foi:

a) 10 b) 8 c) 6 d) 4 e) 2

1ª solução: hora extra = $12 \cdot 1,2 = 14,40$
$f(30) = 12 \cdot 30 = 360 \Rightarrow \begin{cases} 30a + b = 360 \ (-1) \\ 31a + b = 374,40 \end{cases}$
$f(31) = 360 + 14,40 = 374,40 \Rightarrow$

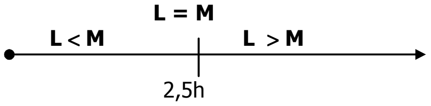
$\begin{cases} -30a - b = -360 \\ \underline{31a + b = 374,40} \end{cases}$	$30 \cdot 14,40 + b = 360$
	$b = 360 - 432$
$\mathbf{a = 14,40}$	$\mathbf{b = -72}$
$f(x) = 14,40x - 72$	

$475,20 = 14,40x - 72 \Rightarrow 14,40x = 475,20 + 72$
$x = 547,20/14,40 \Rightarrow x = 38 \Rightarrow 38 - 30 = \mathbf{8}$ **(B)**
2ª solução: hora extra = $12 \cdot 1,2 = 14,40$
$12.30 = 360 \Rightarrow 475,20 - 360 = 115,20/14,40 = 8$

29. Dona Marta necessita dos serviços de um encanador. Conhece dois que são bons igualmente eficientes. Luiz, que cobra 5 reais pela visita e mais 4 reais para cada hora de serviço, e Mário, que cobra 10 reais pela visita e 2 reais para cada hora de serviço. Com base nos preços cobrados, assinale a alternativa correta:

a) Luiz é sempre mais vantajoso do que Mário.
b) Mário é sempre mais vantajoso do que Luiz.
c) Mário é mais vantajoso para um tempo superior a 2,5h.
d) Para um tempo de 4h, Luiz cobra menos que Mário.
e) Os dois encanadores cobram o mesmo preço para 2 horas de serviços.

Luiz $\to L(x) = 4x + 5$
Mário $\to M(x) = 2x + 10$
$4x + 5 = 2x + 10 \Rightarrow 4x - 2x = 10 - 5 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = 5/2$
x = 2,5 ou 2h e 30 minutos.
$f(2) \to L = 4.2 + 5 = \mathbf{13,00}$ $M = 2.2 + 10 = \mathbf{14,00}$ **$L < M$**
$f(3) \to L = 4.3 + 5 = \mathbf{17,00}$ $M = 2.3 + 10 = \mathbf{16,00}$ **$L > M$**



Análise =
menos de **2,5h Luiz** é mais vantajoso do que **Mário**.
Para **2,5h** os dois cobram o mesmo preço.
Acima de **2,5 h Mário** é mais vantajoso que **Luiz**.
Resposta correta = (C)

30. (FGV-SP) Um terreno vale hoje R$ 40.000,00 e estima-se que daqui a 4 anos seu valor seja R$ 42.000,00. Admitindo-se que o valor do imóvel varie em função do tempo(t) medido em anos de acordo com uma função do 1º gráu, seu valor daqui a 6 anos e 4 meses será aproximadamente:

a) R$ 43.066,00 b) R$ 43.166,00 c) R$ 43.266,00
d) R$ 43.366,00 e) R$ 43.466,00

$f(0) = 40000 \Rightarrow 0a + b = 40000 \Rightarrow \mathbf{b = 40.000}$
$f(4) = 42000 \Rightarrow 4a + 40000 = 42000$

$4a = 42000 - 40000$	4 meses = $4/12 = 1/3 = 0,333...$
$a = 2000/4$	6 anos e 4 meses = 6,333
$\mathbf{a = 500}$	$V(6,333) = 500 \cdot 6,333 + 40000$
$V(t) = 500t + 40000$	$V(6,333) = 3166,5 + 40000$
	$V(6,333) = 43.166,5$ (B)

31. (PUC-SP) Para produzir um objeto, uma firma gasta R$ 1,20 por unidade. Além disso, há uma despesa fixa de R$ 4.000,00, independente da quantidade produzida. O preço de venda é de R$ 2,00 por unidade. Qual é o número mínimo de unidades, a partir do qual a firma começa a ter lucro?

a) 1.801 b) 2.501 c) 3.601
d) 4.001 e) 5.001

$C(x) = 1,20x + 4000$ / $V(x) = 2x$ / $L = V - C$
$L(x) = 2x - (1,2x + 4000) \Rightarrow L(x) = 2x - 1,2x - 4000$
$L(x) = 0,8x - 4000 \Rightarrow 0 = 0,8x - 4000 \Rightarrow 4000 = 0,8x$
$x = 4000/0,8 \Rightarrow \mathbf{x = 5000}$ **(E)**

32. (PUC-SP) Para produzir um número ***n*** de peças (***n*** inteiro positivo), uma empresa deve investir R$ 200.000,00 em máquinas e, além disso, gasta R$ 0,50 na produção de cada peça. Nessas condições, o custo C, em reais, da produção de ***n*** peças é uma função é uma função dada por:

a) $C(n) = n/2 + 200000$ d) $C(n) = 200000 - 0,50n$
b) $C(n) = 200000 + 0,50$ e) $C(n) = (200000 + n)/2$
c) $C(n) = 200000n$

Custo fixo $\Rightarrow b = 200000$
Custo variável (por peça) $\Rightarrow a = 0,5$
$C(n) = 0,5n + 200000 \Rightarrow \mathbf{C(n) = n/2 + 200000}$ **(A)**

33. (Cesgranrio) O valor de um carro novo é de R$ 9.000,00 e, com 4 anos de uso, é de R$ 4.000,00. Supondo que o preço caia com o tempo, segundo uma linha reta, o valor desse carro com 1 ano de uso é:

a) R$ 8.250,00 b) R$ 8.000,00 c) R$ 7.750,00
d) R$ 7.500,00 e) R$ 7.000,00

$V(0) = 9000 \Rightarrow \mathbf{b = 9000}$
$V(4) = 4000 \Rightarrow a.4 + b = 4000 \Rightarrow 4a + 9000 = 4000$
$a = \dfrac{4000 - 9000}{4} \Rightarrow a = \dfrac{-5000}{4} \Rightarrow a = -1250$
$V(x) = 9000 - 1250x \Rightarrow V(1) = 9000 - 1250.1 = \mathbf{7.750}$**(C)**

34. (UFES) Uma produtora pretende lançar um filme em DVD e prevê uma venda de 20.000 cópias. O custo fixo de produção do

filme foi de R$ 150.000,00 e o custo por unidade de R$ 20,00(DVD virgem, processo de copiar e embalagem). Qual o preço mínimo que deverá ser cobrado por DVD, para não haver prejuízo?
a) R$ 20,00 b) R$ 22,50 c) R$ 25,00
d) R$ 27,50 e) R$ 35,00
Quantidade de venda = 20.000 cópias
C(x) = 20x + 150000 ⇒ C(20000) = 20.20000 + 150000
C(20000) = 400000 + 150000 ⇒ C(20000) = 550000
Venda = 550000/ 20000 = **27,50 (D)**

35. (Prise) Um carrinho de lanches oferece a promoção: "Cachorro Quente + Refrigerante = R$ 1,50". O proprietário gasta diariamente a importância de R$ 30,00 para a preparação de lanches. Para ter um lucro diário de R$ 15,00, quantos lanches de R$ 1,50 deverá vender?
a) 10 b) 15 c) 20 d) 30 e) 45
V(x) = 1,5x / C = 30,00 / L = V – C
L(x) = 1,5x – 30 ⇒ 15 = 1,5x – 30 ⇒ 15 + 30 = 1,5x
x = 45/1,5 ⇒ **x = 30 lanches (D)**

36. (Mauá) Uma empresa produz trufas de chocolate, cujo custo de fabricação pode ser dividido em duas partes: uma independente da quantidade vendida, de R$ 1.500,00 mensais; outra, dependente da quantidade fabricada, de R$ 0,50 por unidade. Qual é a expressão que representa o lucro de trufas vendidas num mês, sabendo-se que o preço de venda de cada unidade é de R$ 1,50?
a) f(x) = 0,50x – 1500 d) f(x) = 1,50(x – 1) – 1500
b) f(x) = 1,50x – 1500 e) f(x) = 0,50(x – 1) – 1500
c) f(x) = 1,00x – 1500
C(x) = 0,50x + 1500 / V(x) = 1,50x / L = V – C
L(x) = 1,50x – (0,50x + 1500) ⇒ L(x) = 1,50x – 0,50x – 1500
L(x) = 1,00x – 1500 (C)

37. (Unicamp) Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela abaixo:

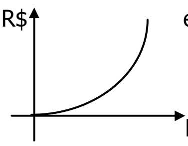
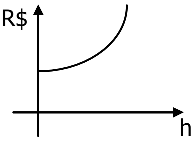
Plano	Custo Fixo	Custo adicional por minuto
A	R$ 35,00	R$ 0,50
B	R$ 20,00	R$ 0,80
C	0	R$ 1,20

A partir de quantos minutos de uso mensal, o plano A é mais vantajoso que os outros dois?
a) 55 b) 50 c) 40 d) 45 e) 30
A = 0,5x + 35 / B = 0,8x + 20 / C = 1,2x
A = B ⇒ 0,5x + 35 = 0,8x + 20 ⇒ 35 – 20 = 0,8x – 0,5x
15 = 0,3x ⇒ x = 15/0,3 ⇒ **x = 50 minutos**
A = C ⇒ 0,5x + 35 = 1,2x ⇒ 35 = 1,2x – 0,5x
35 = 0,7x ⇒ x = 35/0,7 ⇒ **x = 50 minutos (B)**

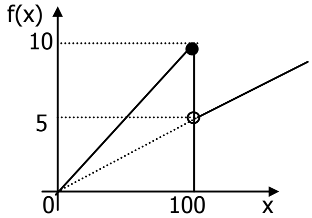
38. (Cesupa) Um estabelecimento bancário oferece estacionamento a seus clientes, cobrando uma taxa de R$ 0,50 pela permanência do veículo durante uma hora; após a primeira hora é cobrado R$ 1,00 por hora de ocupação. A função y que representa a cobrança de taxa de estacionamento pelo banco em x horas é:
a) y = 0,50 + 1,00(x – 1) d) y = 0,50(x +2)
b) y = 0,50 + 1,00x e) y = 0,50(x – 3)
c) y = 0,50 + 1,00(x +1)
f(1) = 0,50 ⇒ $\begin{cases} a + b = 0,50\ (-1) \\ 2a + b = 1,50 \end{cases}$ $\begin{cases} -a - \cancel{b} = -0,50 \\ \underline{2a + \cancel{b} = \ \ 1,50} \end{cases}$
f(2) = 1,50 ⇒
a = 1,00
a + b = 0,50 ⇒ b = 0,50 – 1,00 ⇒ **b = – 0,50**
y = x – 0,50 ⇒ **y = 0,50 + 1,00(x – 1) (A)**

39. (UFPA) Uma loja no centro de Belém aluga microcomputadores para usuários que desejam "navegar" pela internet. Para utilizar esse serviço o usuário paga uma taxa de R$ 2,00 acrescida de R$ 3,00 por hora de utilização da máquina. O gráfico que melhor representa o preço desse serviço é:
a) R$ b) R$ c) R$

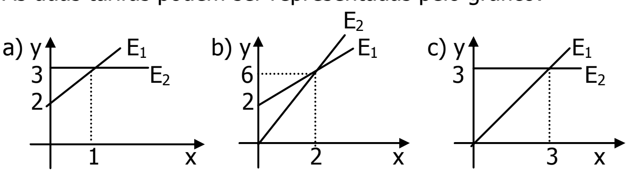
h h h

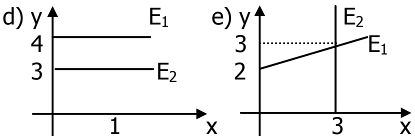
d) R$ 
e) R$ 
(B)

40. (Fatec) Na figura a seguir tem-se o gráfico da função f, onde f(x) representa o preço pago em reais por **x** cópias de um mesmo original, na Copiadora Reprodux.



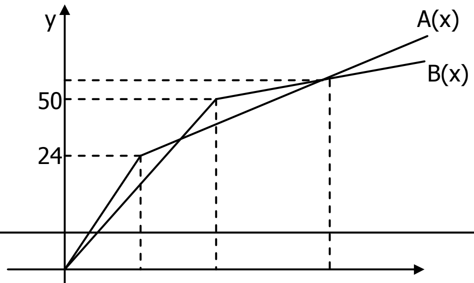
De acordo com o gráfico, é verdade que o preço pago nessa Copiadora por:
a) 228 cópias de um mesmo original é R$ 22,50.
b) 193 cópias de um mesmo original é R$ 9,65.
c) 120 cópias de um mesmo original é R$ 7,50.
d) 100 cópias de um mesmo original é R$ 5,00.
e) 75 cópias de um mesmo original é R$ 8,00.
Até 100 cópias: a = 10/100 = 0,1 e b = 0 P(x) = 0,1x
De 101 cópias em diante: a = 5/100 = 0,05 e b = 0 P(x) = 0,05x
P(193) = 0,05 . 193 = **9,65 (B)**
41. (FAAP) "Admitindo que em uma determinada localidade, uma empresa de táxi cobra R$ 2,00 a bandeirada e R$ 2,00 por km rodado e outra empresa cobra R$ 3,00 por km rodado e não cobra bandeirada".
As duas tarifas podem ser representadas pelo gráfico:

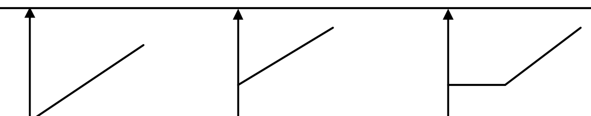




E_1 = 2x + 2 ⇒ E_1 = 2.2 + 2 = 6
E_2 = 3x ⇒ E_2 = 3. 2 = 6 **(B)**

42. As lojas A e B fizeram uma promoção para a venda de CDs, e os preços pelas quantidades vendidas estão representados nos gráficos abaixo. Os gráficos das funções A(x) e B(x) representam, respectivamente, os preços em função das quantidades **x** de CDs compradas pelos clientes, nas lojas A e B. Cada desses gráficos é formado por um segmento de reta e por uma semi-reta. A semi-reta que integra o gráfico de A(x) tem inclinação igual a 3 e a do gráfico de B(x) tem inclinação igual a 2.





4 10 x

Com base nessas informações e nos gráficos, julgue os itens abaixo:

I – Caso um cliente queira adquirir menos de 10 CDs, é mais vantajoso ele comprar na loja B.

II – Com R$ 30,00, um cliente compra nas duas lojas a mesma quantidade de CDs.

III – Na compra de 15 CDs na loja A, um cliente economizará em relação à compra na loja B, R$ 0,20 em cada CD.

IV – Na compra de 20 CDs na loja B, um cliente economizará em relação ao que gastaria na compra na loja A, mais de R$ 10,00.

V – Com R$ 66,00, um cliente poderá comprar até 18 CDs na loja A, mas não, na loja B.

A quantidade de itens corretos é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Empresa A		Empresa B	
Até 4 CDs	Acima 4CDs	Até 10 CDs	Acima 10 Cds
$a = \frac{24}{4} = 6$ $b = 0$ **f(x) = 6x**	a = 3 f(4)=24 ax+b=f(x) 3.4+b=24 b=24 –12 b=12 **f(x)=3x+12**	$a = \frac{50}{10} = 5$ $b = 0$ **f(x) = 5x**	a = 2 f(10)=50 ax+b=f(x) 2.10+b=50 b=50 –20 b=30 **f(x)=2x+30**

I – A → f(8) =3.8+12 = 24+12 = 36,00
B → f(8) =5.8 = 40,00 **(F)**

II – A → 30 =3x+12 ⇒x=(30 – 12)/3 = 18/3 = 6
B → 30 =5x ⇒x= 30/5 = 6 **(V)** **(B)**

III – A → f(15) =3.15+12 = 45+12 = 57,00
B → f(15) =2.15+30 = 30+30 = 60,00
Economia(60 –57) =3,00 ÷ 15 = 0,20 em cada**(V) (B)**

IV – A → f(20) =3.20+12 = 60+12 = 72,00
B → f(20) =2.20+30 = 40+30 = 70,00
Economia(72 –70) =2,00 <10,00 **(F)**

V – A → 66 =3x+12 ⇒ x=(66 – 12)/3 = 54/3 = 18
B → 66 =2x+30 ⇒x= (66 – 30)/2 = 36/2 = 18 **(F)**

43. (UFPA 2006) Para trocar o piso de uma cozinha, o assentador da cerâmica cobra R$ 30,00 e mais R$ 10,00 por m^2. Ao contratar o serviço desse operário, uma pessoa deve considerar a área (A) da cozinha em m^2 e calcular sua despesa (D) de mão de obra valendo-se da função:

a) D = 30 + 10A d) D = 30 – 10A
b) D = 30A + 10 e) D = 40A
c) D = 30A – 10

Resposta correta: (A) D = 30 + 10A

44. (SENAC 2009) Na expectativa de ser descoberta uma vacina contra a gripe **A** (suína), o Ministério da Saúde lança uma campanha nacional de vacinação dos idosos. Pela experiência de outras campanhas semelhantes já realizadas, calcula que para vacinar x% dessa população, serão necessários R(x) milhões de reais, onde

$$R(x) = \frac{120.x}{160 - x}$$

Nessas condições, o percentual de idosos que poderão ser vacinados com R$ 40.000.000,00 é:

a) 25% b) 50% c) 36% d) 40% e) 60%

$R(x) = \frac{120.x}{160 - x}$ (R(x) = 40)

$\frac{120.x}{160 - x} = 40 \Rightarrow 120x = 40(160 - x)$ (÷40)

$3x = 160 - x \Rightarrow 3x + x = 160 \Rightarrow 4x = 160$

$x = \frac{160}{4} \Rightarrow$ **x = 40% (D)**

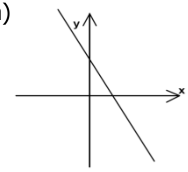
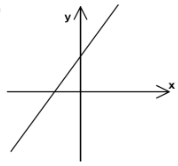
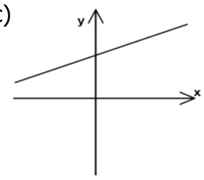
45. (CEASA 2009) O valor da diária do aluguel de um carro numa agência é calculado da seguinte maneira: um valor fixo de R$ 46,00 e R$ 0,50 a cada quilômetro rodado. A função que representa o valor da diária do aluguel ***V(q)*** em função da quilometragem ***q*** é:

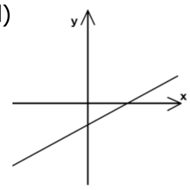
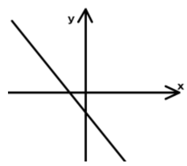
a) V(q) = 46 + 0,5q d) V(q) = 46q – 0,5
b) V(q) = 46q + 0,5 e) V(q) = 0,5q – 46
c) V(q) = 46q – 0,5q

A função do 1º gráu é dada por f(x) = ax + b, onde b é o valor fixo (termo independente) e a é o coeficiente da incógnita x. No caso do enunciado o valor fixo b = 46 o coeficiente a = 0,5. Portanto a função V(q) será dada por:

V(q) = 0,5q + 46 ou **V(q) = 46 + 0,5q (A)**

46. O gráfico que melhor representa a função y = 6 – 2x é:

a)  b)  c) 

d)  e) 

a < 0 (– 2x) ⇒ Função decrescente (a) e (e).
b > 0 (6) ⇒ a reta corta o eixo dos y na parte positiva **(A)**

47. Seja a função f: IR → IR definida por $f(x) = ax + b$, onde a e b são valores reais. Sabendo-se que $f(-1) = 3$ e $f(3) = -1$, podemos afirmar que o valor de b^a é igual a:

a) –2 b) –1 c) 1/2 d) 1 e) $\sqrt{2}$

$f(-1) = 3 \Rightarrow a.-1 + b = 3 \Rightarrow \begin{cases} -a + b = 3 \ (-1) \\ 3a + b = -1 \end{cases}$
$f(3) = -1 \Rightarrow a.3 + b = -1 \Rightarrow$

$\begin{cases} a - \cancel{b} = -3 \\ 3a + \cancel{b} = -1 \end{cases}$

$4a = -4 \Rightarrow a = -4/4 \Rightarrow a = -1$

$-a + b = 3 \Rightarrow -(-1) + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 1 \Rightarrow b = 2$

$b^a = 2^{-1} =$ **1/2 (C)**

48. (CESPE) Para enviar uma mensagem de Belém-PA para Brasília-DF, via *fax*, uma empresa de telecomunicações cobra R$ 1,20 pela primeira página e R$ 0,80 para cada página adicional, completa ou não. Sabendo-se que, nessas condições, um empresário gastou R$ 12,40 para enviar um documento de Belém para Brasília, é correto afirmar que o número de páginas que esse documento contém é igual a:

a) 11 b) 13 c) 15 d) 17 e) 19

$f(1) = 1,20 \Rightarrow a.1 + b = 1,20$ $\begin{cases} a + b = 1,20 \ (-1) \\ 2a + b = 2,00 \end{cases}$
$f(2) = 2,00 \Rightarrow a.2 + b = 2,00$

$\begin{cases} -a - \cancel{b} = -1,20 \\ 2a + \cancel{b} = 2,00 \end{cases}$

a = 0,80

a + b = 1,20 ⇒ b = 1,20 – 0,80 ⇒ **b = 0,40**

$f(x) = 0,8x + 0,4 \Rightarrow 12,40 = 0,80x + 0,40 \Rightarrow$

12,40 – 0,40 = 0,8x ⇒ x = 12,00/0,80 ⇒ **x = 15 páginas (C)**

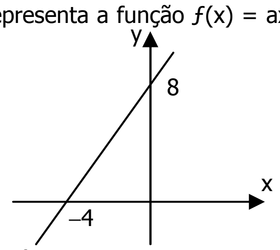
49. Sendo $f(x) = 2x - 3$, o valor de f(9) é:

a) 15 b) 12 c) 8 d) 6 e) 3

$f(x) = 2x - 3$

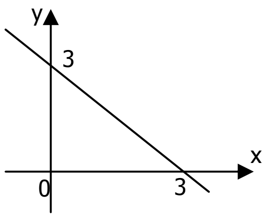
$f(9) = 2.9 - 3 = 18 - 3 =$ **15 (A)**

50. O gráfico abaixo representa a função $f(x) = ax + b$. O valor de $f(6)$ é:
a) 12
b) 14
c) 15
d) 16
e) 20



Temos o valor de b no gráfico ⇒ b = 8
No gráfico, também temos a raiz (–4) ⇒ x = –b/a
$-4 = \frac{-b}{a} \Rightarrow a = \frac{-8}{-4} \Rightarrow a = 2$
A função será ⇒ $f(x) = 2x + 8$
$f(6) = 2 . 6 + 8 = 12 + 8 =$ **20 (E)**

51. O gráfico abaixo representa a função $f(x) = ax + b$, então:
a) $f(x) = x – 3$
b) $f(x) < 0$ para $x < 0$
c) $f(x) > 0$ para $x > 0$
d) $f(x) = x + 3$
e) $f(x) < 0$ para $x > 3$



Função decrescente ⇒ a < 0
O valor de b no gráfico ⇒ b = 3
Raiz = 3
$f(x) > 0$ para $x < 3$, a
$f(x) < 0$ para $x > 3$ (E)
No gráfico, também temos a raiz (3) ⇒ x = –b/a
$3 = \frac{-b}{a} \Rightarrow a = \frac{-3}{3} \Rightarrow a = -1$
A função será ⇒ $f(x) = –x + 3$

52. (FCC-BA) Seja a função f: IR → IR, tal que $f(x) = ax + b$. Se os pontos (0, –3) e (2, 0) pertencem ao gráfico de f, então a + b é igual a:
a) 9/2 b) 3 c) 2/3 d) –3/2 e) –1

$f(0) = -3 \Rightarrow \begin{cases} a.0 + b = -3 \\ a.2 + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ 2a + b = 0 \end{cases}$
$f(2) = 0$
$2a – 3 = 0 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = 3/2$
a + b $= 3/2 + (–3) = \frac{3}{2} - 3 =$ **–3/2 (D)**

53. (UFMA) O gráfico da função $f(x) = ax + b$ intercepta o eixo x no ponto de abscissa 4 e passa pelo ponto (1, –3), então a função $f(x)$ é:
a) $f(x) = x – 3$ b) $f(x) = x – 4$ c) $f(x) = 2x – 5$
d) $f(x) = –2x – 1$ e) $f(x) = 3x – 6$
Os pontos são: (4, 0) e (1, –3)
$f(1) = -3 \Rightarrow \begin{cases} a.1 + b = -3 \\ a.4 + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -3 \ (-1) \\ 4a + b = 0 \end{cases}$
$f(4) = 0$
$\begin{cases} -a - \cancel{b} = 3 \\ \underline{4a + \cancel{b} = 0} \end{cases}$
$3a = 3 \Rightarrow a = 3/3 \Rightarrow a = 1$
$a + b = -3 \Rightarrow b = -3 - 1 \Rightarrow b = -4$
$f(x) = x – 4$ (B)

54. A função f do 1º grau cujo gráfico passa por A(–2, 10) e B(1,4) é:
a) $f(x) = –2x + 6$ c) $f(x) = 6x – 2$
b) $f(x) = x + 2$ d) $f(x) = 2x – 7$
$f(-2) = 10 \Rightarrow a. -2 + b = 10 \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = 10 \ (-1) \\ a + b = 4 \end{cases}$
$f(1) = 4 \Rightarrow a. 1 + b = 4$
$\begin{cases} 2a - \cancel{b} = -10 \\ \underline{a + \cancel{b} = 4} \end{cases}$
$3a = -6 \Rightarrow a = -6/3 \Rightarrow a = -2$
$a + b = 4 \Rightarrow -2 + b = 4 \Rightarrow b = 4 + 2 \Rightarrow b = 6$
$f(x) = –2x + 6$ (A)

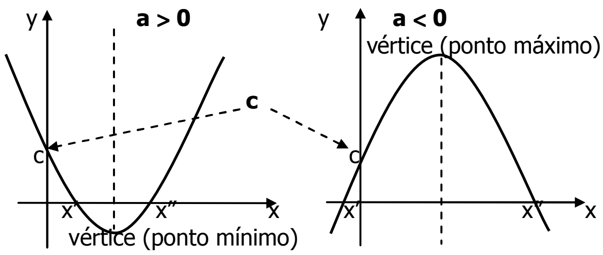
55. (Unifor-CE) Um caminhoneiro gasta, mensalmente, uma quantia fixa de R$ 800,00 na manutenção de seu caminhão. Além disso, sabe-se que esse caminhão consome, em média, 20 litros de diesel a cada 100 km rodados e que 1 litro de diesel custa R$ 0,60. A expressão que permite calcular a sua despesa mensal D, em reais, em função do número x de quilômetros percorridos pelo caminhão no mês é:
a) D = 0,06(2x + 800) d) D = 0,12x
b) D = 0,12x + 800 e) D = 0,06x
c) D = 0,06x + 800
A quantia fixa de R$ 800, não depende do número x de quilômetros rodados, portanto é o termo independente.
b = 800
O caminhão consome, em média, 20 litros de diesel a cada 100 km rodados e que 1 litro de diesel custa R$ 0,60, então:
20ℓ . R$ 0,60 = R$ 12,00 ÷ 100 = R$ 0,12 por quilômetro.
D = 0,12x + 800. (B)

56. (UF-ES) O banco Mutreta & Cambalacho cobra uma tarifa para manutenção de conta (TMC) da seguinte forma: uma taxa de R$ 10,00 mensais e mais uma taxa de R$ 0,15 por cheque emitido. O banco Dakah Tom Malah cobra de TCM uma taxa de R$ 20,00 mensais e mais uma taxa de R$ 0,12 por cheque emitido. O Sr. Zé Doular é correntista dos dois bancos e emite, mensalmente, 20 cheques de cada banco. A soma das TCMs, em reais, paga mensalmente por ele aos bancos é:
a) 10,15 b) 20,12 c) 30,27 d) 35,40 e) 50,27
M&C ⇒ $f(x) = 0,15x + 10 \Rightarrow f(20) = 0,15 . 20 + 10 = 13,00$
DTL ⇒ $f(x) = 0,12x + 20 \Rightarrow f(20) = 0,12 . 20 + 20 = \underline{22,40}$
(D) 35,40

FUNÇÃO DO 2º GRÁU (QUADRÁTICA)

1. DEFINIÇÃO
É toda função do tipo **$f(x) = ax^2 + bx + c$** (com $a \neq 0$)

- **O gráfico** de uma função do 2º grău será sempre uma **parábola** que encontra o eixo vertical quando **y = c**.
- Se **a > 0** a concavidade da parábola é para **cima**.
- Se **a < 0** a concavidade da parábola é para **baixo**.

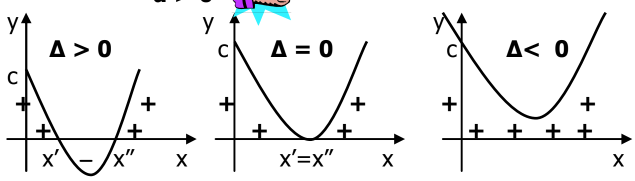


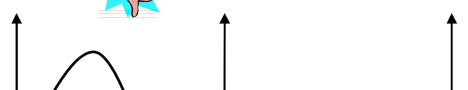
Δ > 0 ⇒ 2 raízes reais distintas.
Δ = 0⇒ 2 raízes reais e iguais.
Δ < 0 ⇒ nenhuma raiz real.

$\Delta = b^2 – 4ac$

2. ESTUDO DO SINAL

a > 0





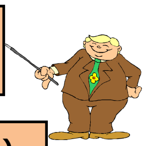
a < 0

Δ > 0 **Δ = 0** **Δ< 0**

x′ **+** x″ x x′ = x″ x x
– – – – – – – – –
– – – – – –
c
c c

3. AS COORDENADAS DO VÉRTICE

$\boxed{x_v = \dfrac{-b}{2a}}$ **ou** $\boxed{x_v = \dfrac{x' + x''}{2}}$



$\boxed{y_v = \dfrac{-\Delta}{4a}}$ = $\boxed{y_v = \dfrac{-(b^2 - 4ac)}{4a}}$

Ex: Determine o vértice da parábola que representa a função quadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$

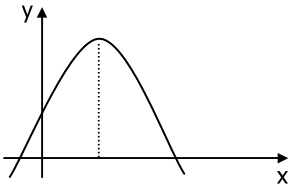
$x_v = \dfrac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \dfrac{-(-2)}{2.1} \Rightarrow xv = \dfrac{2}{2} \Rightarrow \mathbf{x_v = 1}$

$y_v = \dfrac{-\Delta}{4a} \Rightarrow y_v = \dfrac{-((-2)^2 - 4.1.(-3))}{4.1} \Rightarrow y_v = \dfrac{-(4 + 12)}{4}$

$y_v = \dfrac{-16}{4} \Rightarrow \mathbf{y_v = -4}$ **Vértice = (1, – 4)**

TESTES – FUNÇÃO DO 2º GRÁU

01. Considerando o gráfico abaixo referente à função do 2° gráu $y= ax^2 + bx + c$, pode-se afirmar que:
a) a > 0; b > 0; c < 0
b) a > 0; b < 0; c > 0
c) a < 0; b < 0; c < 0
d) a < 0; b < 0; c > 0
e) a < 0; b > 0; c > 0

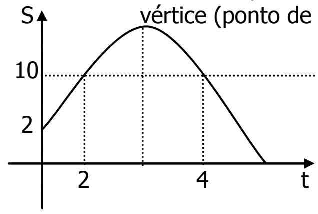


Resolução:
a < 0 (concavidade para baixo)
c > 0 (É o ponto em que parábola corta o eixo dos y)
$x_v = -b/2a \Rightarrow -b = x_v \,.\, 2a\ (-1) \Rightarrow b = -(x_v \,.\, 2a)$
no gráfico x_v é +, e a é – , então: b =– (+ . –) ⇒ b > 0
E) a < 0; b > 0; c > 0

02. Certo reservatório, contendo 72 m^3 de água, deve ser drenado para limpeza. Decorridas **t** horas após o início da drenagem, o volume de água que saiu do reservatório, em m^3, é dado por $V(t)= 24t - 2t^2$. Sabendo-se que a drenagem teve início às 10 horas, o reservatório estará completamente vazio às:
a) 14h b) 16h c) 18h d) 20h e) 22h
$V(t) = 24t - 2t^2$, V(t) = 72
$72 = 24t - t^2 \Rightarrow -2t^2 + 24t - 72 = 0\ (\div -2)$
$t^2 - 12t + 36 = 0$, Quando a = 1,
$\left.\begin{array}{l} S = -b = -(-12) = 12 \\ P = c = 36 \end{array}\right\}\ \begin{array}{l} x' = 6 \\ x'' = 6 \end{array}$
Início⇒ 10 horas + 6 horas = **16 horas (B)**

03. Uma bola foi arremessada para cima. Sua posição (**S**) em metros em função do tempo (**t**) em segundos é dada pela equação $S(t) = 2 + 6t - t^2$. A bola estará numa altura superior a 10 metros para:

a) t < 2 b) 1,5 < t < 3,5 c) 2 < t < 4
d) 2,5 < t < 4,5 e) 3 < t
$S(t) = 2 + 6t - t^2$, S(t) = 10 m
$-t^2 + 6t + 2 = 10 \Rightarrow -t^2 + 6t + 2 - 10 = 0$
$-t^2 + 6t + 2 - 10 = 0 \Rightarrow \mathbf{-t^2 + 6t - 8 = 0}\ (-1)$
$t^2 - 6t + 8 = 0$, Quando a = 1,
$\left.\begin{array}{l} S = -b = -(-6) = 6 \\ P = c = 8 \end{array}\right\}\ \begin{array}{l} x' = 2 \\ x'' = 4 \end{array}$
a < 0 = concavidade da parábola é para **baixo**.

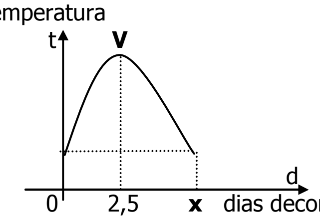


2 < t < 4 (C)

04. O lucro mensal de uma indústria de uniformes militares é dado por $L(x) = -x^2 + 12x - 3$, onde **x** é a quantidade em milhares de uniformes mensalmente vendidos. Quantos uniformes devem ser vendidos num determinado mês para que a indústria obtenha lucro máximo?
a) 8000 b) 12000 c) 13000 d) 6000 e) 9000
$L(x) = -x^2 + 12x - 3$,
a < 0 ⇒ vértice da parábola tem ponto de máximo no xv.
$x_v = \dfrac{-b}{2a} \Rightarrow \dfrac{-12}{2(-1)} \Rightarrow \dfrac{-12}{-2} \Rightarrow$ **6.000 unidades (D)**

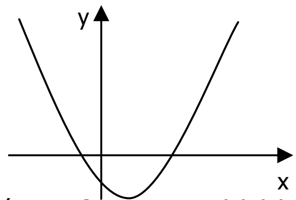
05. a parábola da figura, de vértice **v**, mostra as temperaturas observadas em certo período, em função dos dias decorridos. o número de dias decorridos para que a temperatura volte a ser igual àquela do início das observações
é:

a) 3,5
b) 5,0
c) 5,5
d) 4,5
e) 4,0



$x_v = \dfrac{x_1 + x_2}{2} = 2,5 \Rightarrow \dfrac{0 + x_2}{2} = 2,5 \Rightarrow \mathbf{x_2 = 5}$ **(B)**

06. Assinale a única afirmativa FALSA em relação ao gráfico da função $y = ax^2 + bx + c$, abaixo:
a) ac é negativo
b) $b^2 - 4ac$ é positivo
c) b é positivo
d) c é negativo
e) a é positivo

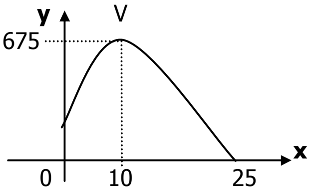


A concavidade da parábola é para **cima** ⇒ a > 0 (E) (V)
O ponto em que parábola corta o eixo dos y é negativo, logo c < 0. (D) (V)
ac é negativo. (A) (V)
A equação possui duas raízes, logo $b^2 - 4ac$ é positivo (B) (V)
$x_v = -b/2a \Rightarrow -b = x_v \,.\, 2a\ (-1) \Rightarrow b = -(x_v \,.\, 2a)$
no gráfico x_v é +, e a é + , então: b = – (+ . +) ⇒ b < 0
(C) b é positivo (F)

07. (BB 2006) Depois de várias observações, um agricultor deduziu que a função que melhor descreve a produção (**y**) de um bem é uma função do 2º gráu $y = ax^2 + bx + c$, em que **x**

corresponde à quantidade de adubo utilizada. O gráfico correspondente é dado pela figura abaixo. Tem-se então que:

a) a=–3, b=60 e c=375
b) a=–3, b=75 e c=300
c) a=–4, b=90 e c=240
d) a=–4, b=105 e c=180
e) a=–6, b=120 e c=150



V(10, 675) $x_v = -b/2a \Rightarrow 10 = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 20a = -b \Rightarrow$ **b = – 20a**

$y = ax^2 + bx + c$

$f(10) \Rightarrow a.10^2 + b.10 + c = 675 \Rightarrow \begin{cases} 100a + 10b + c = 675\ (-1) \\ 625a + 25b + c = 0 \end{cases}$

$f(25) \Rightarrow a.25^2 + b.25 + c = 0 \Rightarrow$

$\begin{cases} -100a - 10b - c = -675 \\ \underline{625a + 25b + c = 0} \end{cases}$

$525a + 15b = -675$ (substituindo b por –20a)

$525a + 15.(-20a) = -675 \Rightarrow 525a - 300a = -675$

$225a = -675 \Rightarrow a = -675/225 \Rightarrow$ **a = – 3**

$b = -20a \Rightarrow b = -20.(-3) \Rightarrow$ **b = 60 (A)**

$100a + 10b + c = 675 \Rightarrow 100.(-3) + 10.60 + c = 675$

$-300 + 600 + c = 675 \Rightarrow 300 + c = 675 \Rightarrow c = 675 - 300$

c= 375

08. Certa indústria fabrica um único tipo de produto, que é vendido ao preço unitário de **x** reais. Considerando que a receita mensal dessa indústria, em reais, é calculada pela expressão R(x) = 80.000x – 8.000x², então, para que seja gerada uma receita mensal de R$ 200.000,00, cada unidade do produto fabricado deve ser vendida por:

a) R$ 6,50 b) R$ 5,50 c) R$ 5,00
d) R$ 4,50 e) R$ 4,00

$R(x) = 80.000x - 8.000x^2$, $R(x) = 200.000$

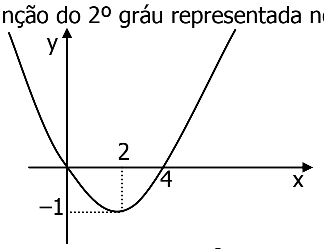
$200.000 = 80.000x - 8.000x^2$

$-8.000x^2 + 80.000x - 200.000 = 0\ (\div -8000)$

$x^2 - 10x + 25 = 0$, Quando a = 1

$\left.\begin{array}{l} S = -b = -(-10) = 10 \\ P = c = 25 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x' = 5 \\ \mathbf{x'' = 5{,}00\ (C)} \end{array}$

09. Seja f a função do 2º gráu representada no gráfico abaixo:



a) Essa função é dada por $f(x) = 4x^2 - x$
b) Essa função é crescente em todo o seu domínio.
c) Essa função é dada por $f(x) = x^2/4 - x$
d) O valor máximo dessa função é –1.
e) A função é positiva para o intervalo 0< x < 4.

No gráfico: **c = 0**

$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow -b = 4a$

$y_v = \frac{-(b^2 - \cancel{4ac})}{4a} \Rightarrow -1 = \frac{-b^2}{-b} \Rightarrow$ **b = –1**

$4a = -b \Rightarrow 4a = -(-1) \Rightarrow$ **a = 1 /4** **f(x) = x²/4 – x (C)**

10. A altura **y**, em metros, que um projétil atinge, em função da distância **x** ao ponto de lançamento, é fornecida pela expressão **y = –60x² + 360x**, na qual x é dada em quilômetros. Sabendo-se que o projétil foi disparado da origem do sistema cartesiano, julgue os itens a seguir:

I – O ponto x para que a altura seja máxima é 4 km.
II – A altura máxima é de 540 m.
III – O alcance máximo do projétil é de 6000m.
IV – Existem dois valores para x, nos quais a altura é 400m.
V – Existem dois valores para x, nos quais a altura é 540m.

O número de itens corretos é:

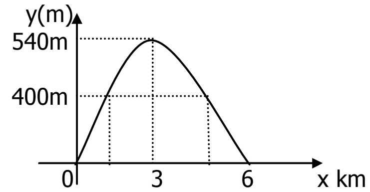
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

$y = -60x^2 + 360x$

c = 0, **x' = 0** e $x'' = \frac{-b}{a} = \frac{-360}{-60} \Rightarrow$ **x'' = 6**

$x_v = \frac{0 + 6}{2} = 3$

$y_{máx} = f(3) = -60 . 3^2 + 360.3 = -540 + 1080 = 540$ m



O ponto x para que a altura seja máxima é 4 km. (3 km) **(E)**
A altura máxima é de 540 m.**(C)**
O alcance máximo do projétil é de 6000 m. **(C)**
Existem dois valores para x, nos quais a altura é 400 m. **(C)**
Existem dois valores para x, nos quais a altura é 540 m. **(E)**
O número de itens corretos é:

a) 1 b) 2 **c) 3** d) 4 e) 5

11. A temperatura de uma estufa, em gráus centígrados, é regulada em função do tempo t, de acordo com a expressão $\mathbf{f(t) = \frac{-t^2}{2} + 4t + 10}$, sendo t≥ 0. Julgue os itens abaixo:

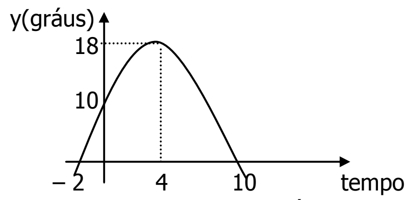
I – A estufa nunca atinge zero gráus.
II – A temperatura é sempre positiva.
III – A temperatura mais alta é atingida para t = 2.
IV – O valor da temperatura máxima é 16 gráus.
V – A temperatura positiva, é positiva só para 0< t < 5
O número de itens **incorretos** é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

$\frac{-t^2}{2} + 4t + 10 = 0\ (-2) \Rightarrow t^2 - 8t - 20 = 0$, Quando a=1,

$\left.\begin{array}{l} S = -b = -(-8) = 8 \\ P = c = -20 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \mathbf{x' = -2} \\ \mathbf{x'' = 10} \end{array}$ $\mathbf{t_v} = \frac{10 - 2}{2} = \mathbf{4}$

$\mathbf{f(4)_{máx}} = -\frac{1}{2}.4^2 + 4.4 + 10 = -8 + 16 + 10 =$ **18 gráus**



I – A estufa nunca atinge zero gráus.**(E)**
II – A temperatura é sempre positiva. **(E)**
III – A temperatura mais alta é atingida para t = 2. **(E)**
IV – O valor da temperatura máxima é 16 gráus. **(E)**
V – A temperatura positiva, é positiva só para 0< t < 5**(E)**
O número de itens **incorretos** é: **5 (E)**

12. O lucro total (L) de uma empresa em função da quantidade de mercadorias vendidas (q) pode ser obtido pela fórmula L(q) = (– q + 100) . (q – 150). Estas condições, o intervalo de variação de (q) para que empresa esteja sempre trabalhando com lucro positivo é:

a) q > 100 b) q > 150 c) 0 < q < 100
d) 0< q <150 e) 100 < q < 150

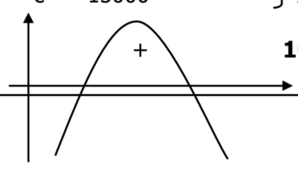
$L(q) = (-q + 100) . (q - 150)$

$(-q + 100) . (q - 150) = 0$

$-q^2 + 150q + 100q - 15000 = 0 \Rightarrow$ **–q² + 250q – 15000 = 0**

$q^2 - 250q + 15000 = 0$, Quando a=1 ,

$\left.\begin{array}{l} S = -b = -(-250) = 250 \\ P = c = -15000 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \mathbf{x' = 100} \\ \mathbf{x'' = 150} \end{array}$



100 < q < 150 (E)

100 150

13. Após várias experiências em laboratório, observou-se que a concentração de certo antibiótico, no sangue de cobaias, varia de acordo com função $y = 12t - t^2$, em que (t) é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão do antibiótico. Nessas condições, o tempo necessário para atingir o nível máximo de concentração desse antibiótico, no sangue dessas cobaias é:

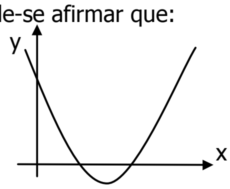
a) 3 b) 6 c) 9 d) 12 e) 15

$y = 12t - t^2$ $a < 0 \Rightarrow$ ponto de máximo

$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2.(-1)} =$ **6 horas (B)**

14. Se a figura mostra um esboço do gráfico de uma função do tipo $f(x)= ax^2 + bx + c$, pode-se afirmar que:

a) $a > 0$; $b > 0$; $c < 0$
b) $a > 0$; $b < 0$; $c > 0$
c) $a < 0$; $b < 0$; $c < 0$
d) $a < 0$; $b > 0$; $c < 0$
e) $a < 0$; $b > 0$; $c > 0$



Resolução:

Concavidade para cima = $\mathbf{a > 0}$

Ponto em que parábola corta o eixo dos y (+) $\mathbf{c > 0}$

$x_v = -b/2a \Rightarrow -b = x_v \cdot 2a\ (-1) \Rightarrow b = -(x_v \cdot 2a)$

no gráfico x_v é +, e a é +, então: $b = -(+ \cdot +) \Rightarrow \mathbf{b < 0}$

(B) $a > 0$; $b < 0$; $c > 0$

15. (DETRAN-Pa/2007) O vértice da parábola $y = x^2 + kx + m$ é o ponto V(–1, –4). O valor de k + m é:

a) 2 b) 1 c) 0 d) –1 e) –2

$y = x^2 + kx + m$ / V(–1, –4) / k + m = ?

$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow -1 = \frac{-k}{2} \Rightarrow -k = -2\ (-1) \Rightarrow \mathbf{k = 2}$

$y_v = \frac{-\Delta}{4a} \Rightarrow -4 = \frac{-(2^2 - 4.1.m)}{4.1} \Rightarrow -4 = \frac{-(4 - 4m)}{4}$

$-16 = -4 + 4m \Rightarrow 4m = -16 + 4 \Rightarrow m = -12/4 \Rightarrow \mathbf{m = -3}$

k + m = 2 +(–3)= 2 – 3 = **–1 (D)**

16. (DETRAN-Pa/2007) Se $f(x+1) = x^2+ 2$, então $f(3)$ é igual:

a) 11 b) 2 c) 18 d) 4 e) 6

$f(x + 1) = x^2 + 2$ / $f(3)$ = ?

$f(x + 1) = f(3)$ então $x + 1 = 3 \Rightarrow x = 2$

$f(3) = 2^2 + 2 = 4 + 2 =$ **6 (E)**

17. (DETRAN-Pa/2008) A imagem da função f: R→R, definida por $f(x) = \frac{1}{1+ x^2}$, contém o elemento:

a) –2 b) 0 c) 1/2 d) 2 e) 5

$f(x)=\frac{1}{1+ x^2} \Rightarrow$ (qualquer número negativo elevado ao quadrado será positivo. A função jamais terá o valor negativo, jamais terá o valor zero e nunca será inteira exceto quando x = 1, portanto: **resposta correta: (C) 1/2.**

18. (DETRAN-Pa/2008) O custo para produzir **x** unidades de um produto é dado por $C = 2x^2 - 100x + 5000$. O valor do custo mínimo é:

a) 3250 b) 3750 c) 4000 d) 4500 e) 4950

$C = 2x^2 - 100x + 5000$ **a > 0 ponto de mínimo no x_v.**

$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-100)}{2.2} = \frac{100}{4} \Rightarrow \mathbf{x_v = 25}$

$C(25) = 2(25)^2 - 100(25) + 5000= 1250 - 2500 + 5000=$

Resposta correta (B) = 3750

19. (DETRAN-Pa/2008) O conjunto imagem da função f: $[-\sqrt{2}, 1] \to f(x) = 2x^2 +1$ é:

a) {y ∈ R | y ≥ 1}
b) {y ∈ R | 1 ≤ y ≤ 3}
c) {y ∈ R | 3 ≤ y ≤ 5}
d) {y ∈ R | 1 ≤ y ≤ 5}
e) {y ∈ R | y > 1}

x assume valores dentro do intervalo $[-\sqrt{2}, 1]$

$f(-\sqrt{2}) = 2. (-\sqrt{2})^2 +1 = 2 . 2 +1 = \mathbf{5}$

$f(-1) = 2. (-1)^2 +1 = 2. 1 +1 = \mathbf{3}$

$f(0) = 2. (0)^2 +1 = 2. 0 +1 = \mathbf{1}$

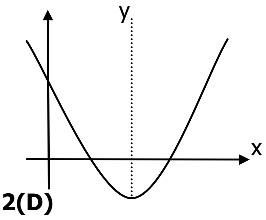
$f(1) = = 2. (1)^2 +1 = 2. 1 +1 = \mathbf{3}$

Para os valores de x, y irá assumir valores de 1 até 5, então

Resposta correta: (D) {y ∈ R | 1 ≤ y ≤ 5}

20. (DETRAN-Pa/2008) A parábola $y = x^2 - 5x - 14$ é simétrica em relação à reta:

a) y =x
b) x = –2
c) x = 7
d) x = 5/2
e) y = –x



$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-5)}{2.1} = \frac{5}{2}$ **x = 5/2(D)**

21. (UFPE) O maior valor assumido pela função f: [–7, 10] →R definida por $f(x) = x^2 - 5x + 9$ é:

a) 45 b) 53 c) 59 d) 75 e) 93

$a > 0 \Rightarrow$ ponto de mínimo $x = -b/2a = 5/2$

$f(-7) = (-7)^2 - 5.(-7) + 9 = 49 + 35 + 9 = 93$ **(E)**

$f(10) = 10^2 - 5 . 10 + 9 = 100 - 50 + 9 = 59$

22. Uma pedra é atirada para cima verticalmente, com velocidade inicial de 40 m/s, do alto de um edifício de 100 metros de altura. A altura (h) atingida pela pedra em relação ao solo, em função do tempo (t), é dada pela expressão $h(t) = -5t^2 + 40t +100$. Então os itens abaixo corretos são:

I – A altura máxima atingida pela pedra em relação ao solo é de 180 metros.

II – O tempo que a pedra leva para atingir a altura máxima é de 5 segundos.

III – O tempo que a pedra leva para voltar ao ponto de partida desde o momento de seu lançamento é de 8 segundos.

a) I e III b) I e II c) II e III
d) Todos e) Nenhum

$h(t) = -5t^2 + 40t +100$

II – $t_{max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-40}{2(-5)} = \frac{-40}{-10} = 4$ segundos. **II (F)**

I – $h_{máx} = h(4) = -5 . 4^2 + 40 . 4 +100 =$

$h_{máx} = -80 + 160 + 100 = 180$ metros **I (V)**

III – $100 = -5t^2 + 40t + 100 \Rightarrow -5t^2 + 40t = 0$

$c = 0 \Rightarrow \begin{cases} t' = 0 \\ t'' = \frac{-b}{a} = \frac{-40}{-5} \Rightarrow t''= 8 \text{ segundos} \end{cases}$ **III (V)**

Resposta correta: (A) I e III

23. (UERJ) Um fruticultor, no primeiro dia de colheita de sua safra anual, vende cada fruta por R$ 2,00. A partir daí, o preço de cada fruta decresce R$ 0,02 por dia. Considerando que esse fruticultor colheu 80 frutas no primeiro dia e a colheita aumenta uma fruta por dia, o dia de maior ganho para esse fruticultor será no:

a) 9º b) 10º c) 11º d)12º e) 13º

1º dia = 80 . 2,00 = R$160,00

2º dia = (80 + 1)(2,00 – 0,02) = R$ 160,38

3º dia = (80 + 2)(2,00 – 0,02 – 0,02) = R$ 160,72

$G= (80 +d-1)[2 - 0,02(d -1)] = (79 + d) (2 - 0,02d + 0,02)$

$G= (79+d)(2,02 - 0,02d) = 159,58 - 1,58d + 2,02d - 0,02d^2$

$G = -0,02d^2 + 0,44d + 159,58$

$a < 0 \Rightarrow$ ponto máx $\Rightarrow x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-0,44}{2(-0,02)} = \frac{-0,44}{-0,04} =$ **11(C)**

24. (FGV-SP) O lucro mensal de uma empresa é dado por $L = -x^2 + 30x - 5$, em que **x** é a quantidade mensal vendida. O lucro máximo possível desta empresa será:

a) 140 b) 180 c) 220 d) 260 e) 300

$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-30}{-2} = 15$

$L(15) = -(15)^2 + 30 \cdot 15 - 5 = -225 + 450 - 5 =$ **220 (C)**

25. Em relação à questão anterior os valores que **x** deve variar para que a empresa apresente um lucro mensal mínimo de 195:

a) $-20 < x < -10$ b) $-10 \le x \le 5$ c) $5 < x < 10$
d) $0 < x < 10$ e) $10 \le x \le 20$

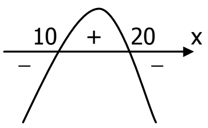
$-x^2 + 30x - 5 \ge 195 \Rightarrow \mathbf{-x^2 + 30x - 200 \ge 0}$

$-x^2 + 30x - 200 = 0\ (-1) \Rightarrow x^2 - 30x + 200 = 0$

$S = -b = -(-30) = 30$ ⎫ $x' = 10$
$P = c = 200$ ⎭ $x'' = 20$

a < 0

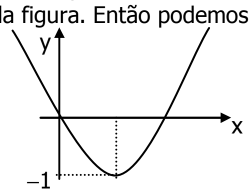
$10 \le x \le 20$ (E)



$\{x \in \mathbb{R} \mid 10 \le x \le 20\}$

26. (Cesgranrio) O gráfico da função quadrática $f(x) = x^2 + bx + c$ é o da figura. Então podemos concluir que:

a) b = –1 e c = 0
b) b = 0 e c = –1
c) b = 1 e c = 1
d) b = –2 e c = 0
e) b = 2 e c = 0



c = 0 (no gráfico) e a = 1 (na equação x^2 coef. =1)

$y_v = \frac{-(b^2 - \cancel{4ac})}{4a} \Rightarrow -1 = \frac{-b^2}{4a} \Rightarrow -b^2 = -4 \Rightarrow b^2 = 4$

$b = \pm\sqrt{4} \Rightarrow b = \pm 2$

$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(+2)}{2} = \cancel{-1}$ (no gráfico x_v é positivo)

$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2} = 1$

b = –2 e c = 0 (D)

27. (FAAP) Supondo que em um determinado dia o Serviço de Meteorologia tenha informado que a temperatura atingiu seu valor máximo às 14h, e que nesse dia a temperatura **f(t)** em gráus é uma função do tempo **t** medido em horas, dada por $f(t) = -t^2 + bt - 156$ esta temperatura máxima foi de:

a) 33°C b) 30°C c) 40°C d) 35°C e) 38°C

$f(t) = -t^2 + bt - 156$

$t_{máx} = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 14 = \frac{-b}{-2} \Rightarrow -b = -28 \Rightarrow b = 28$

$f(14) = -t^2 + 28t - 156 = -(14)^2 + 28 \cdot 14 - 156$

$f(14) = -196 + 392 - 156 =$ **40°C (C)**

28. Qual o valor do parâmetro **p** para que a função $\mathbf{f(x) = (4 - 8p)\, x^2 + x - 7}$ seja uma função quadrática?

a) $p \neq 0$ b) $p \neq 1$ c) $p \neq 1/2$ d) $p \neq -1$ e) $p \neq -1/2$

Condição de existência da função quadrática $\Rightarrow a \neq 0$

$(4 - 8p) \neq 0 \Rightarrow 4 \neq 8p \Rightarrow \frac{4}{8} \neq p \Rightarrow \mathbf{p \neq \frac{1}{2}}$ **(C)**

29. Determine **m** para que o gráfico da função quadrática $f(x) = (2m - 5)x^2 + 6x + 3$ tenha concavidade voltada para cima.

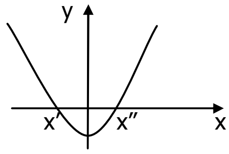
a) $m > 0$ b) $m > 1$ c) $m > 1,5$ d) $m > 2$ e) $m > 2,5$

Concavidade para cima $\Rightarrow a > 0$

$2m - 5 > 0 \Rightarrow 2m > 5 \Rightarrow m > 5/2 \Rightarrow$ **m > 2,5 (E)**

30. Analisando o gráfico abaixo referente à função do 2° gráu $y = ax^2 + bx + c$, pode-se afirmar que:

a) $\Delta > 0$; $a < 0$; $b > 0$; $c = 0$
b) $\Delta > 0$; $a > 0$; $b < 0$; $c < 0$
c) $\Delta < 0$; $a < 0$; $b = 0$; $c > 0$
d) $\Delta > 0$; $a > 0$; $b > 0$; $c < 0$
e) $\Delta > 0$; $a > 0$; $b = 0$; $c < 0$



Resolução:

$a > 0$ (concavidade para cima)

$c < 0$ (É o ponto em que parábola corta o eixo dos y neg.)

$x_v = -b/2a \Rightarrow 0 = -b/2a \Rightarrow b = 0$

(E) $\Delta > 0$; $a > 0$; $b = 0$; $c < 0$

31. O lucro de uma empresa é $L = -30x^2 + 360x + 600$, onde x é número de unidades vendidas. Quantas unidades a empresa precisa vender para obter um lucro máximo?

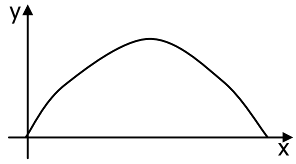
a) 6 b) 12 c) 20 d) 30 e) 360

$L = -30x^2 + 360x + 600$

$x_{máx} = x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-360}{2(-30)} = \frac{-360}{-60} =$ **6 unidades (A)**

32. Uma bala é atirada de um canhão (como mostra a figura) e descreve uma parábola de equação $y = -3x^2 + 60x$ (sendo x e y medidos em metros). Determine a altura e o alcance máximo da bala.

a) 100m e 10m
b) 300m e 20m
c) 200m e 10m
d) 100m e 20m
e) 300m e 10m



$y = -3x^2 + 60x$

alt $\Rightarrow y_{max} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = \frac{-(60^2 - 4a0)}{4(-3)} \Rightarrow \frac{-3600}{-12} =$ **300 m**

alc. $\Rightarrow x' = 0$ e $x'' = -b/a = -60/-3 =$ **20 m (B)**

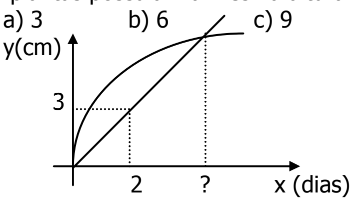
33. Com os recursos do computador, as arbitragens nos jogos de futebol ficaram mais transparentes, pois, nas transmissões pela TV, se tornou possível identificar se um lance foi falta, impedimento; se a bola saiu; qual o ângulo, trajetória e a velocidade do chute etc. Uma emissora, usando essa tecnologia, detectou que o tiro de meta cobrado por um zagueiro é tal que, a altura h da bola varia com o tempo t (em segundos), de acordo com a equação $\mathbf{h(t) = -2t^2 + 16t}$. Nessas condições, o tempo decorrido entre a cobrança do tiro de meta e o momento em que a bola atinge o solo é:

a) 16 segundos b) 12 segundos c) 10 segundos
d) 8 segundos e) 4 segundos

alc. $\Rightarrow t' = 0$ e $t'' = -b/a = -16/-2 =$ **8 segundos (D)**

34. (Vunesp) Duas plantas de mesma espécie, A e B, que nasceram no mesmo dia, foram tratadas desde o início com adubos diferentes. Um botânico mediu todos os dias o crescimento, em centímetros, destas plantas. Após 10 dias de observação, ele notou que o gráfico que representa o crescimento da planta A é uma reta que passa no ponto (2,3) e o que representa o crescimento da planta B pode ser descrito pela lei matemática $y = \frac{24x - x^2}{12}$. O dia em que as plantas possuíam a mesma altura era:

a) 3 b) 6 c) 9 d) 12 e) 15



Planta A: $a = 3/2 = 1,5$ e $b = 0 \Rightarrow y = 1,5x$

Mesma altura: $1,5x = \frac{24x - x^2}{12} \Rightarrow 18x = 24x - x^2$

$-x^2 + 24x - 18x = 0 \Rightarrow -x^2 + 6x$
$x' = 0$ e $x'' = -b/a = -6/-1 =$ **6 dias (B)**

35. (PRISE) Uma fábrica de beneficiamento de peixe possui um custo de produção de x quilos de preço representado por $C = x^2 + 10x + 900$. O valor mínimo do custo, em reais, é:
a) 700 b) 720 c) 750 d) 800 e) 875
$y_v = \frac{-\Delta}{4a} \Rightarrow y_v = \frac{-(10^2 - 4.1.900)}{4.1} \Rightarrow y_v = \frac{-(100 - 3600)}{4}$
$y_v = \frac{-(-3500)}{4} \Rightarrow$ $\mathbf{y_v = 875}$ **(E)**

36. (UNAMA) Na fabricação diária de um produto, a receita R, em milhares de reais, é dada pela relação $R(x) = 8x - x^2$. A receita R será máxima quando o número de produtos x fabricados for:
a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10
$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2(-1)} = \frac{-8}{-2} \Rightarrow$ $\mathbf{x_v = 4}$ **(B)**

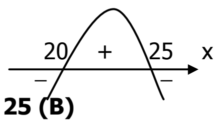
37. (PUC-SP) A trajetória de um projétil foi representada no plano cartesiano por $y = -\frac{x^2}{64} + \frac{x}{16}$, com uma unidade em quilômetro. A altura máxima que o projétil atingiu foi:
a) 40 m b) 64 m c) 16,5 m d) 32 m e) 62,5 m
$y_v = \frac{-\Delta}{4a} \Rightarrow yv = \frac{-(b^2 - \cancel{4ac})}{4a} = \frac{-1/16^2}{4.(-1/64)} = \frac{-1}{16^2} . \frac{-64}{4}$
$y_v = \frac{16}{16^2} = \frac{16}{16.16} = \frac{1}{16} = \frac{1}{16} . 1000 \Rightarrow$ $\mathbf{y_v = 62{,}5}$ **m (E)**

38. (UFPA) O beijo, é a menor distância entre dois apaixonados. Um beijo bem dado pode fazer você viajar sem sair do lugar e aumentar o seu batimento cardíaco. Se considerarmos que a relação intensidade do beijo (i) e batimento cardíaco (B) pode ser representada pela função $B(i) = -i^2 + 16i + 90$, o batimento cardíaco máximo atingido será:
a) 90 b) 136 c) 154 d) 106 e) 144
$y_v = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = \frac{-(16^2 - 4.(-1).90)}{4.(-1)} = \frac{-(256 + 360)}{-4}$
$y_v = \frac{616}{4} \Rightarrow$ $\mathbf{y_v = 154}$ **(C)**

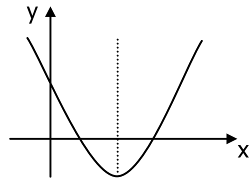
39. (PRISE) No Círio, a queima de fogos realizada pelo Sindicato dos Estivadores é uma das emocionantes homenagens prestadas a nossa Senhora de Nazaré. Imaginemos que um desses fogos, lançado do solo, apresentou problemas e descreveu uma trajetória tal que sua altura h, em metros, obedeceu à lei $h(t) = 10t - 5t^2$. Qual a alternativa que indica a altura máxima atingida por ele?
a) 2 m b) 5 m c) 10 m d) 15 m e) 50 m
$y_v = \frac{-(b^2 - \cancel{4ac})}{4a} = \frac{-(10^2)}{4.(-5)} = \frac{-100}{-20} \Rightarrow$ $\mathbf{y_v = 5}$ **m (B)**

40. (UNICAMP) O custo diário de produção de um artigo é $C(x) = 50 + 2x + 0{,}1x^2$, onde x é a quantidade diária produzida. Cada unidade do produto é vendida por R$ 6,50. Entre que valores devem variar x para não haver prejuízo?
a) $19 \le x \le 26$
b) $20 \le x \le 25$
c) $22 \le x \le 23$
d) $22 \ge x \ge 23$
e) $20 \ge x \ge 25$
$C(x) = 0{,}1x^2 + 2x + 50$, $V(x) = 6{,}50x$ $L(x) = V - C$
$L(x) = 6{,}50x - (0{,}1x^2 + 2x + 50) = 6{,}50x - 0{,}1x^2 - 2x - 50$
$L(x) = -0{,}1x^2 + 4{,}5x - 50$ $(\div 0{,}1)$
$\mathbf{L(x) = -x^2 + 45x - 500 \Rightarrow L(x) \ge 0}$

$\mathbf{-x^2 + 45x - 500 \ge 0}$ (Para resolver a inequação igualamos a zero e multiplicamos por $(-1) \Rightarrow x^2 - 45x + 500 = 0$
$S = -b = -(-45) = 45$ $x' = 20$
$P = c = 500$ $x'' = 25$
$L(x) = -x^2 + 45x - 500 \ge 0$
A inequação será **+** entre as raízes e igual a zero nas raízes. Portanto, $\mathbf{20 \le x \le 25}$ **(B)**

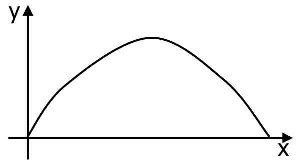


41. Observando o gráfico abaixo, qual das opções é a verdadeira?
a) $\Delta > 0$; $a > 0$; $b > 0$; $c > 0$
b) $\Delta = 0$; $a > 0$; $b < 0$; $c > 0$
c) $\Delta > 0$; $a > 0$; $b < 0$; $c < 0$
d) $\Delta > 0$; $a < 0$; $b > 0$; $c > 0$
e) $\Delta > 0$; $a > 0$; $b < 0$; $c > 0$



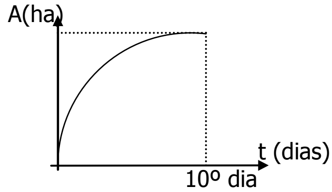
Resolução:
$\Delta > 0$ (duas raízes distintas)
$a > 0$ (concavidade para cima)
$c > 0$ (É o ponto em que parábola corta o eixo dos y)
$x_v = -b/2a \Rightarrow -b = x_v . 2a\ (-1) \Rightarrow b = -(x_v . 2a)$
no gráfico x_v é +, e a é + , então: $b = -(+ . +) \Rightarrow b < 0$
(E) $\mathbf{\Delta > 0; a > 0; b < 0; c > 0}$

42. Sabe-se que a trajetória de um corpo lançado obliquamente, desprezados os efeitos de ar, é uma parábola. O corpo lançado a partir do solo (figura abaixo) descreve uma parábola de equação $y = 120x - 4x^2$ (x e y em metros). O alcance e altura máxima do lançamento foram:
a) 40 m e 870 m
b) 30 m e 900 m
c) 15 m e 1800 m
d) 30 m e 1800 m
e) 15 m e 900 m



$y = -4x^2 + 120x$
alc. $\Rightarrow x' = 0$ e $x'' = -b/a = -120/-4 =$ **30m**
alt$\Rightarrow y_{max} = \frac{-(b^2 - \cancel{4ac})}{4a} = \frac{-(120^2)}{4(-4)} \Rightarrow \frac{-14400}{-16} =$ **900 m (B)**

43. (Prise 2008) Um incêndio numa Reserva Florestal iniciou no momento em que um fazendeiro vizinho à Reserva ateou fogo em seu pasto e o mesmo se alastrou até a reserva. Os prejuízos para o meio ambiente foram alarmantes, pois a área destruída foi crescendo diariamente até que, no 10º dia, tempo máximo de duração do incêndio, foi registrado um total de 16.000 hectares de área dizimada. A figura abaixo é um arco de parábola que representa o crescimento da área dizimada nessa reserva em função do número de dias que durou o incêndio. Nestas condições, a expressão que representa a área dizimada A em função do tempo t, em dias é:
a) $A = -16000t^2 + 10t$
b) $A = 16000t^2 - 3200t$
c) $A = -160t^2 + 3200t$
d) $A = 160t^2 - 3200t$
e) $A = 16000t^2 - 10t$



$x_v = \frac{-b}{2a} = 10 \Rightarrow -b = 10 . 2a \Rightarrow$ **b = – 20a (C)**
$y_v = \frac{-(b^2 - \cancel{4ac})}{4a} = 16000 \Rightarrow \frac{-((-20a)^2)}{4a} = 16000$
$\frac{-400a^2}{4a} = 16000 \Rightarrow -100a = 16000 \Rightarrow a = \frac{16000}{-100}$
$\mathbf{a = -160} \Rightarrow b = -20a = -20 . -160 \Rightarrow \mathbf{b = 3200}$
$\mathbf{A = -160t^2 + 3200t}$ **(C)**

44. (UFRS) Um menino chutou uma bola. Esta atingiu altura máxima de 12 m e voltou ao solo 8 segundos após o chute. Sabendo que uma função quadrática expressa a altura y de bola em função do tempo t de percurso, essa função é:

a) $y = -3/4t^2 + 6t$ d) $y = -1/4t^2 + 2t$
b) $y = -3/8t^2 + 3t$ e) $y = -2/3t^2 + 16t$
c) $y = -3/4t^2 + 5t$

$x' = 0$ e $x'' = 8$, $x_v = \dfrac{x' + x''}{2} = \dfrac{0 + 8}{2} \Rightarrow x_v = 4$

$x_v = \dfrac{-b}{2a} = 4 \Rightarrow -b = 4 \,.\, 2a \Rightarrow \mathbf{b = -8a\ (A)}$

$y_v = \dfrac{-(b^2 - \cancel{4ac})}{4a} = 12 \Rightarrow \dfrac{-((-8a)^2)}{4a} = 12 \Rightarrow \dfrac{-64a^2}{4a} = 12$

$-16a = 12 \Rightarrow a = \dfrac{12}{-16} \Rightarrow \mathbf{a = \dfrac{-3}{4}}$

$b = -8a = -8 \,.\, -3/4 \Rightarrow \mathbf{b = 6}$ $\quad \mathbf{y = -3/4t^2 + 6t\ (A)}$

45. (PSS) Após uma cobrança de falta, uma bola de futebol descreveu uma trajetória parabólica. Observou-se que a altura h, em metros, da bola variava de acordo com o tempo t, em segundos, após o chute. Considerando que a bola foi chutada do solo no instante t = 0 segundo e que a altura máxima atingida por ela foi de 4 m após 2 segundos do chute, qual a função matemática que define essa função?

a) $h(t) = -t^2 + 4t$ d) $h(t) = -2t^2 + 4t$
b) $h(t) = -t^2 - 4t$ e) $h(t) = -2t^2 - 4t$
c) $h(t) = -4t^2 + 4t$

$x_v = \dfrac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow -b = 2 \,.\, 2a \Rightarrow \mathbf{b = -4a\ (A)}$

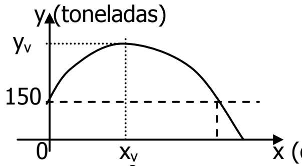
$y_v = \dfrac{-(b^2 - \cancel{4ac})}{4a} = 4 \Rightarrow \dfrac{-((-4a)^2)}{4a} = 4 \Rightarrow \dfrac{-16a^2}{4a} = 4$

$-4a = 4 \Rightarrow a = \dfrac{4}{-4} \Rightarrow \mathbf{a = -1}$

$b = -4a = -4 \,.\, -1 \Rightarrow \mathbf{b = 4}$ $\quad \mathbf{h(t) = -t^2 + 4t\ (A)}$

46. Uma loja fez campanha publicitária para vender seus produtos importados. Suponha que "x" dias após o término da campanha, as vendas diárias tivessem sido calculadas segundo a função $y = -2x^2 + 20x + 150$, conforme o gráfico abaixo. Depois de quantos dias após o encerramento da campanha publicitária, a loja acabou seu estoque de mercadorias?

a) 25 dias
b) 20 dias
c) 15 dias
d) 10 dias
e) 5 dias



$y = -2x^2 + 20x + 150 \Rightarrow -2x^2 + 20x + 150 = 0\ (\div -2)$

$x^2 - 10x - 75 = 0$, Quando a = 1,

$S = -b = -(-10) = 10$
$P = c = -75$
$\Big\}$ ~~x' = −5~~ **x'' = 15 dias (C)**

47. Na questão anterior, Depois de quantos dias após encerrada a campanha publicitária, as vendas atingiram o valor máximo? E qual esse valor?

a) 5 dias e 100 toneladas d) 5 dias e 200 toneladas
b) 7,5 dias e 100 toneladas e) 7,5 dias e 200 toneladas
c) 10 dias e 200 toneladas

Para este cálculo, não podemos trabalhar com a equação simplificada, temos que trabalhar com a equação original:

$y = -2x^2 + 20x + 150$

$x_v = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-20}{2(-2)} = \dfrac{-20}{-4} \Rightarrow \mathbf{x_v = 5\ dias}$

$y_v = \dfrac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = 4 \Rightarrow \dfrac{-(-20^2 - 4(-2)\,150)}{4(-2)}$

$y_v = \dfrac{-(400 + 1200)}{-8} = \dfrac{-1600}{-8} \Rightarrow \mathbf{y_v = 200\ toneladas\ (D)}$

48. (UFBA) Sabe-se que −2 e 3 são raízes de uma função quadrática. Se o ponto (−1, 8) pertence ao gráfico da função, então:

a) O seu valor máximo é 1,25.
b) O seu valor mínimo é 1,25.
c) O seu valor mínimo é 12,5.
d) O seu valor máximo é 12,5.
e) O seu valor mínimo é 0,25.

$x' = -2$
$x'' = 3$
$\Big\}$ $S = \dfrac{-b}{a} = 1 \Rightarrow -b = a \Rightarrow \mathbf{b = -a}$

$P = \dfrac{c}{a} = -6 \Rightarrow \mathbf{c = -6a}$

$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow (-1, 8) \Rightarrow 8 = a(-1)^2 + b(-1) + c$

$\mathbf{a - b + c = 8} \Rightarrow a - (-a) + (-6a) = 8 \Rightarrow a + a - 6a = 8$

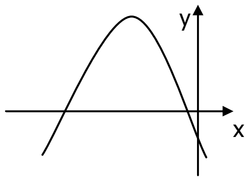
$-4a = 8 \Rightarrow a = 8/-4 \Rightarrow \mathbf{a = -2} \Rightarrow \mathbf{b = 2} \Rightarrow \mathbf{c = 12}$

$y_v = \dfrac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = \dfrac{-(2^2 - 4(-2)12)}{4(-2)} = \dfrac{-(4+96)}{-8} = \dfrac{-100}{-8}$

$\mathbf{y_v = 12{,}5\ (D)}$

49. (UFMG) A função $y = ax^2\ bx + c$, está representada no gráfico abaixo. A Afirmativa correta é:

a) $\Delta > 0$; $a > 0$; $b > 0$; $c > 0$
b) $\Delta > 0$; $a < 0$; $b < 0$; $c < 0$
c) $\Delta > 0$; $a < 0$; $b > 0$; $c = 0$
d) $\Delta > 0$; $a < 0$; $b > 0$; $c < 0$
e) $\Delta < 0$; $a < 0$; $b < 0$; $c < 0$



Resolução:

$\Delta > 0$ (2 raízes reais distintas)
$a < 0$ (concavidade para baixo)
$c < 0$ (É o ponto em que parábola corta o eixo dos y)
$xv = -b/2a \Rightarrow -b = xv \,.\, 2a\ (-1) \Rightarrow b = -(xv \,.\, 2a)$
no gráfico xv é –, e a é – , então: $b = -(- \,.\, -) \Rightarrow b < 0$
(B) a < 0; b < 0; c < 0

50. (SENAC 2009) Se o vértice da parábola dada pela equação $y = x^2 - hx + p + 1$ é o ponto V (−2, −1), então o valor de p − h é:

a) Um número ímpar.
b) Divisor de 3.
c) Um número primo.
d) Múltiplo de 4.
e) Divisível por 6.

$x_v = \dfrac{-b}{2a} \Rightarrow -2 = \dfrac{-(-h)}{2.1} \Rightarrow -2 \,.\, 2 = h \Rightarrow \mathbf{h = -4}$

$y_v = \dfrac{-\Delta}{4a} \Rightarrow -1 = \dfrac{-((4)^2 - 4.1.(p + 1))}{4.1} \Rightarrow -4 = -(16 - 4p - 4)$

$-4 = -12 + 4p \Rightarrow -4 + 12 = 4p \Rightarrow p = 8/4 \Rightarrow \mathbf{p = 2}$

$p - h = 2 - (-4) \Rightarrow p - h = 2 + 4 \Rightarrow \mathbf{p - h = 6\ (E)}$

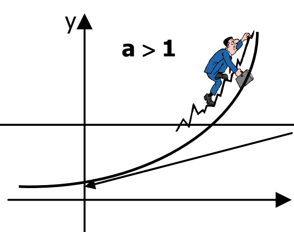
FUNÇÃO EXPONENCIAL

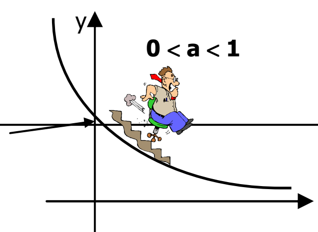
1. DEFINIÇÃO

É toda função do tipo $\boldsymbol{f(x) = a^x}$ (com $a > 0$ e $a \neq 1$)

Ex: $f(x) = 3^x$ $\quad f(x) = 0{,}4^x$ $\quad f(x) = (1/2)^x$ $\quad f(x) = (\sqrt{2})^x$

- **O gráfico** é uma figura chamada de **curva exponencial** que sempre passa pelo ponto (0,1) e não toca o eixo dos **x**.
- Se **a > 1** a função será **crescente**, ou seja, quanto **maior** for o valor de x, **maior** será o valor de y.
- Se **0 < a < 1** a função será **decrescente**, ou seja, quanto **maior** for o valor de x, **menor** será o valor de y.



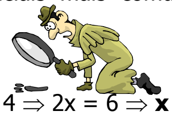


função crescente (0,**1**) função decrescente

x x

2. RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

Observe algumas das equações exponenciais mais comuns e suas soluções:



2.1. $2^x = 64 \Rightarrow 2^x = 2^6 \Rightarrow$ **$x = 6$**

2.2. $3^{2x-2} = 81 \Rightarrow 3^{2x-2} = 3^4 \Rightarrow 2x - 2 = 4 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow$ **$x = 3$**

2.3. $3^{4x+1} = 27^{x+2} \Rightarrow 3^{4x+1} = (3^3)^{x+2} \Rightarrow 3^{4x+1} = 3^{3x+6}$
$4x + 1 = 3x + 6 \Rightarrow 4x - 3x = 6 - 1 \Rightarrow$ **$x = 5$**

2.4. $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0 \Rightarrow (2^2)^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$
$2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$ (Substituindo a expressão 2^x por y)
$y^2 - 5y + 4 = 0$ (equação do 2º gráu de raízes: $y = 4$ ou $y = 1$)
Agora, vamos fazer o inverso, substituir y por 2^x:
$2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow$ **$x = 2$** ou $2^x = 1 \Rightarrow 2^x = 2^0 \Rightarrow$ **$x = 0$**

TESTES – FUNÇÃO EXPONENCIAL

01. Se $2^{x^2-2} = 128$, então:
a) x = 3 b) x = 2 ou x = 1 c) x = 81
d) x = 3 ou x = –3 e) a equação não tem raízes
$2^{x^2-2} = 128 \Rightarrow 2^{x^2-2} = 2^7 \Rightarrow x^2 - 2 = 7 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow$ **$x = \pm 3$ (D)**

02. O valor de x que satisfaz a equação $3^{x-1} = 81$ é:
a) 1 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6
$3^{x-1} = 81 \Rightarrow 3^{x-1} = 3^4 \Rightarrow x - 1 = 4 \Rightarrow x = 4 + 1 \Rightarrow$ **$x = 5$ (D)**

03. O valor de x que satisfaz a equação $8^{x-1} = 4^x$ é:
a) 1 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6
$8^{x-1} = 4^x \Rightarrow (2^3)^{x-1} = (2^2)^x \Rightarrow 2^{3x-3} = 2^{2x} \Rightarrow 3x - 3 = 2x$
$3x - 2x = 3 \Rightarrow$ **$x = 3$ (B)**

04. O valor de x que satisfaz a equação $2^{x-1} + 2^{x+1} = 80$ é:
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6
$2^{x-1} + 2^{x+1} = 80 \Rightarrow 2^x \cdot 2^{-1} + 2^x \cdot 2^1 = 80$ (chamando $2^x = y$)
$\frac{y}{2} + 2y = 80 \Rightarrow y + 4y = 160 \Rightarrow 5y = 160 \Rightarrow y = 32$
$2^x = y \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow$ **$x = 5$ (D)**

05. A equação exponencial $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 5 = 0$ tem como uma de suas soluções **$x = 0$**. A outra solução, que não é inteira, é um número real compreendido entre:
a) 0 e 1 b) 1 e 2 c) 2 e 3 d) 3 e 4 e) 4 e 5
$2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 5 = 0$ (chamando $2^x = y$) $\Rightarrow y^2 - 6y + 5 = 0$
$y' = 1 \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow 2^x = 2^0 \Rightarrow$ **$x = 0$**
$y'' = 5 \Rightarrow 2^x = 5 \Rightarrow (2^2 = 4$ e $2^3 = 8)$ **entre 2 3 (C)**

06. As soluções do sistema $\begin{cases} 2^{x+y} = 16 \\ (2^x)^y = 8 \end{cases}$ são raízes da equação:
a) $a^2 + 3a - 4 = 0$ d) $a^2 - 4a + 3 = 0$
b) $a^2 - 3a - 4 = 0$ e) $a^2 + 4a + 3 = 0$
c) $a^2 - 4a - 3 = 0$
$\begin{cases} 2^{x+y} = 16 \Rightarrow 2^{x+y} = 2^4 \Rightarrow x + y = 4 \Rightarrow x = 4 - y \\ (2^x)^y = 8 \Rightarrow 2^{xy} = 2^3 \Rightarrow xy = 3 \Rightarrow (4 - y)\,y = 3 \end{cases}$
$4y - y^2 - 3 = 0\ (-1) \Rightarrow y^2 - 4y + 3 = 0$
$y' = 3 \Rightarrow x = 4 - 3 \Rightarrow x = 1$
$y'' = 1 \Rightarrow x = 4 - 1 \Rightarrow x = 3$ **S = {1,3}**
$a^2 - Sa + P = 0 \Rightarrow$ **$a^2 - 4a + 3 = 0$ (D)**

07. Para que a função exponencial $f(x) = (a - 3)^x$ seja decrescente, é ***necessário, mas não suficiente*** que:
a) a > 4 b) a < 3 c) a > 3 d) a < –3 e) a < 0
decrescente, é ***necessário, mas não suficiente*** que:
$0 < a < 1 \Rightarrow 0 < a - 3 < 1$
$a - 3 > 0 \Rightarrow a > 3$ $a - 3 < 1 \Rightarrow a < 4$ **$3 < a < 4$ (C)**

08. Para que a função exponencial $f(x) = (a - 3)^x$ seja crescente, é ***suficiente, mas não necessário*** que:
a) a > 5 b) a < 5 c) a > 3 d) a < 3 e) a > 0
crescente, é ***suficiente, mas não necessário*** que:
$a > 1 \Rightarrow a - 3 > 1 \Rightarrow a > 4$ **a > 5 (A)**

09. (FMJ–SP) O número de bactérias de uma cultura, **t** horas após o início de certo experimento, é dado pela expressão $N(t) = 1200 \cdot 2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias?
a) 10 30m b) 11h c) 11h 40m d) 12h e) 12h 30m
$N(t) = 1200 \cdot 2^{0,4t}$
$N(t) = 38400 \Rightarrow 1200 \cdot 2^{0,4t} = 38400 \Rightarrow 2^{0,4t} = \frac{38400}{1200}$
$2^{0,4t} = 32 \Rightarrow 2^{0,4t} = 2^5 \Rightarrow 0,4t = 5 \Rightarrow t = 5/0,4 \Rightarrow t = 12,5$
t = 12h 30m (E)

10. (PUC–MG) A soma dos zeros da função
$f(x) = 2^{x-1} - 3\sqrt{2^{x-1}} + 2$ é:
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5
$2^{x-1} - 3\sqrt{2^{x-1}} + 2 = 0 \Rightarrow 2^{x-1} - 3 \cdot 2^{(x-1)/2} + 2 = 0$
$(2^{(x-1)/2} = y) \Rightarrow y^2 - 3y + 2 = 0$
$y' = 2 \Rightarrow 2^{(x-1)/2} = 2^1 \Rightarrow \frac{x-1}{2} = 1 \Rightarrow x - 1 = 2 \Rightarrow$ **$x' = 3$**
$y'' = 1 \Rightarrow 2^{(x-1)/2} = 2^0 \Rightarrow \frac{x-1}{2} = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow$ **$x'' = 1$**
$x' + x'' = 3 + 1 = 4$ (D)

11. (FGV–SP) Estima-se que daqui a **t** anos o valor de uma fazenda seja igual a $500 \cdot 3^t$ milhares de reais. Após dois anos, a valorização em relação a hoje será de:
a) 4 milhões de reais.
b) 3,5 milhões de reais.
c) 2 milhões de reais.
d) 1,5 milhões de reais.
e) 1 milhão de reais.
$V(t) = 500 \cdot 3^t$
$V(0) = 500 \cdot 3^0 =$ R\$ 500.000,00
$V(2) = 500 \cdot 3^2 = 500 \cdot 9 =$ R\$ 4.500.000,00
R\$ 4.500.000,00 – R\$ 500.000,00 = **R\$ 4.000.000,00 (A)**

12. (PUC – MG) Uma criação de coelhos duplica a cada mês. Se inicialmente existem 8 coelhos, ao fim de 10 meses o número de coelhos existentes caso não haja mortes será de:
a) 2^4 b) 2^7 c) 2^{10} d) 2^{13} e) 2^{15}
Início = 8
1º mês = 8 . 2
2º mês = $8 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \cdot 2^2$
3º mês = $8 \cdot 2^2 \cdot 2 = 8 \cdot 2^3$
$N(t) = 8 \cdot 2^t \Rightarrow N(10) = 8 \cdot 2^{10} \Rightarrow N(10) = 2^3 \cdot 2^{10}$
$N(10) = 2^{13}$ (D)

13. (PUCC–SP) Numa certa cidade, o número de habitantes, num raio de **r** km a partir do seu centro, é dado por $P(r) = k \cdot 2^{3r}$, em que k é constante e r > 0. Se há 98304 habitantes num raio de 5 km do centro, quantos habitantes há num raio de 3 km do centro?
a) 32768 b) 4608 c) 3024
d) 2048 e) 1536
$P(r) = k \cdot 2^{3r}$ $k \Rightarrow$ constante, $r > 0$
$P(5) = 98304 \Rightarrow k \cdot 2^{3 \cdot 5} = 98304 \Rightarrow k \cdot 2^{15} = 98304$
$K \cdot 32768 = 98304 \Rightarrow k = \frac{98304}{32768} \Rightarrow$ **$k = 3$**
$P(3) = 3 \cdot 2^{3 \cdot 3} = 3 \cdot 2^9 = 3 \cdot 512 =$ **1536 (E)**

14. (OSEC–SP) Sob certas condições, o número de bactérias **B** de uma cultura, em função do tempo **t**, medido em horas, é dado por $B(t) = 2^{t/12}$. Isso significa que 5 dias após a hora zero, o número de bactérias é:

a) 1024 b) 1120 c) 512
d) 1250 e) 1360

$B(t) = 2^{t/12}$ $t = 5d \cdot 24 = 120$ horas

$B(t) = 2^{120/12} = 2^{10} =$ **1024 (A)**

15. (PUC-RS) Seja a função f: R → R dada por $f(x) = 2^x$. Então $f(a + 1) - f(a)$ é igual a:

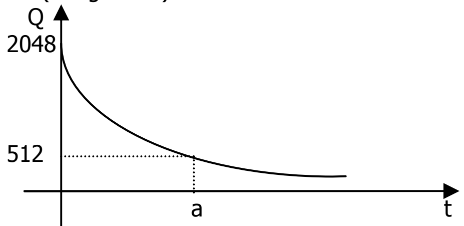
a) 2 b) 1 c) $2f(a)$ d) $f(1)$ e) $f(a)$

$f(a) = 2^a$, $f(a+1) = 2^{a+1}$

$f(a+1) - f(a) = 2^{a+1} - 2^a = 2^a \cdot 2^1 - 2^a = 2 \cdot 2^a - 2^a = 2^a$

$f(a+1) - f(a) = f(a)$(E)

16. (VUNESP) Uma substância se decompõe aproximadamente segundo a lei $Q(t) = K \cdot 2^{-0,5t}$, em que K é uma constante, t indica o tempo (em minutos) e Q(t) indica a quantidade de substância (em gramas) no instante t.



Considerando os dados desse processo de decomposição mostrados no gráfico, o valor de **a** é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

$Q(t) = K \cdot 2^{-0,5t}$ } $2048 = K \cdot 2^0 \Rightarrow K = 2048$
$Q(0) = 2048$

$Q(a) = 512 \Rightarrow 512 = 2048 \cdot 2^{-0,5a} \Rightarrow 2^{-0,5a} = 512/2048$

$2^{-0,5a} = 1/4 \Rightarrow 2^{-0,5a} = 4^{-1} \Rightarrow 2^{-0,5a} = (2^2)^{-1}$

$2^{-0,5a} = 2^{-2} \Rightarrow -0,5a = -2 \Rightarrow a = -2/-0,5$

$a = 2/0,5 \Rightarrow$ **a = 4(D)**

17. Em certa região, ocorreu uma infecção viral que se comportou de acordo com a função: $N(t) = a \cdot 2^{b.t}$, em que N(t) é o número de pessoas infectadas em t dias após a realização do estudo; a e b constantes reais. Sabe-se que, ao iniciar o estudo, havia 3000 pessoas infectadas e que, após 2 dias, esse número chegava a 24000 pessoas. Assinale a alternativa que representa o número de pessoas infectadas após 16 horas.

a) 5000 b) 6000 c) 7000 d) 8000 e) 9000

$N(t) = a \cdot 2^{b.t}$

$N(0) = 3000 = a \cdot 2^0 \Rightarrow$ **a = 3000**

$N(2) = 24000 = 3000 \cdot 2^{b.2} \Rightarrow \frac{24000}{3000} = 2^{2b} \Rightarrow 8 = 2^{2b}$

$2^3 = 2^{2b} \Rightarrow 2b = 3 \Rightarrow$ **b = 3/2**

16 horas = 2/3 de um dia

$N(2/3) = 3000 \cdot 2^{(3/2)2/3} = 3000 \cdot 2 =$ **6000 infectados(B)**

18. (Marituba) A alternativa que apresenta uma função crescente é:

a) $y = -2x + 4 \Rightarrow$ função do 1º gráu a < 0 = decrescente

b) $y = \left[\frac{1}{3}\right]^{-x} \Rightarrow y = 3^x \Rightarrow$ **f. exponencial a > 1 = crescente**

c) $y = 2^{-x} \Rightarrow y = 1/2^x \Rightarrow$ função exponenc. 1< a < 0 = decrescente

d) $y = 5 - 2x \Rightarrow$ função do 1º gráu a < 0 = decrescente

e) $y = -5x \Rightarrow$ função do 1º gráu a < 0 = decrescente

19. (PRISE) No final do mês de abril 2003, a população de Belém viveu um dia de pânico em decorrência de boatos que se espalhavam rapidamente pela cidade. Tudo começou logo cedo, pela manhã, com um assalto a um carro-forte em frente a um banco, localizado em uma movimentada rua belenense. A polícia perseguiu os bandidos e estes fizeram reféns. As testemunhas do ocorrido incumbiram-se de iniciar o "zunzunzum", espalhando, sem muita clareza, o que acontecera. A quantidade de pessoas que recebia informações distorcidas sobre o fato duplicava a cada 10 minutos e, depois de uma hora 1.024 cidadãos paraenses já se encontravam aterrorizados, achando que a cidade estava sendo tomada por bandidos. Ao final da manhã, bancos, comércio, escolas e repartições públicas já estavam com o expediente encerrado. Com base nos números citados, quantas pessoas testemunharam o assalto?

a) 4 pessoas b) 8 pessoas c) 16 pessoas
d) 32 pessoas e) 64 pessoas

$Q(0) = Qo$
$Q(10) = Qo \cdot 2$ } $Q(t) = Qo \cdot 2^{0,1t}$
$Q(20) = Qo \cdot 2 \cdot 2$
$Q(30) = Qo \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ } $1024 = Qo \cdot 2^{0,1.60} \Rightarrow 2^{10} = Qo \cdot 2^6$

$Qo = 2^{10} / 2^6 \Rightarrow Qo = 2^4 \Rightarrow$ **Qo = 16 pessoas (C)**

20. (SENAC 2009) Seja a função $f(x) = 9^x - 4.3^{x+1} + 27$. Em relação aos zeros dessa função exponencial, é correto afirmar que:

a) São números primos.
b) A soma deles é igual a 3.
c) A diferença entre eles é igual a 6.
d) O menor é múltiplo de 6.
e) O maior é um quadrado perfeito.

$9^x - 4.3^{x+1} + 27 = 0 \Rightarrow (3^2)^x - 4(3^x \cdot 3^1) + 27 = 0$

$(3^x)^2 - 12.3^x + 27 = 0$ (Chamando de $3^x = y$)

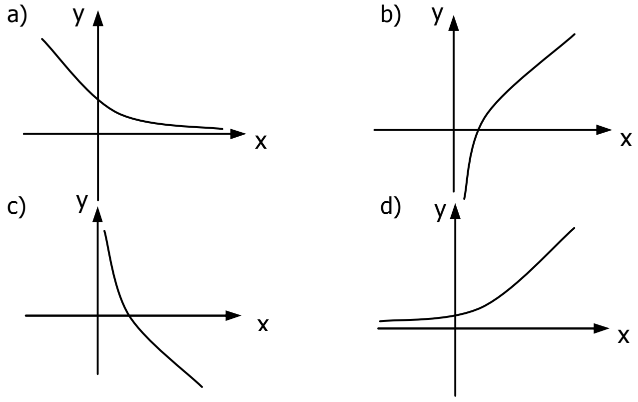
$y^2 - 12y + 27 = 0$

$y' = 3 \Rightarrow 3^x = 3 \Rightarrow$ **x' = 1**

$y'' = 9 \Rightarrow 3^x = 9 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow$ **x' = 2**

x' + x'' = 1 + 2 = 3 (B)

21. Dentre os gráficos abaixo, qual pode representar a função $y = a^x$, com 0 < a < 1 ?



a) $y = a^x$ (0 < a < 1) c) $y = \log_a x$ (0 < a < 1)
b) $y = \log_a x$ (a >1) d) $y = a^x$ (1 < a)

22. Seja a equação exponencial $\frac{2^{4x+4} + 2}{3} = 2^{2x+2}$. Os valores de x que verificam esta equação são:

a) {1, 2} d) {–1, –1/2}
b) {–1, 2} e) {–2, 1}
c) {1/2, 2}

$2^{4x+4} + 2 = 3 \cdot 2^{2x+2} \Rightarrow$ (chamando $2^{2x+2} = y$) $\Rightarrow y^2 + 2 = 3y$

$y^2 - 3y + 2 = 0$ { S = 3, P = 2 } $y' = 1$, $y'' = 2$

$y' = 1 \Rightarrow 2^{2x+2} = 1 \Rightarrow 2^{2x+2} = 2^0 \Rightarrow 2x + 2 = 0 \Rightarrow 2x = -2$

$x = -2/2 \Rightarrow$ **x = –1**

$y' = 2 \Rightarrow 2^{2x+2} = 2 \Rightarrow 2^{2x+2} = 2^1 \Rightarrow 2x + 2 = 1 \Rightarrow 2x = 1 - 2$

x = –1/2 (D)

23. O conjunto solução para a equação $5^{x^2} . 5^{-4x} = 3125$ é:
a) S = {0} c) S = {1, 5}
b) S = {–1, –5} d) S = {5, –1}
$(3125 = 5^5)$ $5^{x^2} . 5^{-4x} = 3125 \Rightarrow 5^{x^2-4x} = 5^5 \Rightarrow x^2 - 4x = 5$
$x^2 - 4x - 5 = 0 \left\{ \begin{array}{l} S = 4 \\ P = -5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x' = -1 \\ x'' = 5 \end{array}$ **S = {5, –1} (D)**

24. Uma empresa acredita que o valor de suas vendas varia segundo a lei $v(t) = 60\ 000\ (0{,}9)^t$, em que t é o número de anos contados a partir de hoje. O valor da venda de R$35 429,40 será alcançado em _____ anos. (Dado: $9^5 = 59\ 049$)
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6
$v(t) = 60000\ (0{,}9)^t \Rightarrow 35429{,}40 = 60000(0{,}9)^t$
$\frac{35429{,}40}{60000} = (0{,}9)^t \Rightarrow \frac{354294}{600000} = (0{,}9)^t \Rightarrow \frac{354294}{6 . 10^5} = (0{,}9)^t$
$59049/10^5 = (9/10)^t \Rightarrow (9/10)^5 = (9/10)^t \Rightarrow$ **t = 5 anos (D)**

25. Na função $f(x) = a^{-x}$, $a > 1$, seja $x_1 < x_2$, então:
a) $f(x_1) < f(x_2)$ b) $f(x_1) > f(x_2)$
c) $f(x_1) = f(x_2)$ d) $f(x_1) \le f(x_2)$
$f(x) = a^{-x} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{a^x}$ $f(1) = 1/a^1$, $f(2) = 1/a^2$ $\boldsymbol{f(x_1) > f(x_2)}$ **(B)**

26. A solução da equação $3 . 9^x + 7 . 3^x - 10 = 0$ é:
a) –10/3 b) 0 c) 1 d) 3
$3 . 9^x + 7 . 3^x - 10 = 0 \Rightarrow 3 . (3^2)^x + 7 . 3^x - 10 = 0$
$3 . 3^{2x} + 7 . 3^x - 10 = 0$ (chamando a expressão de $3^x = y$)
$3y^2 + 7y - 10 = 0$
$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4.3.(-10)}}{2 . 3}$
$y = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 120}}{6} \Rightarrow y = \frac{-7 \pm \sqrt{169}}{6} \Rightarrow y = \frac{-7 \pm 13}{6} \Rightarrow$
$y' = \frac{-7 + 13}{6} \Rightarrow y' = 1 \Rightarrow 3^x = 1 \Rightarrow 3^x = 3^0 \Rightarrow$ **x = 0 (B)**
$y'' = \frac{-7 - 13}{6} \Rightarrow y'' = \frac{-20}{6} \Rightarrow y'' = \frac{-10}{3} \Rightarrow \cancel{3^x = \frac{-10}{3}}$ (base negativ)

27. A soma das raízes da equação $\frac{16^x + 64}{5} = 4^{x+1}$ vale:
a) 1 b) 3 c) 16 d) 20
$\frac{16^x + 64}{5} = 4^{x+1} \Rightarrow 16^x + 64 = 5 . 4^x . 4^1 \Rightarrow 4^{2x} + 64 = 20 . 4^x$
(chamando a expressão de $4^x = y$) $\Rightarrow y^2 + 64 = 20y$
$y^2 - 20y + 64 = 0 \left\{ \begin{array}{l} S = 20 \\ P = 64 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y' = 4 \Rightarrow 4^x = 4 \Rightarrow \mathbf{x = 1} \\ y'' = 16 \Rightarrow 4^x = 16 \Rightarrow \mathbf{x = 2} \end{array}$
x' + x" = 1 + 2 = 3 (B)

28. A solução da equação $\frac{4^{x/2}}{2} - \frac{2^{x-1}}{3} = \frac{4}{3}$ é igual a:
a) –1 b) 0 c) 1 d) 2 e) 6
$\frac{4^{x/2}}{2} - \frac{2^{x-1}}{3} = \frac{4}{3}$ (mmc = 6) $\Rightarrow 3.(2^2)^{x/2} - 2.2^{x-1} = 8$
$3.2^{2x/2} - 2^{1+x-1} = 2^3 \Rightarrow 3.2^x - 2^x = 2^3 \Rightarrow 2.2^x = 2^3 \Rightarrow 2^x = 2^3/2$
$2^x = 2^2 \Rightarrow$ **x = 2 (D)**

29. O conjunto solução da equação $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{4x} = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^x + \frac{5}{8}$ é:
a) {5/4} b) {1}
c) $\left\{\frac{5}{4}; -\frac{1}{2}\right\}$ d) $\left\{1; \frac{\sqrt{5}}{2}\right\}$
$\left(\frac{5^{1/2}}{2}\right)^{4x} = \frac{3}{4} . \left(\frac{5}{4}\right)^x + \frac{5}{8} \Rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^{2x} = \frac{3}{4} . \left(\frac{5}{4}\right)^x + \frac{5}{8} \Rightarrow$
Chamando a expressão de $(5/4)^x = y \Rightarrow y^2 = 3y/4 + 5/8$
$mmc = 8 \Rightarrow 8y^2 = 6y + 5 \Rightarrow 8y^2 - 6y - 5 = 0$
$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4.8.(-5)}}{2 . 8}$
$y = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 160}}{16} \Rightarrow y = \frac{6 \pm \sqrt{196}}{16} \Rightarrow y = \frac{6 \pm 14}{16} \Rightarrow$
$y' = \frac{6 + 14}{16} \Rightarrow y' = \frac{20}{16} = \frac{5}{4} \Rightarrow (5/4)^x = (5/4)^1 \Rightarrow$ **x = 1 (B)**
$y'' = \frac{6 - 14}{16} \Rightarrow y'' = \frac{-8}{16} \Rightarrow y'' = \frac{-1}{2} \Rightarrow (5/4)^x = \cancel{-1/2}$ (b.negativa)

30. A solução da equação $4^x + 6^x = 2 . 9^x$ é:
a) (0) b) (1) c) (–2) d) (–2, 1)
Vamos dividir toda a equação por 6^x:
$\frac{4^x}{6^x} + \frac{6^x}{6^x} = \frac{2 . 9^x}{6^x} \Rightarrow \frac{\cancel{2^x} . 2^x}{\cancel{2^x} . 3^x} + 1 = \frac{2 . 3^x . \cancel{3^x}}{2^x . \cancel{3^x}}$
$(2/3)^x + 1 = 2(3/2)^x \Rightarrow (2/3)^x + 1 = 2(2/3)^{-x}$
$(2/3)^x + 1 = \frac{2}{(2/3)^x}$ (Chamando a expressão de $(2/3)^x = y$)
$y + 1 = 2/y\ (.y) \Rightarrow y^2 + y - 2 = 0$
$\begin{array}{l} S = -1 \\ P = -2 \end{array} \left. \right\} \begin{array}{l} y' = -2 \Rightarrow (2/3)^x = \cancel{-2} \text{ (base negativa)} \\ y'' = 1 \Rightarrow (2/3)^x = 1 \Rightarrow (2/3)^x = (2/3)^0 \Rightarrow \mathbf{x = 0\ (A)} \end{array}$

31. A solução da equação $4^x - 3^{x-1/2} = 3^{x+1/2} - 2^{2x-1}$ é:
a) 1/2 b) –1/2 c) 3/2 d) –3/2
$4^x - 3^{x-1/2} = 3^{x+1/2} - 2^{2x-1} \Rightarrow 4^x + 2^{2x-1} = 3^{x+1/2} + 3^{x-1/2}$
$4^x + 2^{2x} . 2^{-1} = 3^x . 3^{1/2} + 3^x . 3^{-1/2} = 4^x + \frac{4^x}{2} .= 3^x\sqrt{3} + \frac{3^x}{\sqrt{3}}$
$\frac{2 . 4^x + 4^x}{2} = \frac{3^x . 3 + 3^x}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{3 . 4^x}{2} = \frac{4 . 3^x}{\sqrt{3}}$
$\frac{4^x}{3^x} = \frac{4 . 2}{3\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{4^x}{3^x} = \frac{4\sqrt{4}}{3\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{4^x}{3^x} = \frac{4 . 4^{1/2}}{3 . 3^{1/2}}$
$\frac{4^x}{3^x} = \frac{4^{3/2}}{3^{3/2}} \Rightarrow$ **x = 3/2 (C)**

32. (CFO-PM) Na equação $2^{2x} - 3 . 2^x - 4 = 0$. O valor de x é um nº:
a) divisível por 3 b) divisor de 3 c) divisível por 5
d) divisor de 5 e) primo
$2^{2x} - 3.2^x - 4 = 0$ (chamando $2^x = y$) $\Rightarrow y^2 - 3y - 4 = 0$
$\begin{array}{l} S = 3 \\ P = -4 \end{array} \left. \right\} \begin{array}{l} y' = -1 \Rightarrow 2^x = \cancel{-1} \text{ (base negativa)} \\ y'' = 4 \Rightarrow 2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow \mathbf{x = 2\ (E)} \end{array}$

33. (UFPI) Sejam x_1 e x_2 as soluções da equação exponencial $\left(\frac{4}{3}\right)^{x^2-3x+2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-2x}$. O valor da soma $x_1 + x_2$ é:
a) 1/2 b) 3/2 c) 5/2
d) 7/2 e) 9/2
$(4/3)^{x^2-3x+2} = (3/4)^{x^2-2x} \Rightarrow (4/3)^{x^2-3x+2} = ((4/3)^{-1})^{x^2-2x}$
$(4/3)^{x^2-3x+2} = (4/3)^{-x^2+2x} \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = -x^2 + 2x$
$x^2 - 3x + 2 + x^2 - 2x = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$
$S = x_1 + x_2 = -b/a \Rightarrow x_1 + x_2 = -(-5)/2 \Rightarrow$ $\mathbf{x_1 + x_2 = 5/2}$ **(C)**

34. (CEFET-MG) A equação $36 . 3^x = 9^x + 243$ possui duas raízes reais distintas a e b. O valor de a + b é:
a) 5 b) 9 c) 12 d) 36 e) 243
$36 . 3^x = 9^x + 243 \Rightarrow 36 . 3^x = (3^2)^x + 243 \Rightarrow (3^x = y)$
$36y = y^2 + 243 \Rightarrow = y^2 - 36y + 243 = 0$
$\begin{array}{l} S = 36 \\ P = 243 \end{array} \left. \right\} \begin{array}{l} y' = 9 \Rightarrow 3^x = 9 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow \mathbf{x' = 2} \\ y'' = 27 \Rightarrow 3^x = 27 \Rightarrow 3^x = 3^3 \Rightarrow \mathbf{x'' = 3} \end{array} \left. \right\}$ **2 + 3 = 5 (A)**

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

1. LOGARITMO

Dados os números reais **positivos a** e **b**, com **a** ≠ 1, se **b** = **a^c^**, então o **expoente c** chama-se **logaritmo de b na base a**. Em outras palavras logaritmo é todo e qualquer **expoente** cuja base seja positiva e diferente de 1.

$\boxed{\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b}$ (com a e b positivos e a ≠ 1)

Condição de existência: a > 0, a ≠ 1 e b > 0

FORMA EXPONENCIAL	FORMA LOGARÍTMICA
$a^c = b$	$\log_a b = c$
a = base da potência	a = base do logaritmo
b = potência	b = logaritmando
c = expoente	c = logaritmo

Ex: $\log_3 81 = 4 \Leftrightarrow 3^4 = 81$
$\log_{1/2} 32 = -5 \Leftrightarrow (1/2)^{-5} = 32 \Rightarrow 2^5 = 32$
$\log_8 1 = 0 \Leftrightarrow 8^0 = 1$

OBS: Logaritmos Decimais – São os logaritmos cuja base é 10. A representação dos logaritmos decimais é feita indicando-se apenas ***log***. Portanto, quando não vier indicando a base, fica implícito que a base é 10.

Ex: log 2 (logaritmo de 2 na base 10).

2. CONSEQÜÊNCIAS DA DEFINIÇÃO DE LOGARITMO

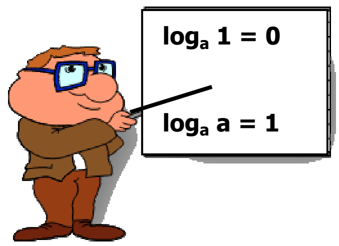
2.1. $\log_a 1 = 0 \Leftrightarrow a^0 = 1$

2.2. $\log_a a = 1 \Leftrightarrow a^1 = a$

2.3. $\log_a a^n = n \Leftrightarrow a^n = a^n$

2.4. $a^{\log_a b} = b \Leftrightarrow \log_a b = \log_a b$

2.5. $\log_b a = \log_b c \Leftrightarrow a = c$



3. PROPRIEDADES DOS LOGARITMOS

3.1. $\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$

3.2. $\log_a (M \div N) = \log_a M - \log_a N$
Caso Particular: $\log_a 1/M = -\log_a M$

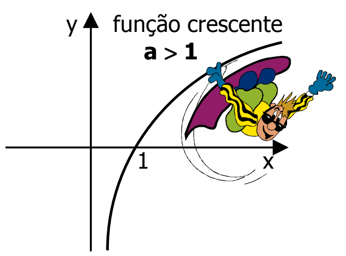
3.3. $\log_a M^n = n \cdot \log_a M$
Caso Particular: $\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \cdot \log_a M$

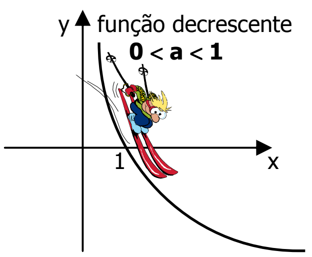
3.4. $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$
Caso Particular: $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

4. FUNÇÃO LOGARÍTMICA

É toda função do tipo $\boldsymbol{f(x) = \log_a x}$
(com x > 0, a > 0 e a ≠ 1).

- **O gráfico** é uma **curva** que sempre passa pelo ponto (1,0) e nunca toca o eixo dos **y**.
- Se **a > 1** a função será **crescente**, ou seja, quanto **maior** for o valor de x, **maior** será o valor de y.
- Se **0 < a < 1** a função será **decrescente**, ou seja, quanto **maior** for o valor de x, **menor** será o valor de y.





TESTES – FUNÇÃO LOGARÍTMICA

01. Quanto vale $\log_2 32^6$?
a) 20 b) 25 c) 30 d) 35 e) 40
$\log_2 32^6 = 6.\log_2 32 = 6.\log_2 2^5 = 6 \cdot 5 =$ **30 (C)**

02. Calculando o valor de $\log_8 2$ teremos:
a) 1/6 b)1/3 c) 2/3 d) 5/3 e) 5/6
$\log_8 2 = x \Rightarrow 8^x = 2 \Rightarrow 2^{3x} = 2 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x =$ **1/3 (B)**

03. O valor de $\log 2^6 + \log 5^6$ equivale a:
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6
$\log 2^6 + \log 5^6 = 6.\log 2 + 6.\log 5 = 6.\log(2.5) = 6 \log 10 =$ **6(E)**

04. Resolvendo a equação logarítmica $\log_3 (2x + 5) = 2$, temos como valor de x:
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6
$\log_3(2x + 5) = 2 \Rightarrow 3^2 = 2x + 5 \Rightarrow 9 = 2x + 5 \Rightarrow 9 - 5 = 2x$
$4 = 2x \Rightarrow x = 4/2 \Rightarrow$ **x = 2 (A)**

05. O valor de x na equação log (2x + 6) = 2, é:
a) 12 b) 24 c) 35 d) 47 e) 94
$\log (2x + 6) = 2 \Rightarrow 10^2 = 2x + 6 \Rightarrow 100 - 6 = 2x$
$94 = 2x \Rightarrow x = 94/2 \Rightarrow$ **x = 47 (D)**

06. Dados log (x) = 5, log (y) = 8, o valor de $\log (x^3 . y^2)$ é:
a) 15 b) 16 c) 31 d) 40 e) 47
$\log (x^3 . y^2) = \log x^3 + \log y^2 = 3 \cdot \log x + 2 \cdot \log y =$
$3 \cdot 5 + 2 \cdot 8 = 15 + 16 =$ **31(C)**

07. Sabendo que log (x) = 2 e log (y) = 5, calcule o valor de $\log (x^8 \div y^3)$:
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5
$\log (x^8 \div y^3) = \log x^8 - \log y^3 = 8 \cdot \log x - 3 \cdot \log y =$
$8 \cdot 2 - 3 \cdot 5 = 16 - 15 =$ **1 (A)**

08. Na igualdade $P = \frac{Q}{(1 + R)^n}$ P, Q e R são números reais positivos e n é um número natural. O valor de n pode ser expresso por:
a) $\frac{\log Q}{\log P + \log R}$ b) $\frac{\log (Q - P)}{\log R}$ c) $\frac{\log (Q \div P)}{\log R}$

d) $\frac{\log (Q \div P)}{\log (1 + R)}$ e) $\frac{\log (P \div Q)}{\log (1 + R)}$

$P = \frac{Q}{(1 + R)^n} = (1 + R)^n = \frac{Q}{P} \Rightarrow \log (1 + R)^n = \log \frac{Q}{P}$
$n \cdot \log (1 + R) = \log Q / P \Rightarrow$ $\mathbf{n = \frac{\log Q / P}{\log (1 + R)}}$ **(D)**

09. A altura média do tronco de certa árvore, que se destina à produção de madeira, evolui desde que é plantada, segundo a função $h(t) = 1,5 + \log_3 (t + 1)$ com h(t) em metros e t em anos. Se uma dessas árvores foi cortada quando seu tronco atingiu 3,5 m de altura, o tempo (em anos) transcorrido do momento da plantação até o do corte foi de:
a) 9 b) 8 c) 5 d) 4 e) 2
$h(t) = 1,5 + \log_3 (t + 1) \Rightarrow 3,5 = 1,5 + \log_3 (t + 1)$
$3,5 - 1,5 = \log_3 (t + 1) \Rightarrow 2 = \log_3 (t + 1) \Rightarrow 3^2 = t + 1$
$t = 9 - 1 \Rightarrow$ **t = 8 anos (B)**

10. (UNICAMP-SP) O álcool no sangue de um motorista alcançou o nível de 2 gramas por litro logo depois de ele ter bebido uma considerável quantidade de cachaça. Considere que esse nível decresce de acordo com a fórmula $N(t) = 2(0,5)^{\mathbf{t}}$, onde t é o tempo medido em horas a partir do momento em que o nível é constatado. Quanto tempo deverá o motorista esperar antes de dirigir seu veículo, se o limite permitido de álcool no

sangue, para dirigir com segurança, é de 0,8 gramas por litro? (Use 0,3 para log 2).
a) 2 h b) 1h c) 1h 30m d) 1h 40m e) 1h 20m
$N(t) = 2(0,5)^t \Rightarrow 2(0,5)^t = 0,8 \Rightarrow (0,5)^t = 0,4$
$\log (1/2)^t = \log (4/10)$
$t \,.\, (\log 1 - \log 2) = \log 4 - \log 10 \Rightarrow t\,(-\log 2) = \log 2^2 - 1$
$t\,(-\log 2) = 2.\log 2 - 1 \Rightarrow t\,(-0,3) = 2.0,3 - 1$
$-0,3t = 0,6 - 1 \Rightarrow -0,3t = -0,4 \Rightarrow t = 0,4/0,3 \Rightarrow t = 4/3$
$t = \frac{4.60}{3}\text{min} = 80 \text{ min} \Rightarrow$ **t = 1h 20m(E)**

11. Sabendo que log 2 ≅ 0,3, assinale a melhor aproximação da solução equação $2^n = 80$.
a) 6,1 b) 6,3 c) 6,5 d) 6,7 e) 6,9
$2^n = 80 \Rightarrow \log 2^n = \log 80 \Rightarrow \log 2^n = \log (2^3.10)$
$\log 2^n = \log 2^3 + \log 10 \Rightarrow n \,.\, \log 2 = 3 \,.\, \log 2 + \log 10$
$n \,.\, 0,3 = 3 \,.\, 0,3 + 1 \Rightarrow n = 1,9/0,3 \Rightarrow$ **n = 6,33 (B)**

12. (EFOMM-2008) A vantagem de lidar com os logaritmos é que eles são mais curtos do que as potências. Imagine que elas indiquem a altura de um foguete que, depois de lançado, atinge 10 metros em 1 segundo, 100 metros em 2 segundos e assim por diante, nesse caso, o tempo (t) é sempre o logaritmo decimal da altura (h) em metros.
Revista Superinteressante – pag.86 de maio/2000
A partir das informações dadas, analise as afirmativas abaixo:
I. Pode-se representar a relação descrita por meio da função: h = log t
II. Se o foguete pudesse ir tão longe, atingiria 1 bilhão de metros em 9 segundos.
III. Em 2,5 segundos o foguete atinge 550 metros.
Dentre as respostas, assinale a alternativa correta.
A) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
B) Apenas a afirmativa II é verdadeira.
C) As afirmativas I e II são falsas.
D) As afirmativas I e III são verdadeiras.
E) Apenas a afirmativa III é falsa.
Solução:
I. h = log t t =1⇒ log 1 = 0
t =2⇒ log 2 = 0,3 **(F)** log h = t ou $h = 10^t$
II. $h = 10^9 \Rightarrow 1.000.000.000$ **(V)**
III. $h = 10^{2,5} = 10^{2+0,5} = 10^2.10^{0,5} = 100\sqrt{10} = 100.3,16 =$
h = 316 metros **(F)**
Resposta correta: (B) Apenas II é verdadeira.

13. (VUNESP) Numa experiência para se obter cloreto de sódio (sal de cozinha), colocou-se num recipiente certa quantidade de água do mar e expôs-se o recipiente a uma fonte de calor para que a água evaporasse lentamente. A experiência terminará quando toda a água se evaporar. Em cada instante t, a quantidade de água existente no recipiente (em litros) é dada pela expressão: $Q(t) = \log_{10}\left(\frac{10^k}{t+1}\right)$ com k uma constante positiva e t em horas. Sabendo que havia inicialmente 1 litro de água no recipiente, quanto tempo levará para terminar a experiência?
a) 1h b) 3h c) 6h d) 9 h e) 12 h
$Q(0) = 1$ litro$\Rightarrow \log_{10} \frac{10^k}{0+1} = 1 \Rightarrow k.\log_{10} 10 = 1 \Rightarrow$ **k = 1**
A experiência acabará qdo toda água evaporar ⇒ Q(t) = 0
$\log_{10} \frac{10}{t+1} = 0 \Rightarrow \log_{10}10 - \log_{10}(t+1) = 0$
$\log_{10}10 = \log_{10}(t+1) \Rightarrow t + 1 = 10 \Rightarrow t = 10 - 1 =$ **9 h (D)**

14. (UFC-CE) Suponha que o nível sonoro β e a intensidade I de um som estejam relacionados pela equação logarítmica **β= 120 + 10 . log I**, em que β é medido em decibéis e I em watts/m². Sejam I_1 a intensidade correspondente ao nível sonoro de 80 decibéis de um cruzamento de duas avenidas movimentadas e I_2 a intensidade correspondente ao nível sonoro de 60 decibéis do interior de um automóvel com ar-condicionado. A razão entre I_1 e I_2 é:
a) 10^{-2} b) 10^{-1} c) 10^0 d) 10^1 e) 10^2
Razão entre I_1 e $I_2 \Rightarrow I_1 / I_2$ = ?

$\beta = 80 \Rightarrow I_1$	$\beta = 60 \Rightarrow I_2$
$\beta = 120 + 10 \,.\, \log I$	$\beta = 120 + 10 \,.\, \log I$
$80 = 120 + 10 \log I_1$	$60 = 120 + 10 \log I_2$
$\frac{80 - 120}{10} = \log I_1$	$\frac{60 - 120}{10} = \log I_2$
$\log_{10} I_1 = -4$	$\log_{10} I_2 = -6$
$I_1 = 10^{-4}$	$I_2 = 10^{-6}$

$\frac{I_1}{I_2} = \frac{10^{-4}}{10^{-6}} = 10^{-4-(-6)} =$ **10^2 (E)**

15. Se log representa o logaritmo na base 10, quanto vale
$\frac{1 - \log(0,001)^2}{4 + \log 10000}$?
a) 7/8 b) 5/8 c) 3/8 d) 1/4 e) 1/8
$\frac{1 - \log(0,001)^2}{4 + \log 10000} = \frac{1 - 2\,(\log 1/1000)}{4 + 4} = \frac{1 - 2(\log 1 - \log 1000)}{8}$
$\frac{1 - 2(0 - 3)}{8} = \frac{1 - 2(-3)}{8} = \frac{1 + 6}{8} = \frac{7}{8}$ **(A)**

16. Qual o valor de **S** na expressão:
$S = \log_2 0,5 + \log_3 \sqrt{3} + \log_4 8$?
a) 0 b) 0,5 c) 1 d) 1,5 e) 2
$S = \log_2 0,5 + \log_3 \sqrt{3} + \log_4 8$
$S = \log_2 1/2 + \log_3 3^{1/2} + \log_4 2^3$
$S = (\log_2 1 - \log_2 2) + 1/2 \log_3 3 + 3 \log_4 2$
$S = 0 - 1 + 1/2 + 3 \,.\, 1/2$
$S = -1 + 1/2 + 3/2 = -1 + 2 =$ **1 (C)**

17. Se $\log_3 x = 2$, então:
a) x = 0 b) x = 1 c) x = 2 d) x = 3 e) x = 9
$\log_3 x = 2 \Rightarrow 3^2 = x \Rightarrow$ **x = 9 (E)**

18. O valor de $\log_{2\sqrt{3}} 144$ é:
a) $2\sqrt{2}$ b) 1 c) $3\sqrt{3}$ d) 4
$(144 = 2^4 \,.\, 3^2)$ $\log_{2\sqrt{3}} 144 = x \Rightarrow (2\sqrt{3})^x = 144$
$(\sqrt{4 \,.\, 3})^x = 12^2 \Rightarrow (12^{1/2})^x = 12^2 \Rightarrow x/2 = 2 \Rightarrow$ **x = 4 (D)**

19. Sendo log 2 = 0,30 e log 3 = 0,47, o valor de log 12 é:
a) 0,77 b) 1,07 c) 1,24 d) 1,37 e) 1,67
$\log 12 = \log (3 \,.\, 4) = \log 3 + \log 2^2 = \log 3 + 2 \,.\, \log 2$
$\log 12 = 0,47 + 2 \,.\, 0,30 = 0,47 + 0,60 =$ **1,07 (B)**

20. A raiz da equação $\log(x - 1) - \frac{\log(x + 7)}{2} = \log 2$ é:
a) –9 b) –3 c) 3 d) 9
$\log(x - 1) - \frac{\log(x + 7)}{2} = \log 2 \;(x2)$
$2 \,.\, \log(x - 1) - \log(x + 7) = 2 \,.\, \log 2$
$\log(x - 1)^2 - \log(x + 7) = \log 2^2 \Rightarrow \log \frac{(x - 1)^2}{(x + 7)} = \log 4$
$\frac{(x - 1)^2}{(x + 7)} = 4 \Rightarrow (x - 1)^2 = 4(x + 7)$
$x^2 - 2x + 1 = 4x + 28 \Rightarrow x^2 - 2x - 4x + 1 - 28 = 0$
$x^2 - 6x - 27 = 0 \left\{ \begin{array}{l} S = 6 \\ P = -27 \end{array} \right\}$ $\cancel{x' = -3}$ (logaritmando negativo)
x''= 9 (D)

21. Resolvendo a equação $3\log\frac{x}{3} + 2\log\frac{x}{7} = 4\log x - \log 49$.
Obtém-se como raiz o valor
a) x = 3 b) x = 9 c) x = 27 d) x = 173
$3 \log (x/3) + 2 \log (x/7) = 4 \log x - \log 49$
$3(\log x - \log 3) + 2(\log x - \log 7) = 4 \log x - \log 7^2$

$3 \log x - 3 \log 3 + 2 \log x - \cancel{2 \log 7} = 4 \log x - \cancel{2 \log 7}$
$5 \log x - 4 \log x = 3 \log 3 \Rightarrow \log x = \log 3^3$
$\log x = \log 27 \Rightarrow$ **$x = 27$ (C)**

22. Se log M = 3 · log 5 – 2 · log 25 – log 10, então:
a) M = 0,1 b) $M = 5^{-3}$ c) M = 0,02
d) M = 0,2 e) M = 0,01
$\log M = 3 \cdot \log 5 - 2 \cdot \log 25 - \log 10$
$\log M = 3 \cdot \log 5 - 2 \cdot \log 5^2 - \log 10$
$\log M = 3 \cdot \log 5 - 4 \cdot \log 5 - \log 10 = -\log 5 - \log 10$
$\log M = \log 1/5 + \log 1/10 \Rightarrow \log M = \log 1/50$
$\log M = \log 0{,}02 \Rightarrow$ **M = 0,02 (C)**

23. Se $x = \log_3 81 - \log_{\frac{1}{2}} 4$, então:

a) 3/2 b) 6 c) 5/2 d) 3
$x = \log_3 81 - \log_{1/2} 4 = \log_3 3^4 - \log_{1/2} 2^2 = 4 \log_3 3 - 2 \log_{1/2} 2$
$x = 4 - 2 \log_{1/2}(1/2)^{-1} = 4 - 2.(-1).\log_{1/2}(1/2) = 4 + 2 =$ **6 (B)**
Outra resolução: (mudança de base)
$x = \log_3 81 - \log_{1/2} 4 = \log_3 3^4 - \dfrac{\log_2 2^2}{\log_2 1/2} = 4 \log_3 3 - \dfrac{2 \log_2 2}{\log_2 2^{-1}}$
$x = 4 \log_3 3 - \dfrac{2 \log_2 2}{-1 \log_2 2} = 4 - \dfrac{2}{-1} = 4 + 2 =$ **6 (B)**

24. (NCE) A concentração no sangue de um antibiótico, t horas após a ingestão, é dada pela função $c(t) = 3 \times 10^{-\frac{t}{6}}$. A concentração será reduzida a um terço da concentração original após o seguinte número de horas:
a) 6 log 3 b) 3 log 6 c) 1/3
d) 3 e) 6
$c(t) = 3 \times 10^{-t/6}$
$c(0) = 3 \times 10^{-0/6} = 3 \times 10^0 = 3$ (para reduzir a concentração a um terço, temos que iguala c(t) = 1.
$1 = 3 \times 10^{-t/6} \Rightarrow 1/3 = 10^{-t/6} \Rightarrow \log(1/3) = \log(10^{-t/6})$
$\log 1 - \log 3 = -t/6.\log 10 \Rightarrow -\log 3 = -t/6 \Rightarrow$ **t = 6log3 (A)**

25. (NCE) A população de bactérias em um meio triplica a cada 2 horas de modo que se a população no tempo t = 0 é p_0, a população em um tempo t (em horas) qualquer será de $p(t) = 3^{t/2}.p_0$. O tempo t (em horas) que terá transcorrido para que a população inicial p_0 duplique será de:
a) 4 / 3 b) 2 c) log(5) / log(3)
d) log(4) / log(3) e) log(2) / log(3)
$p(t) = 3^{t/2}.p_0$
$p(0) = p_0$
$2\cancel{p_0} = 3^{t/2}.\cancel{p_0} \Rightarrow 2 = 3^{t/2} \Rightarrow \log 2 = \log 3^{t/2} \Rightarrow \log 2 = t/2.\log 3$
$t = \dfrac{2\log 2}{\log 3} = \dfrac{\log 2^2}{\log 3} \Rightarrow$ **t = log(4) / log(3) (D)**

26. O produto das raízes da equação $2^{\log_2 x^2} = \frac{1}{4}$ é igual a

a) –1/2 b) –1/4 c) 1/2 d) 1/4
Resolução1:
$2^{\log_2 x^2} = 1/4$ (Conseqüência nº 4 $\Rightarrow a^{\log_a b} = b) \Rightarrow x^2 = 1/4$
$x = \pm \sqrt{1/4} \Rightarrow x = \pm 1/2$
x' . x" = 1/2 . – 1/2 = – 1/4 (B)
Resolução2:
$2^{\log_2 x^2} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow 2^{\log_2 x^2} = \dfrac{1}{2^2} \Rightarrow 2^{\log_2 x^2} = 2^{-2} \Rightarrow \log_2 x^2 = -2$
$x^2 = 2^{-2} \Rightarrow x^2 = \dfrac{1}{2^2} \Rightarrow x^2 = \dfrac{1}{4} \Rightarrow x = \pm \sqrt{1/4} \Rightarrow x = \pm 1/2$

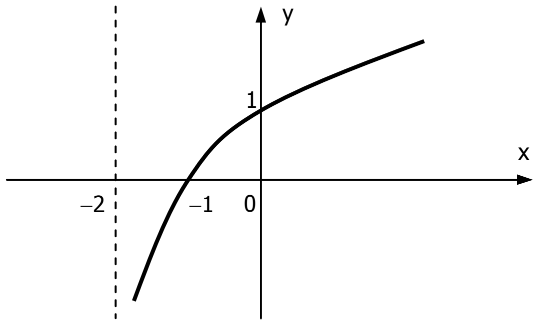
27. O valor do logaritmo de $\sqrt[5]{9}$ na base $\sqrt{3}$ é:
a) 2/5 b) 5 c) 4/5 d) 3/5
$\log_{\sqrt3} \sqrt[5]{9} = x \Rightarrow (\sqrt{3})^x = \sqrt[5]{3^2} \Rightarrow (3^{1/2})^x = 3^{2/5} \Rightarrow 3^{x/2} = 3^{2/5}$
$\dfrac{x}{2} = \dfrac{2}{5} \Rightarrow$ **x = 4/5 (C)**
Resolução por log:
$\log_{\sqrt3} \sqrt[5]{9} = \log_{3^{1/2}} 9^{1/5} = 1/5 . \log_{3^{1/2}} 3^2 = 1/5 . \log_{3^{1/2}} (3^{1/2})^4$
$\log_{\sqrt3} \sqrt[5]{9} = 4/5 \log_{3^{1/2}} (3^{1/2}) =$ **4/5 (C)**

28. Seja o número real K a solução da equação $\sqrt[3]{4^{10-x}} = 1/16$. O logaritmo de K, na base $\sqrt{2}$, é:
a) 2 b) 4 c) 8 d) 16
$\sqrt[3]{4^{10-x}} = 1/16 \Rightarrow 4^{\frac{10-x}{3}} = 1/4^2 \Rightarrow 4^{\frac{10-x}{3}} = 4^{-2} \Rightarrow \dfrac{10-x}{3} = -2$
$10 - x = -2 . 3 \Rightarrow 10 - x = -6 \Rightarrow 10 + 6 = x \Rightarrow x =$ **K = 16**
$\log_{\sqrt2} k = y \Rightarrow \log_{2^{1/2}} 16 = y \Rightarrow (2^{1/2})^y = 16 \Rightarrow 2^{y/2} = 2^4$
$y/2 = 4 \Rightarrow y = 4 . 2 \Rightarrow$ **y = 8 (C)**

29. Aumentando-se um número x em 16 unidades, seu logaritmo na base 3 aumenta em 2 unidades. O valor de x é:
a) 10 b) 8 c) 6 d) 4 e) 2
$\log_3 x = y \Rightarrow 3^y = x$
$\log_3 (x + 16) = y + 2 \Rightarrow 3^{y+2} = x + 16 \Rightarrow 3^y . 3^2 = x + 16$
$\begin{cases} 3^y = x \\ 9 . 3^y = x + 16 \Rightarrow 9x - x = 16 \Rightarrow 8x = 16 \Rightarrow \textbf{x = 2 (E)} \end{cases}$

30. Se $x > 1$ é a solução da equação: $\log_5 \sqrt{x-1} + \log_5 \sqrt{x+1} = \frac{1}{2} \log_5 3$, então x vale:
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e)6
$\log_5(x-1)^{1/2} + \log_5(x+1)^{1/2} = 1/2 \log_5 3$
$1/2 . \log_5(x-1) + 1/2 . \log_5(x+1) = 1/2 \log_5 3$ (÷ 1/2)
$\log_5(x-1) + \log_5(x+1) = \log_5 3$
$\log_5(x-1).(x+1) = \log_5 3$
$(x-1).(x+1) = 3 \Rightarrow x^2 - 1 = 3 \Rightarrow x^2 = 3 + 1 \Rightarrow x^2 = 4$
$x = \pm \sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2 \begin{cases} \textbf{x' = +2 (A)} \\ \cancel{x'' = -2}\ (x > 1) \end{cases}$

31. (CFO-PM) Qual das funções abaixo, melhor representa o gráfico abaixo?



a) $f(x) = 2^{x-2}$ b) $f(x) = 1 - x^2$ c) $f(x) = \log_2(x+2)$
d) $f(x) = 2^{x+1}$ e) $f(x) = \log_2(x-1)$
$f(x) = \log_2(x+2)$
$f(-1) = \log_2(x+2) = \log_2(-1+2) = \log_2 1 = 0$
$f(0) = \log_2(0+2) = \log_2 2 = 1$ **(C)**

32. (CFO-PM) Assinale a alternativa correta
a) Se $2^{x+1} = 2$, então x = –1.
b) A função $f(x) = 2^x$ é decrescente.
c) Se $f(x) = a^x$, (a>1) então f(0) = a
d) log (0,001) = 3
e) Se x = 2 log₃ (9) então x = 4

a) **Errada**, pois: $2^{x+1} = 2 \Rightarrow x + 1 = 1 \Rightarrow x = 1 - 1 \Rightarrow$ **x = 0**
b) **Errada**, pois: $f(x) = 2^x$ (a > 0) é **crescente**.

c) **Errada**, pois: $f(x) = a^x$, $(a>1)$ então $\mathbf{f(0)} = a^0 = \mathbf{1}$
d) **Errada**, pois: $\log (0{,}001) = 3 \Rightarrow \log 1/1000 = 3$
$\log 1 - \log 1000 = 3 \Rightarrow 0 - 3 = \mathbf{-3}$
e) Correta: $x = 2 \log_3 9 = 2 \log_3 3^2 = 2 \,.\, 2 \log_3 3 = \mathbf{4}$

33. (PUC-RJ) Os valores de ***x*** tais que o logaritmo de $2x^2 + 1$ na base 10 é igual a 1 são:
a) 1 e –1 b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ e $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) 3 e –3
d) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ e $-\frac{3}{\sqrt{2}}$ e) 1 e –2
$\log (2x^2 + 1) = 1 \Rightarrow$ O número 1 é igual a log de 10 na base 10
$\log (2x^2 + 1) = \log 10 \Rightarrow 2x^2 + 1 = 10$
$2x^2 = 10 - 1 \Rightarrow x^2 = 9/2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{9}{2}} \Rightarrow x = \pm \frac{3}{\sqrt{2}}$
$\mathbf{x' = \frac{3}{\sqrt{2}}}$ **e** $\mathbf{x'' = -\frac{3}{\sqrt{2}}}$ **(D)**

34. (U.F.Juiz de Fora-MG) O conjunto verdade da equação $\log x + \log (x+1) - \log 6 = 0$ é:
a) {3} b) {2, –3} c) {–2, 3} d) {2, 3} e) {2}
$\log x + \log (x+1) - \log 6 = 0 \Rightarrow \log x.(x+1) = \log 6$
$x.(x+1) = 6 \Rightarrow x^2 + x = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$
$\left.\begin{matrix} S = -1 \\ P = -6 \end{matrix}\right\}$ $\cancel{x' = -3}$ (logaritmando negativo)
x″= 2 (E)

35. (UNESP-SP) Se $2^x = 6$, então $\log_2 3$ é igual a:
a) x/2 b) x – 1 c) 2x d) x + 2 e) x + 1
$2^x = 6 \Rightarrow$ pela definição de log temos: $\log_2 6 = x$
$\log_2 6 = x \Rightarrow \log_2 (2 \,.\, 3) = x \Rightarrow \log_2 2 + \log_2 3 = x$
$1 + \log_2 3 = x \Rightarrow \mathbf{\log_2 3 = x - 1}$ **(B)**

36. (PUC-MG) Considere como verdadeiras as igualdades $\log_2 A + \log_2 B = 2$, $A/B = 256$ e $A + B = N/8$. Nessas condições, o valor de *N* é:
a) 123 b) 146 c) 238 d) 257
$\log_2 A + \log_2 B = 2 \Rightarrow \log_2 (A \,.\, B) = 2 \Rightarrow AB = 2^2 \Rightarrow AB = 4$
$\begin{cases} A/B = 256 \Rightarrow A = 256 \,.\, B \\ AB = 4 \Rightarrow (256 \,.\, B)B = 4 \Rightarrow 256B^2 = 4 \Rightarrow B^2 = 4/256 \Rightarrow B = 2/16 \end{cases}$
$A = 256 \,.\, B = 256 \,.\, \frac{2}{16} = 16 \,.\, 2 \Rightarrow A = 32$
$A + B = \frac{N}{8} \Rightarrow 32 + \frac{2}{16} = \frac{N}{8} \Rightarrow 32 \,.\, 16 + 2 = 2N$
$N = \frac{512 + 2}{2} \Rightarrow N = 514/2 \Rightarrow$ **N = 257 (D)**

37. (UFMA) Calcule o valor da expressão abaixo:
$\log_{1/3} 81 + \log_{10} 0{,}0001 - \log_{0,1} 10\sqrt{10}$
a) 13/2 b) 13 c) –13/2 d) –13 e) 2/13
$\log_{1/3} 81 + \log_{10} 0{,}0001 - \log_{0,1} 10\sqrt{10}$
$\log_{1/3} 3^4 + \log_{10} 10^{-4} - \log_{0,1} 10.10^{1/2}$
$4.\log_{1/3} 3 + (-4).\log_{10} 10 - \log_{0,1} 10^{3/2}$
$4.\log_{1/3} (1/3)^{-1} + (-4).\log_{10} 10 - (3/2).\log_{0,1} 10$
$4.(-1).\log_{1/3} (1/3) - 4.\log_{10} 10 - (3/2).\log_{0,1} (0{,}1)^{-1}$
$4.(-1).(1) - 4.(1) - (3/2).(-1).\log_{0,1} (0{,}1)$
$-4 - 4 + \frac{3}{2} = -8 + \frac{3}{2} = \frac{-16 + 3}{2} = \mathbf{\frac{-13}{2}}$ **(C)**

38. Usando a tabela de logaritmos abaixo, o valor que se obtém para log 450 é:

x	log x
2	0,30
3	0,47
4	0,60
5	0,70
6	0,78
...	...

a) 2,64 b) 2,54 c) 2,44 d) 2,34 e) 2,24

Decompondo 450 em fatores primos teremos: $2 \,.\, 3^2 \,.\, 5^2$, então,
$\log 450 = \log (2 \,.\, 3^2 \,.\, 5^2) = \log 2 + \log 3^2 + \log 5^2$
$\log 2 + 2.\log 3 + 2.\log 5 = 0{,}30 + 2 \,.\, 0{,}47 + 2 \,.\, 0{,}70$
$0{,}30 + 0{,}94 + 1{,}40 \Rightarrow$ **log 450 = 2,64 (A)**

39. (UMC-SP) A equação $\log_5 (x + 2) + \log_5 (x - 2) = 3$ admite:
a) uma única raiz e negativa.
b) uma raiz irracional.
c) uma raiz par e outra ímpar.
d) duas raízes opostas.
e) duas raízes pares.
$\log_5 (x + 2) + \log_5 (x - 2) = 3 \Rightarrow \log_5 (x + 2).(x - 2) = 3$
$(x + 2).(x - 2) = 5^3 \Rightarrow x^2 - 4 = 125 \Rightarrow x^2 = 125 + 4 \Rightarrow x^2 = 129$
$x = \pm \sqrt{129}$ $\Big\}$ **x′ = 11,357...(B)**
$x'' = -\cancel{11{,}357}\ldots$ (logaritmando negativo)

40. (MACKENZIE-SP) O valor de $\log \left(\frac{1}{a.b}\right)$, sabendo-se que *a* e *b* são raízes da equação $x^2 - 7x + 10 = 0$ é:
a) 2 b) –1 c) –1/2 d) 1 e) 1/2
$x^2 - 7x + 10 = 0 \begin{cases} S = 7 \\ P = 10 \end{cases}\Big\}$ $x' = 2$, $x'' = 5$
$\log\left(\frac{1}{a.b}\right) = \log\left(\frac{1}{2 \,.\, 5}\right) = \log(1/10) = \log 1 - \log 10 = 0 - 1 = -1$ **(B)**

41. (PUC-RS) Se log 2 = a e log 3 = b, então o valor de x em $8^x = 9$ é:
a) $\frac{2b}{3a}$ b) $\frac{2a}{3b}$ c) $\frac{b}{a}$ d) $\frac{a}{b}$ e) $\frac{3b}{2a}$
$8^x = 9 \Rightarrow \log 8^x = \log 9 \Rightarrow x \,.\, \log 8 = \log 9$
$x \,.\, \log 2^3 = \log 3^2 \Rightarrow x \,.\, 3 \,.\, \log 2 = 2 \,.\, \log 3 \Rightarrow x3a = 2b$
$\mathbf{x = \frac{2b}{3a}}$ **(A)**

42. (FUVEST-SP) Se *x* é um número real, x > 2 e $\log_2 (x - 2) - \log_4 x = 1$, então o valor de *x* é:
a) $4 - 2\sqrt{3}$ b) $4 - \sqrt{3}$ c) $2 + 2\sqrt{3}$
d) $4 + 2\sqrt{3}$ e) $2 + 4\sqrt{3}$
Mudança de base $\Rightarrow \log_4 x = \frac{\log_2 x}{\log_2 4}$
$\log_2 (x - 2) - \log_4 x = 1 \Rightarrow \log_2 (x - 2) - \frac{\log_2 x}{\log_2 4} = 1$
$\log_2 (x - 2) - \frac{\log_2 x}{2} = 1 \ (x2) \Rightarrow 2 \log_2 (x - 2) - \log_2 x = 2$
$\log_2 (x - 2)^2 - \log_2 x = 2 \Rightarrow \log_2 \frac{(x - 2)^2}{x} = \log_2 4$
$\frac{(x - 2)^2}{x} = 4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x - 4x + 4 = 0$
$x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4.1.4}}{2.1} \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 16}}{2}$
$x = \frac{8 \pm \sqrt{48}}{2} \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{2^4.3}}{2} \Rightarrow x = \frac{8 \pm 4\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 4 \pm 2\sqrt{3}$
$\mathbf{x' = 4 + 2\sqrt{3}}$ **(D)** e $\cancel{x'' = 4 - 2\sqrt{3}}$ (x > 2)

43. (CEFET-PR) O conjunto solução da equação $(\log_2 4)2^x + (\log_2 1/2)2^x - (\log 100)4^x = 0$ é:
a) {0, 1/2} b) {0, –1} c) {–1, 1/2}
d) {–1} e) {0}
$(\log_2 4)2^x + (\log_2 1/2)2^x - (\log 100)4^x = 0$
$(\log_2 2^2)2^x + (\log_2 2^{-1})2^x - 2.4^x = 0$
$(2.\log_2 2)2^x + (-1.\log_2 2)2^x - 2.4^x = 0$
$2.2^x - 2^x - 2.(2^2)^x = 0 \Rightarrow 2^x - 2.2^{2x} = 0$ (chamando $2^x = y$)
$y - 2.y^2 = 0 \Rightarrow -2y^2 + y = 0$
$y' = 0 \Rightarrow \cancel{2^x = 0}$ (logaritmando > 0) **(D)**
$y'' = -b/a = -1/-2 \Rightarrow y'' = 1/2 \Rightarrow 2^x = 1/2 \Rightarrow 2^x = 2^{-1} \Rightarrow \mathbf{x = -1}$

RAZÃO E PROPORÇÃO

1. RAZÃO

Razão entre dois números (sendo o 2º diferente de zero) é a divisão do primeiro pelo segundo.

$\frac{a}{b}$ ou a:b (para todo b≠0).

Ex: A razão entre 3 e 2 ⇒ 3 / 2 (três para dois)

A razão entre 0,25 e 2 ⇒ $\frac{0{,}25}{2} = \frac{1/4}{2} = 1/4 \times 1/2 = 1/8$ (um para oito)

2. PROPORÇÃO (P)

É toda igualdade entre duas ou mais razões.

A proporção $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}$ pode ser lida como:

(leitura: **a** está para **b** assim como **c** está para **d**).

Termos da proporção

a → 1º termo ou antecedente da 1ª razão.
b → 2º termo ou conseqüente da 1ª razão.
c → 3º termo ou antecedente da 2ª razão.
d → 4º termo ou conseqüente da 2ª razão.
a e **d** são os extremos da proporção.
b e **c** são os meios da proporção.

2.1. PROPRIEDADES

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}$$

1ª Propriedade: Em toda proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

a . d = b . c

Ex: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ ⇒ 2 . 6 = 3 . 4 ⇒ 12 = 12

2ª Propriedade: Em toda proporção, a soma (ou diferença) dos antecedentes está para a soma (ou diferença) dos conseqüentes, assim como qualquer antecedente está para o seu conseqüente.

$$\frac{\mathbf{a \pm c}}{\mathbf{b \pm d}} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} \quad \text{ou} \quad \frac{\mathbf{a \pm c}}{\mathbf{b \pm d}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}$$

Ex: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{2+4}{3+6} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

3ª Propriedade: Em toda proporção, a soma (ou diferença) dos dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo), assim como a soma (ou diferença) dos dois últimos está para o terceiro (ou para o quarto) termo.

$$\frac{\mathbf{a \pm b}}{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{c \pm d}}{\mathbf{c}} \quad \text{ou} \quad \frac{\mathbf{a \pm b}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{c \pm d}}{\mathbf{d}}$$

Ex: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{2+3}{2} = \frac{4+6}{4} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{10}{4}$

3. DIVISÃO PROPORCIONAL – Existem 4 tipos:

3.1. DIRETAMENTE PROPORCIONAL

Ex: Dividir o número 72 em três partes **diretamente proporcionais** a 3, 4 e 5.

Indicando por A, B, e C as partes procuradas, temos que:
A tem 3 partes, B tem 4 partes e C tem 5 partes na divisão,
A = 3p, B = 4p, C = 5p e A + B + C = 72

A = 3p ⇒ 3 . 6 = 18
B = 4p ⇒ 4 . 6 = 24 } **partes procuradas: 18, 24 e 30**
C = 5p ⇒ 5 . 6 = 30
72 = 12p ⇒ p = 72/12 ⇒ **p = 6**

3.2. INVERSAMENTE PROPORCIONAL

Dividir um número em partes **inversamente proporcionais** a **n** grandezas dadas, é a mesma coisa que dividir esse número em partes **diretamente proporcionais aos inversos dessas grandezas.**

Ex: Dividir o número 72 em três partes inversamente proporcionais a 3, 4 e 12.

Invertendo os números 3, 4 e 12, teremos 1/3, 1/4 e 1/12, reduzindo as frações ao mesmo denominador temos 4/12, 3/12 e 1/12, desprezar os denominadores não irá alterar os resultados e simplificará os cálculos. Os inversos dos números então, serão 4, 3 e 1.

Indicando por A, B, e C as partes procuradas, temos que:
A tem 4 partes, B tem 3 partes e C tem 1 parte na divisão,
A = 4p, B = 3p, C = 1p e A + B + C = 72

A ⇒ 4p = 4 . 9 = 36
B ⇒ 3p = 3 . 9 = 27 } **partes procuradas: 36, 27 e 9**
C ⇒ 1p = 1 . 9 = 9
72 = 8p ⇒ P = 72/8 ⇒ **p = 9**

3.3. DIVISÃO COMPOSTA DIRETA

Chamamos divisão composta direta à divisão de um número em partes **diretamente proporcionais** a duas ou mais sucessões de números dados.

Ex: Dividir o número 270 em três partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 5 e também a 4 , 3 e 2.

Indicando por A, B, e C as partes procuradas, temos que:
A será proporcional a 2 e 4 ⇒ 2 . 4 = 8
B será proporcional a 3 e 3 ⇒ 3 . 3 = 9
C será proporcional a 5 e 2 ⇒ 5 . 2 = 10
A tem 8 partes, B tem 9 partes e C tem 10 partes na divisão,
A = 8p, B = 9p, C = 10p e A + B + C = 270

A ⇒ 8p = 8 . 10 = 80
B ⇒ 9p = 9 . 10 = 90 } **partes procuradas: 80, 90 e 100**
C ⇒10p = 10. 10 = 100
270 = 27p ⇒ p = 270/27 ⇒ **p = 10**

3.4. DIVISÃO COMPOSTA MISTA

Chamamos divisão composta mista à divisão de um número em partes que devem ser **diretamente proporcionais** aos valores de uma sucessão dada e **inversamente proporcionais** aos valores de outra sucessão dada.

Ex: Dividir o número 690 em três partes que devem ser **dir**. proporcionais a 1, 2 e 3 e **inv**. proporcional a 2 , 3 e 4.

Invertendo os números 2, 3 e 4 teremos 1/2 , 1/3 e 1/4
Indicando por A, B, e C as partes procuradas, temos que:
A será proporcional a 1 e 1/2 ⇒ 1 . 1/2 = 1/2
B será proporcional a 2 e 1/3 ⇒ 2 . 1/3 = 2/3
C será proporcional a 3 e 1/4 ⇒ 3 . 1/4 = 3/4

Reduzindo as frações ao mesmo denominador temos 6/12, 8/12 e 9/12, desprezar os denominadores não irá alterar os resultados e simplificará os cálculos. Os inversos dos números então, serão 6, 8 e 9.

A tem 6 partes, B tem 8 partes e C tem 9 partes na divisão,
A = 6p, B = 8p, C = 9p e A + B + C = 690,

A ⇒ 6p = 6 . 30 = 180
B ⇒ 8p = 8 . 30 = 240 } **partes procuradas: 180, 240 e 270**
C ⇒ 9p = 9 . 30 = 270
690 = 23p ⇒ p = 690/23 ⇒ **p = 30**

TESTES – RAZÃO E PROPORÇÃO

01. Dividindo-se o número 1.200 em partes diretamente proporcionais a 26, 34 e 40, obteremos A, B e C, tal que:
a) O valor de B é 312.
b) O valor de A é o maior dos três.

c) O valor de B é maior que o valor de C.
d) O valor de B é superior a 408.
e) O valor de C é 480.

A = 26p ⇒ A = 26 . 12= 312
B = 34p ⇒ B = 34 . 12 = 408
C = 40p ⇒ C = 40 . 12 = **480 (E)**
1200 = 100p ⇒ p = 1200/100 ⇒ p = 12

02. Ao efetuarmos corretamente a divisão do número 444 em partes inversamente proporcionais a 4, 5 e 6, encontraremos respectivamente x, y e z. Nessas condições é correto afirmar que:
a) O valor de x é 120.
b) O valor de z é o maior dos três.
c) O valor de y é maior que o valor de x.
d) O valor de y é um quadrado perfeito.
e) O valor de z é divisível por 9.
$\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ mmc(4,5,6) = 60 ⇒ 15,12 e10
X = 15p ⇒ A = 15 . 12= 180
Y = 12p ⇒ B = 12 . 12 = **144 (D)**
Z = 10p ⇒ C = 10 . 12 = 120
444 = 37p ⇒ p = 444/37 ⇒ p = 12

03. Três sócios fizeram investimentos em uma empresa, José investiu R$ 5.000,00, Manoel investiu R$ 4.000,00 e Carlos investiu R$ 2.000,00. No final do exercício financeiro, a empresa obteve um lucro de R$ 3.300,00. Repartindo este lucro pelos três teremos:
a) Cada um deles receberá R$ 1.100,00.
b) Carlos receberá R$ 600,00.
c) Manoel receberá mais que José.
d) Manoel receberá R$ R$ 1.500,00.
e) José receberá R$ 1.200,00.
J = 5p ⇒ J = 5 . 300 = 1500
M = 4p ⇒ M = 4 . 300 = 1200
C = 2p ⇒ C = 2 . 300 = **600(B)**
3300 = 11p ⇒ p = 3300/11 ⇒ p = 300

04. Repartindo o número 364 em partes proporcionais aos números 16, 40, 32 e 24, teremos respectivamente:
a) 50, 135, 106, 73 b) 54, 128, 102, 80
c) 52, 130, 104, 78 d) 56, 130, 108, 70
e) 58, 124, 100, 82
A = 16p ⇒ A = 16 . 3,25 = **52 (C)**
B = 40p ⇒ B = 40 . 3,25 = 130
C = 32p ⇒ C = 32 . 3,25 = 104
D = 24p ⇒ D = 24 . 3,25 = 78
364 = 112p ⇒ p = 364/112 ⇒ p = 3,25

05. Uma pessoa aplicou R$ 840,00 em uma caderneta de poupança e R$ 560,00 em outra, ambas durante o mesmo período, no mesmo banco. Se no fim desse período as duas juntas renderam R$ 490,00, qual foi o rendimento de cada uma?
a) R$ 294,00 e R$ 196,00 b) R$ 296,00 e R$ 194,00
c) R$ 298,00 e R$ 192,00 d) R$ 300,00 e R$ 190,00
e) R$ 292,00 e R$ 198,00
A = 84p ⇒ A = 84 . 3,5 = **294,00 (A)**
B = 56p ⇒ B = 56 . 3,5 = 196,00
490 = 140p ⇒ p = 490/140 ⇒ p = 3,5

06. Dividindo a quantia R$ 945,00 em partes inversamente proporcionais a 6 e 8, teremos respectivamente:
a) 400 e 545 b) 405 e 540 c) 545 e 400
d) 550 e 395 e) 540 e 405
Como 6 e 8 são divisíveis por 2, podemos trabalhar com 3 e 4.
$\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ mmc(3,4) = 12 ⇒ 4 e 3
A = 4p ⇒ A = 4 . 135 = **540,00 (E)**
B = 3p ⇒ B = 3 . 135 = **405,00**
945 = 7p ⇒ p = 945/7 ⇒ p = 135

07. Dois sócios, Paulo e Rafael, repartiram o lucro final de um negócio, que foi de R$ 4.900,00, de forma proporcional à quantia que cada um investiu. Sabe-se que Rafael investiu R$ 2.000,00 a mais que Paulo e obteve um lucro de R$ 700,00 a mais que Paulo. Quanto cada um investiu?
a) 4.000,00 e 6.000,00 b) 6.000,00 e 8.000,00
c) 5.000,00 e 7.000,00 d) 7.000,00 e 9.000,00
e) 3.000,00 e 5.000,00

	Invest.	Lucro
P	x	2100
R	x + 2000	2800

$4900 - 700 = \frac{4.200}{2} = 2100$

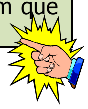
$\frac{2100}{x} = \frac{2800}{x + 2000}$ (simplificando por 100)
$\frac{21}{x} = \frac{28}{x + 2000}$
28x = 21(x + 2000) ⇒ 28x = 21x + 42000
28x – 21x = 42000 ⇒ 7x = 42000 ⇒ x = 42000/7
x = 6000⇒ **P = 6.000,00 ⇒ R = 8.000,00 (B)**

08. Um número foi dividido em três partes, proporcionais a 2, 3 e 7, tais que a soma das duas maiores é igual a 120. Então:
a) A menor parte é 36.
b) A maior parte é igual à soma das duas menores.
c) A soma das duas menores partes é 50.
d) A maior parte é menor do que a soma das duas menores.
e) A diferença da maior para a menor parte equivale à soma das duas menores.
A = 2p ⇒ A = 2 . 12= 24 **84 – 24= 24 +36 (E)**
B = 3p ⇒ B = 3 . 12 = 36
C = 7p ⇒ C = 7 . 12 = 84
B + C = 120⇒3p + 7p = 120⇒ 10p = 120⇒ p= 120/10 = 12

09. Um número foi dividido em partes, proporcionais a 4, 5 e 9, tais que a soma do triplo da primeira com o dobro da segunda supera o dobro da terceira em 32. Então:
a) A menor parte é 36.
b) A maior parte é 72.
c) A soma das duas menores partes é 63.
d) A soma das duas maiores partes é 56.
e) O número original é 180.
A = 4p ⇒ A = 4 . 8 = 32
B = 5p ⇒ B = 5 . 8 = 40
C = 9p ⇒ C = 9 . 8 = **72 (B)**
3A + 2B = 2C + 32 ⇒ 3 . 4p + 2 . 5p = 2 . 9p + 32
12p + 10p = 18p + 32 ⇒22p – 18p = 32 ⇒ 4p = 32
p = 32/4 ⇒ p = 8

10. Em um concurso literário, o prêmio de 21 livros deve ser dividido proporcionalmente ao número de pontos recebidos pelos três primeiros colocados. Se os candidatos A, B e C conseguiram 72, 84 e 96 pontos, respectivamente, a quantidade de livros que o primeiro colocado recebeu foi:
a) 21 b) 8 c) 15 d) 12 e) 10

Atenção: Se todas as partes possuírem um divisor comum, podemos simplificar as partes por este divisor comum, sem que o resultado se altere. Isto facilitará o cálculo da variável **p**.



A = 72 ÷ **12** = 6p ⇒ A = 6 . 1 = 6
B = 84 ÷ **12** = 7p ⇒ B = 7 . 1 = 7
C = 96 ÷ **12** = 8p ⇒ C = 8 . 1 = **8 (B)**
21 = 21p ⇒ p = 21/21 ⇒ p = 1

11. Uma estrada de 315 km de extensão, foi asfaltada por três equipes A, B e C, cada uma delas atuando em um trecho diretamente proporcional aos números 2, 3 e 4 respectivamente. O trecho da estrada asfaltada, **em km**, pela turma C foi de:

a) 70 b) 96 c) 105 d) 126 e) 140

A = 2p ⇒ A = 2 . 35 = 70
B = 3p ⇒ B = 3 . 35 = 105
C = 4p ⇒ C = 4 . 35 = **140 (E)**
315 = 9p ⇒ p = 315/9 ⇒ p = 35

12. Um comerciante precisa pagar três dívidas: uma de 30 mil reais, outra de 40 mil reais e uma terceira de 50 mil reais. Como ele só tem 90 mil reais, resolve pagar quantias diretamente proporcionais a cada débito. Nessas condições, o maior credor receberá a quantia de:

a) 30 mil reais b) 37,5 mil reais c) 36 mil reais
d) 22,5 mil reais e) 32 mil reais

Simplificando todas as partes por **1000**, temos:
A = 30000 ÷ **10000** = 3p ⇒ A = 3 . 7500 = 22500
B = 40000 ÷ **10000** = 4p ⇒ B = 4 . 7500 = 30000
C = 50000 ÷ **10000** = 5p ⇒ C = 5 . 7500 = **37500 (B)**
90000 = 12p ⇒ p = 90000/12 ⇒ p = 7500

13. Os donos de uma indústria não possuem partes iguais dessa indústria. As partes que eles possuem são diretamente proporcionais aos números 6, 3 e 2. Sabendo que o lucro atingiu 22 milhões de reais líquidos e que esse lucro será dividido em partes diretamente proporcionais ao capital que eles possuem na indústria, então a parte do lucro, **em milhões**, que coube ao sócio majoritário é:

a) 4 b) 6 c) 8 d) 12 e) 15

A = 6p ⇒ A = 6 . 2 = **12 milhões (D)**
B = 3p ⇒ B = 3 . 2 = 6 milhões
C = 2p ⇒ C = 2 . 2 = 4 milhões
22 = 11p ⇒ p = 22/11 = 2 milhões

14. Um pai deixou três herdeiros e um patrimônio líquido de R$ 132.000,00 a ser repartido entre eles na razão direta da idade e do número de filhos de cada um. Os herdeiros têm: "A" 50 anos e 3 filhos, "B" 40 anos e 6 filhos, "C" 25 anos e 2 filhos. Qual a parte da herança que o primeiro recebeu?

a) R$ 72.000,00 b) R$ 45.000,00 c) R$ 12.000,00
d) R$ 15.000,00 e) R$ 44.000,00

A = 50 . 3 = 150p ⇒ A = 150 . 300 = **45.000 (B)**
B = 40 . 6 = 240p ⇒ B = 240 . 300 = 72.000
C = 25 . 2 = 50p ⇒ C = 50 . 300 = 15.000
132000 = 440p ⇒ p = 132000/440 ⇒ p = 300

15. Se dividirmos o número 292 em três partes que sejam, ao mesmo tempo inversamente proporcionais a 3, 5 e 6; e 4, 6 e 9, qual a maior parte?

a) 180 b) 72 c) 27 d) 40 e) 150

mmc(12,30,54) = 540 ⇒ 45, 18 e 10
A = 1/3 . 1/4 = 1/12 = 45p ⇒ A = 45 . 4 = **180 (A)**
B = 1/5 . 1/6 = 1/30 = 18p ⇒ B = 18 . 4 = 72
C = 1/6 . 1/9 = 1/54 = 10p ⇒ C = 10 . 4 = 40
292 = 73p ⇒ p = 292/73 ⇒ p = 4

16. Um pai deixou quatro herdeiros e um patrimônio líquido de R$ 243.000,00 a ser repartido entre eles na razão direta da idade e inversa ao número de filhos de cada um. O 1º herdeiro têm 45 anos e 5 filhos, o 2º tem 40 anos e 8 filhos, o 3º tem 36 anos e 6 filhos e o 4º tem 28 anos e 4 filhos. Qual a parte da herança que o 2º herdeiro receberá?

a) R$ 81.000,00 b) R$ 45.000,00 c) R$ 54.000,00
d) R$ 63.000,00 e) R$ 25.000,00

1° = 45/5 = 9p ⇒ 1° = 9 . 9000 = 81000
2° = 40/8 = 5p ⇒ 2° = 5 . 9000 = **45000 (B)**
3° = 36/6 = 6p ⇒ 3° = 6 . 9000 = 54000
4° = 28/4 = 7p ⇒ 4° = 7 .9000 = 36000
243000 = 27p ⇒ p = 243000/27 ⇒ p = 9000

17. (**PRF-98**) Uma grandeza foi dividida, respectivamente, em partes diretamente proporcionais a 3 e 4 na razão 1,2. O valor de 3A + 2B é:

a) 6,0 b) 8,2 c) 8,4 d) 14,4 e) 20,4

A = 3p ⇒ A = 3 . 1,2 = 3,6 } p = 1,2 3A + 2B = ?
B = 4p ⇒ B = 4 . 1,2 = 4,8 }
3A +2B = 3 . 3,6 + 2 . 4,8 = 10,8 + 9,6 = **20,4(E)**

18. Um treinamento de voleibol de 240 minutos foi dividido em três etapas: preparação física, jogadas ensaiadas e um "bate bola" entre os jogadores. Sabendo-se que os tempos de duração de cada parte são diretamente proporcionais aos números 60, 80 e 20. Quanto tempo durou cada parte do treinamento?

a) 90 minutos, 120 minutos e 30 minutos.
b) 100 minutos, 110 minutos e 30 minutos.
c) 80 minutos, 120 minutos e 40 minutos.
d) 70 minutos, 130 minutos e 40 minutos.
e) 90 minutos, 100 minutos e 50 minutos.

Simplificando todas as partes por **20**, temos:
A = 60 ÷ **20** = 3p ⇒ A = 3 . 30= **90 minutos** }
B = 80 ÷ **20** = 4p ⇒ B = 4 . 30 = **120 minutos** } **(A)**
C = 20 ÷ **20** = 1p ⇒ C = 1 . 30 = **30 minutos** }
240 = 8p ⇒ p = 240/8 ⇒ p = 30

19. (DETRAN-PA) O perímetro de um triângulo retângulo é 60 cm e seus lados são diretamente proporcionais a 3, 4 e 5. O maior lado desse triângulo mede:

a) 15 cm b) 20 cm c) 25 cm d) 30 cm e) 35 cm

A = 3p ⇒ A = 3 . 5 = 15
B = 4p ⇒ B = 4 . 5 = 20
C = 5p ⇒ C = 5 . 5 = **25**
60 = 12p ⇒ p = 60/12 ⇒ p = 5

20. (DETRAN-PA) Uma torneira pode encher um tanque em 9 (nove) horas e outra pode enchê-lo em 12 (doze) horas. Se essas duas torneiras funcionassem juntas e com elas mais uma terceira torneira, o tanque ficaria cheio em 4 (quatro) horas. O tempo em que a terceira torneira, funcionando sozinha, encheria o tanque seria de:

a) 14 h b) 16 h c) 18 h d) 20 h e) 22 h

$T_1 = \frac{1}{9}$ (Torneira 1 está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{9 \text{ horas}}$)
$T_2 = \frac{1}{12}$ (Torneira 2 está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{12 \text{ horas}}$)
$T_3 = \frac{1}{x}$ (Torneira 3 está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{x \text{ horas}}$)
$T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{9} - \frac{1}{12}$
$\frac{1}{x} = \frac{9 - 4 - 3}{36} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{36} \Rightarrow 2x = 36 \Rightarrow$ **x = 18hrs (C)**

21. (DETRAN-PA) Um pai distribuiu entre seus filhos João (15 anos), Maria (12 anos) e José (10 anos) a importância de R$ 74.000,00. Sabendo-se que tal distribuição foi feita em partes diretamente proporcionais as suas idades, podemos afirmar:

a) A diferença entre as quantias recebidas por Maria e José foi R$ 24.000,00.
b) A soma do que recebeu João e José é superior a R$ 52.000,00.
c) Maria recebeu mais que João e menos que José.
d) O dobro que recebeu João é igual a R$ 60.000,00.
e) Nenhuma das alternativas está correta.

A = 15p ⇒ A = 15. **2000** = R$ 30.000,00
B = 12p ⇒ B = 12 . **2000** = R$ 24.000,00
C = 10p ⇒ C = 10 . **2000** = R$ 20.000,00
74000 = 37p ⇒ p = 74000/37 ⇒ p = 2000

Resposta Correta: (D) O dobro que recebeu João é igual a R$ 60.000,00.

22. (DETRAN-PA) Numa festa, a razão entre o número de moças e rapazes é $\frac{13}{12}$. A porcentagem de rapazes na festa é:
a) 44% b) 45% c) 40% d) 48% e) 46%
O enunciado está nos indicando que para cada 13 Moças, existem 12 Rapazes.
Moças ⇒ 13   25------100% $x = \frac{12.100}{25} = 12.4 = 48\%$
Rapazes ⇒ 12   12------ x%
Total ⇒ 25   **Resposta correta: (D) 48%**

23. Curiosamente, dois técnicos bancários observaram que, durante o expediente de certo dia os números de clientes que haviam atendido eram inversamente proporcionais às suas respectivas idades: 36 e 48 anos. Se um deles atendeu 4 clientes a mais que o outro, então o total de pessoas atendidas pelo mais velho foi:
a) 20 b) 18 c) 16 d) 14 e) 12
A = 1/36 = 4p ⇒ A = 4 . 4 = 16   mmc(36,48) = 144
B = 1/48 = 3p ⇒ B = 3 .4 = **12 (E)**
A = B + 4 ⇒ 4p = 3p + 4 ⇒ 4p – 3p = 4 ⇒ p = 4

24. Duas pessoas constituíram uma sociedade com os capitais de R$ 90.000,00 e R$ 76.000,00, respectivamente. Na divisão dos lucros, uma delas recebeu R$ 1.722,00 a mais que a outra. Sabendo-se que a divisão dos lucros foi diretamente proporcional aos capitais investidos, qual o lucro de quem investiu menos?
a) R$ 9.348,00 b) R$ 10.798,00 c) R$ 11.070,00
d) R$ 12.570,00 e) R$ 13.248,00

	Investimento	Lucro
A	90000	x + 1722
B	76000	x

$\frac{x + 1722}{90000} = \frac{x}{76000}$ (simplificando por 1000)
90x = 76(x + 1722) ⇒ 90x = 76x + 130872
90x – 76x = 130872⇒ $x = \frac{130872}{14}$ ⇒ **x = R$ 9.348,00 (A)**

25. (Marituba) No último Concurso elaborado pela ESAMAZ, um dos cursos registrou uma concorrência de 3 vagas para cada 20 candidatos. Se o concurso oferece 720 vagas, então, o número de candidatos inscritos foi de:
a) 1440 b) 4800 c) 2800 d) 2400 e) 3240
$\frac{3}{20} = \frac{720}{x}$ $x = \frac{720 . 20}{3}$ = **4800 (B)**

26. Pretendendo comprar um determinado modelo de televisão, Pedro fez uma pesquisa e constatou que os preços das lojas A e B para esse produto estão na razão de 7 para 6. Se a diferença entre os dois preços é de R$ 160,00, então o menor preço é igual a:
a) R$ 860,00 b) R$ 960,00 c) R$ 980,00
d) R$ 1.020,00 e) R$ 1.120,00
A = 7p ⇒ A = 7 . 160 = 1120
B = 6p ⇒ B = 6 . 160 = **960 (B)**
A – B = 160 ⇒ 7p – 6p = 160 ⇒ p = 160

27. (BB 2006) Três pessoas formaram, na data de hoje, uma sociedade com os capitais investidos igual a R$ 100.000,00. Após um ano, o lucro auferido de R$ 7.500,00 é dividido entre os sócios em partes diretamente proporcionais aos capitais iniciais investidos. Sabendo-se que o valor da parte do lucro que coube ao sócio que recebeu menor valor é igual ao módulo da diferença entre os valores que receberam os outros dois, tem-se que o valor do capital inicial do sócio que entrou com maior valor é:
a) R$ 75.000,00 b) R$ 60.000,00 c) R$ 50.000,00
d) R$ 40.000,00 e) R$ 37.500,00
A+ B + C = 7500   A = C – B
C – B + B + C = 7500 ⇒ 2C = 7500 ⇒ C = 7500/2
C = 3.750 (50%)   100000 . 0,5 = **R$ 50.000,00 (C)**

28. (UFPA 2006) Num concurso público foram preenchidas todas as vagas ofertadas, sendo que 48 dessas vagas foram ocupadas por mulheres. Se para cada 3 mulheres aprovadas nesse concurso existem dois homens também aprovados, o total de vagas ofertadas foi:
a) 32 b) 50 c) 75 d) 80 e) 100
$\frac{3}{2} = \frac{48}{h}$ $h = \frac{48 . 2}{3}$ = 16 .2 ⇒ h = 32
h + m = 32 + 48 = **80 (D)**

29. (PRODEPA 2008) Os servidores A e B, responsáveis pela manutenção dos equipamentos de informática, atenderam 63 solicitações de serviços de manutenção, ao final de uma semana de trabalho. O chefe da seção de manutenção constatou que, para cada 4 atendimentos efetuados pelo servidor A, 5 eram efetuados pelo servidor B. Nestas condições, é correto afirmar que o servidor A efetuou:
a) 7 atendimentos a mais que B.
b) 5 atendimentos a mais que B.
c) O mesmo número de atendimentos de B.
d) 7 atendimentos a menos que B.
e) 5 atendimentos a menos que B.
A = 4p ⇒ A = 4 . 7 = **28 (D)**
B = 5p ⇒ B = 5 . 7 = **35**
63 = 9p ⇒ p = 63/9 ⇒ p = 7

30. Três pessoas receberam certa herança, em dinheiro, que lhes foi repartida em partes inversamente proporcionais a 3/4 e 5/2 para as duas primeiras, e diretamente proporcional a 2,04 para a terceira. Se a primeira ganhou R$ 4.240,00 a menos que a terceira, de quanto foi o valor desta herança?
a) R$ 8.000,00 b) R$ 10.798,00 c) R$ 11.070,00
d) R$ 12. 240,00 e) R$ 22.640,00
1ª pessoa =A   2ª pessoa = B   3ª pessoa = C
$\frac{1}{3/4}$ $\frac{1}{5/2}$ $2,04 = \frac{204}{100}$
4/3   2/5   51/25
m.m.c. (3,5,25)= 75
A = 100p ⇒ A = 100.80 = 8.000
B = 30p ⇒ B = 30 .80 = 2.400
C = 153p ⇒ C = 153 .80 = 12.240
Valor da herança: 22.640,00 (E)
C – A = 4240 ⇒ 153p – 100p = 4240 ⇒ 53p = 4240
$p = \frac{4240}{53}$ ⇒ p = 80

31. Helena e Gabriela fundaram como sócias certa empresa comercial. Helena entrou com 3/7 do capital, permanecendo o tempo todo. Gabriela investiu o resto do capital ficando, porém, somente 3/5 do tempo em que a empresa funcionou. Sabendo que o prejuízo verificado foi de R$ 810,00, marque a alternativa correta:
a) Gabriela entrou com maior capital, logo, seu prejuízo foi maior do que o de Helena.
b) A diferença entre o prejuízo de Helena e o de Gabriela foi de R$ 90,00.
c) O prejuízo de Helena foi superior à R$ 480,00.
d) Helena teve um prejuízo de R$ 360,00.
e) O prejuízo de Gabriela foi de R$ 450,00.
Helena = 3/7 do capital x 1 tempo todo = 3/7
Gabriela = 4/7 do capital x 3/5 do tempo = 12/35
mmc(7,35) = 35 ⇒ 15 e 12
H = 15p ⇒ 15 . 30 = 450   **450 – 360 = 90 (B)**
G = 12p ⇒ 12 . 30 = 360
810 = 27p ⇒ p = 810/27 ⇒ p = 30

32. Um segmento de 330 cm foi dividido em duas partes que estão na razão de 80/30. Qual o comprimento do menor pedaço?
a) 240 b) 200 c) 120 d) 90 e) 60

A = 80p ⇒ 80 . 3 = 240
B = 30p ⇒ 30 . 3 = **90 (D)**
330 = 110p ⇒ p = 330/110 ⇒ p = 3

33. Se dividirmos o número 490 em partes diretamente proporcionais a 3,5 e 6, podemos afirmar que a maior parte é:
a) 210 b) 175 c) 125 d) 115 e) 105
A = 3p ⇒ A = 3 . 35 = 105
B = 5p ⇒ B = 5 . 35 = 125
C = 6p ⇒ C = 6 . 35 = **210 (A)**
490 = 14p ⇒ p = 490/14 ⇒ p = 35

34. Dividindo o número 1.800 em partes diretamente proporcionais a 10, 2 e 6, obteremos A, B e C, tal que:
a) O valor de A é menor que B + C.
b) O valor de B é o maior dos três.
c) O valor de C é maior que o valor de A.
d) O valor de B é superior à 200.
e) O valor de C é 600.
A = 10p ⇒ A = 10 . 100= 1000
B = 2p ⇒ B = 2 . 100 = 200
C = 6p ⇒ C = 6 . 100 = **600 (E)**
1800 = 18p ⇒ p = 1800/18 ⇒ p = 100

35. (TTN/SP) O valor da razão entre o MDC e o MMC de 56 e 80 é:
a) 70^{-1} b) 1/7 c) 10/7 d) 7/10 e) 7

	1	2	3
80	56	24	**8**
24	8	0	

M.D.C. (56, 80) = 8

56, 80 | 2
28, 40 | 2
14, 20 | 2
7, 10 | 2
7, 5 | 5
7, 1 | 7
1, 1 | 2^4 x 5 x 7 = 16 x 35 = 560 **M.M.C. = 560**

$\frac{\textbf{MDC}}{\textbf{MMC}} = \frac{8}{560} = \frac{(\div 8)}{(\div 8)} = \frac{1}{70} = \mathbf{70^{-1}}$ **(A)**

36. (OF. Justiça/MG) Dividindo 55 em partes inversamente proporcionais a 2 e 3, teremos respectivamente:
a) 21 e 34 b) 33 e 22 c) 23 e 32
d) 24 e 31 e) 25 e 30
$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ mmc(2,3) = 6 ⇒ 3, 2
A = 3p ⇒ A = 3 . 11 = **33 (B)**
B = 2p ⇒ B = 2 . 11 = **22**
55 = 5p ⇒ p = 55/5 ⇒ p = 11

37. (OF. Justiça/Santos) Determine o valor de x, y e z, sabendo que são diretamente proporcionais a 2, 3 e 5, e que o valor de x somado ao triplo de y, somado ao quádruplo do valor de z é igual a 93:
a) x = 1; y = 10; z = 18 d) x = 3; y = 9; z = 18
b) x = 6; y = 9; z = 15 e) x = 4; y = 8; z = 16
C) x = 2; y = 12; z = 18
x = 2p ⇒ x = 2 . 3 = **6**
y = 3p ⇒ y = 3 . 3 = **9** **(B)**
z = 5p ⇒ z = 5 . 3 = **15**
x + 3y + 4z = 93 ⇒ 2p + 3.3p + 4.5p = 93
2p + 9p + 20p = 93 ⇒ 31p = 93 ⇒ p = 93/31 ⇒ p = 3

38. (TTN/MG) Uma pessoa deseja repartir 135 balinhas para duas crianças, em partes que sejam ao mesmo tempo proporcionais diretamente a 2/3 e 4/7 e inversamente a 4/9 e 2/21. Quantas balinhas cada criança receberá?
a) 27 e 108 b) 35 e 100 c) 40 e 95
d) 24 e 110 e) 30 e 105
dir. proporcionais a 2/3 e 4/7
inv. proporcional a 4/9 e 2/21 (Invertendo) → 9/4 e 21/2
A = 2/3 . 9/4 = 3/2 (mmc = 2)
B = 4/7 . 21/2 = 6
A = 3p ⇒ A = 3 . 9 = **27**
B = 12p ⇒ B = 12 . 9 = **108 (A)**
135 = 15p ⇒ p = 135/15 ⇒ p = 9

39. Sabendo que y – x = 42 na proporção $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$, os valores de x e y são, respectivamente:
a) 28 e 70 b) 30 e 72 c) 18 e 60
d) 8 e 50 e) 24 e 42
x = 2p ⇒ x = 2 . 14 = **28 (A)**
y = 5p ⇒ y = 5 . 14 = **70 (A)**
y – x = 42 ⇒ 5p – 2p = 42 ⇒ 3p = 42 ⇒ p = 42/3 ⇒ p = 14

40. (MF 2009 – ESAF) Existem duas torneiras para encher um tanque vazio. Se apenas a primeira torneira for aberta, ao máximo, o tanque encherá em 24 horas. Se apenas a segunda torneira for aberta, ao máximo, o tanque encherá em 48 horas. Se as duas torneiras forem abertas ao mesmo tempo, ao máximo, em quanto tempo o tanque encherá?
a) 12 horas b) 30 horas c) 20 horas
d) 24 horas e) 16 horas
$T_1 = \frac{1}{24}$ (Torneira 1 está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{24 \text{ horas}}$)
$T_2 = \frac{1}{48}$ (Torneira 2 está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{48 \text{ horas}}$)
$T_1 + T_2 = \frac{1}{24} + \frac{1}{48} = \frac{2 + 1}{48} = \frac{3}{48} \Rightarrow \mathbf{T_1 + T_2 = \frac{1}{16 \text{ hrs}}}$ **(E)**

41. Na proporção múltipla $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$, com x + y + z = 112.
Nestas condições, podemos afirmar que:
a) x = 40 b) y = 24 c) z = 48
d) x + y = z e) y = 2x
x = 3p ⇒ x = 3 . 8 = 24
y = 5p ⇒ y = 5 . 8 = 40
z = 6p ⇒ z = 6 . 8 = **48 (C)**
112 = 14p ⇒ p = 112/14 ⇒ p = 8

42. Dois números positivos estão entre si assim como 3 está para 4. Sabendo-se que a soma dos seus quadrados é igual a 100, o maior número é:
a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9
x = 3p ⇒ x = 3 . 2 = 6
y = 4p ⇒ y = 4 . 2 = **8 (D)**
$x^2 + y^2 = 100 \Rightarrow (3p)^2 + (4p)^2 = 100 \Rightarrow 9p^2 + 16p^2 = 100$
$25p^2 = 100 \Rightarrow p^2 = 100/25 \Rightarrow p = \sqrt{4}$
p = 2 (Os números são positivos).

43. Dois números são diretamente proporcionais a 3 e 5, respectivamente, sabendo que a soma deles é 48, pode-se afirmar que:
a) O maior é o dobro do menor.
b) A diferença entre eles é 12.
c) O dois números são ímpares.
d) A metade do maior é superior ao menor.
e) O menor é superior a 20.
1ª Resolução: Divisão proporcional
A = 3p ⇒ A = 3 . 6 = **18** **30 – 18 = 12 (B)**
B = 5p ⇒ B = 5 . 6 = **30**
48 = 8p ⇒ p = 48/8 ⇒ p = 6
2ª Resolução: Razão e Proporção
$\frac{a}{3} = \frac{b}{5}$
De acordo com a **2ª propriedade**: Em toda proporção, a soma ou diferença dos antecedentes está para a soma ou diferença dos conseqüentes, assim como qualquer antecedente está para o seu conseqüente:
a + b = a ⇒ 48 = a ⇒ a = 48 . 3 ⇒ **a = 18**

3 + 5 3 8 3 8
Se a + b = 48, então b = 48 – a ⇒ **b = 30**

44. Para usar certo tipo de tinta concentrada, é necessário diluí-la em água na proporção 3:2 (proporção tinta concentrada para água). Sabendo que foram comprados 9 litros dessa tinta concentrada, quantos litros de tinta serão obtidos após a diluição na proporção recomendada?
a) 6 b) 9 c) 12 d) 15 e) 18
$\frac{\text{litro de tinta concentrada}}{\text{água}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{9 . 2}{3}$
x = 18/3 ⇒ x = 6 litros de água.
9 litros de tinta concentrada + 6 litros de água =
= **15 litros de tinta diluída (D)**

45. Três números são proporcionais a 2, 3 e 5 respectivamente. Sabendo que o quíntuplo do primeiro, mais o triplo do segundo, menos o dobro do terceiro resulta 18, quanto vale o maior deles?
a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 14
A = 2p ⇒ A = 2 . 2 = 4
B = 3p ⇒ B = 3 . 2 = 6
C = 5p ⇒ C = 5 . 2 = **10 (C)**
5A + 3B – 2C = 18 ⇒ 5 . 2p + 3 . 3p – 2 . 5p = 18
10p + 9p – 10p = 18 ⇒ 9p = 18 ⇒ p = 18/9 ⇒ p = 2

46. Três números são tais que o primeiro está para o segundo assim como 2 está para 5 enquanto a razão do terceiro para o primeiro é 7/2. Se a soma dos dois menores é 49, o valor do maior número é:
a) 7 b) 14 c) 21 d) 35 e) 49
$\frac{A}{B} = \frac{2}{5}, \quad \frac{C}{A} = \frac{7}{2}$
Nas proporções, A é proporcional a 2, B é proporcional a 5 e C é proporcional 7.
A = 2p ⇒ A = 2 . 7 = 14
B = 5p ⇒ B = 5 . 7 = 35
C = 7p ⇒ C = 7 . 7 = **49 (E)**
A + B = 49 ⇒ 2p + 5p = 49 ⇒ 7p = 49 ⇒ p = 49/7 ⇒ p = 7

47. A soma de três números é 165. O primeiro deles está para o segundo assim como 7 está para 3 e a razão do segundo para o terceiro é 4/5. O maior dos três números é:
a) 45 b) 36 c) 21 d) 84 e) 49
$\frac{A}{B} = \frac{7}{3}, \quad \frac{B}{C} = \frac{4}{5}$
Nas proporções, A é proporcional a 7, C é proporcional a 5, porém B é proporcional 3 e também a 4, então é necessário encontrar para B uma proporção comum a 3 e 4 que é 12, pois 12 é divisível por 3 e por 4, para isso, é necessário multiplicar a primeira proporção por 4 e a segunda proporção por 3:
$\frac{A}{B} = \frac{7 . 4}{3 . 4} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{28}{12}$ e $\frac{B}{C} = \frac{4 . 3}{5 . 3} \Rightarrow \frac{B}{C} = \frac{12}{15}$
Agora temos que A é proporcional a 28, B é proporcional a 12 e C é proporcional a 15.
A = 28p ⇒ A = 28 . 3 = **84 (D)**
B = 12p ⇒ B = 12 . 3 = 36
C = 15p ⇒ C = 15 . 3 = 45
165 = 55p ⇒ p = 165/55 ⇒ p = 3

48. A soma de três números é 98. A razão do primeiro para o segundo é 2/3 e a razão do segundo para o terceiro é 5/8. O segundo número é:
a) 15 b) 20 c) 30 d) 32 e) 33
$\frac{A}{B} = \frac{2}{3}, \quad \frac{B}{C} = \frac{5}{8}$
Nas proporções, A é proporcional a 2, C é proporcional a 8, porém B é proporcional 3 e também a 5, então é necessário encontrar para B uma proporção comum a 3 e 5 que é 15, pois 15 é divisível por 3 e por 5, para isso, é necessário multiplicar a primeira proporção por 5 e a segunda proporção por 3:
$\frac{A}{B} = \frac{2 . 5}{3 . 5} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{10}{15}$ e $\frac{B}{C} = \frac{5 . 3}{8 . 3} \Rightarrow \frac{B}{C} = \frac{15}{24}$
Agora temos que A é proporcional a 10, B é proporcional a 15 e C é proporcional a 24.
A = 10p ⇒ A = 10 . 2 = 20
B = 15p ⇒ B = 15 . 2 = **30 (C)**
C = 24p ⇒ C = 24 . 2 = 48
98 = 49p ⇒ p = 98/49 ⇒ p = 2

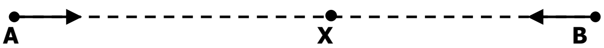
49. A proporção entre (x + 8) e 9 é a mesma que entre (x – 6) e 8. O valor de x é:
a) 138 b) 27 c) 64 d) 118 e) 164
$\frac{(x + 8)}{9} = \frac{(x - 6)}{8} \Rightarrow 9(x - 6) = 8(x + 8) \Rightarrow 9x - 54 = 8x + 64$
9x – 8x = 64 + 54⇒ **x = 118 (D)**

50. Três números, proporcionais a 5, 6 e 8, são tais que a diferença do maior para o menor supera a diferença entre os dois menores em 12 unidades. Quanto vale o maior deles?
a) 44 b) 45 c) 46 d) 47 e) 48
A = 5p ⇒ A = 5 . 6 = 30
B = 6p ⇒ B = 6 . 6 = 36
C = 8p ⇒ C = 8 . 6 = **48 (E)**
C – A = B – A + 12 ⇒ 8p – 5p = 6p – 5p + 12
3p = p + 12 ⇒ 2p = 12 ⇒ p = 12/2 ⇒ p = 6

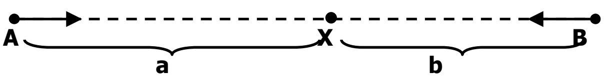
51. A diferença entre dois números é 22. Sabe-se que eles estão na razão inversa de 5 para 7. Quanto vale o maior deles?
a) 55 b) 77 c) 99 d) 121 e) 143
1ª Resolução: Divisão proporcional
1/5 e 1/7 (mmc = 35) ⇒ 7 e 5
A = 7p ⇒ A = 7 . 11 = **77 (B)**
B = 5p ⇒ B = 5 . 11 = 55
A – B = 22 ⇒ 7p – 5p = 22 ⇒ 2p = 22 ⇒ p = 22/2 ⇒ p = 11
2ª Resolução: Razão e Proporção
$\frac{a}{7} = \frac{b}{5}$
De acordo com a **2ª propriedade**: Em toda proporção, a soma (ou diferença) dos antecedentes está para a soma (ou diferença) dos conseqüentes, assim como qualquer antecedente está para o seu conseqüente:
$\frac{a - b}{7 - 5} = \frac{a}{7} \Rightarrow \frac{22}{2} = \frac{a}{7} \Rightarrow a = \frac{22 . 7}{2} \Rightarrow$ **a = 77**
Se a – b = 22, então b = a – 22 ⇒ **b = 55**

52. A soma dos três ângulos internos de um triângulo é igual a 180°. Se os ângulos internos de um triângulo são proporcionais a 1, 2 e 3 então o maior desses ângulos mede:
a) 45° b) 60° c) 75° d) 90° e) 102°
A = 1p ⇒ 1 . 30 ⇒ 30°
B = 2p ⇒ 2 . 30 ⇒ 60°
C = 3p ⇒ 3 . 30 ⇒ **90° (D)**
180 = 6p ⇒ p = 180/6 ⇒ p = 30

53. Um aeroporto **X** está localizado entre duas cidades **A** e **B** que distam entre si 440 km.



Em um mesmo instante, dois trens partem um de **A** e o outro de **B** e, viajando em sentidos opostos, se encontram no aeroporto **X**. Se as velocidades médias dos trens que partem de **A** e de **B** são, respectivamente, 84 km e 70 km, então o aeroporto **X** dista:
a) 180 km de **B**.
b) 240 km de **A**.
c) 210 km de **B**.
d) 230 km de **A**.
e) 250 km de **A**.
Primeiro vamos chamar de **a** e **b** para as distâncias das cidades **A** e **B** até o aeroporto **X**, respectivamente.



A distância percorrida pelo trem **A** é proporcional à sua velocidade assim como a distância percorrida pelo trem **B** é proporcional à sua velocidade, ou seja, teremos a proporção:

$$\frac{a}{84} = \frac{b}{70}$$

De acordo com a **2ª propriedade**: Em toda proporção, a soma dos antecedentes está para a soma dos conseqüentes, assim como qualquer antecedente está para o seu conseqüente:

$\frac{a+b}{84+70} = \frac{b}{70} \Rightarrow \frac{440}{154} = \frac{b}{70} \Rightarrow b = \frac{440 \cdot 70}{154} \; \frac{(\div 14)}{(\div 14)}$

$b = \frac{440 \cdot 5}{11} \Rightarrow b = 40 \cdot 5 \Rightarrow \mathbf{b = 200\ km}$

Se a + b = 440, então a = 440 – b ⇒ **a = 240 km (B)**

(**OBS:** esta questão também pode ser resolvida por Sistemas Lineares).

54. Certo número foi dividido em três partes que eram inversamente proporcionais aos números 4, 5 e 6. Sabendo que a menor parte resultou em 120, qual era o número inicial?

A) 444 B) 450 C) 540 D) 555 E) 620

1/4, 1/5 , 1/6 mmc (4,5,6) = 60 ⇒ 15, 12, 10

$\left.\begin{array}{l} A = 15p \\ B = 12p \\ C = 10p \end{array}\right\} 37p \Rightarrow 37 \cdot 12 = \mathbf{444\ (A)}$

10p = 120 ⇒ p = 120/10 ⇒ p = 12

55. (CEASA 2009) Ao dividir uma área rural com área total de 48.000 m^2 em áreas diretamente proporcionais à idade dos três herdeiros de um fazendeiro, que possuem 2, 6 e 16 anos, quanto de área vai receber o filho mais velho?

a) 4.000 m^2 b) 12.000 m^2 c) 32.000 m^2
d) 40.000 m^2 e) 44.000 m^2

A = 2p
B = 6p
C = 16p ⇒ 16 . 2000 ⇒ **32000 m^2 (C)**
48000 = 24p ⇒ p = 48000/24 ⇒ p = 2000

56. Certo dia, quatro oficiais de manutenção foram incumbidos de transportar 140 caixas de entulhos ao longo de uma linha do metrô. Sabe-se que:

- 3/7 do total de caixas foram transportadas por Ismael e Jason, em quantidades inversamente proporcionais às suas respectivas idades: 28 e 32 anos.
- As demais caixas foram transportadas por Cláudio e Dalton, em quantidades diretamente proporcionais aos seus respectivos tempos de serviço do metrô: 12 e 18 anos.

Com base nessas informações, é correto afirmar que:

a) Jason transportou 4 caixas a mais do que Ismael.
b) Ismael e Cláudio transportaram a mesma quantidade de caixas.
c) Dalton transportou 20 caixas a mais do que Ismael.
d) Jason e Cláudio transportaram a mesma quantidade de caixas.
e) Dalton transportou o dobro do número de caixas transportadas por Jason.

$\frac{3}{7} \cdot 140 = 60$ caixas
28÷4 = 7 e 32÷4 = 8
1/7 e 1/8 (mmc 7,8) = 56
I = 8p ⇒ B = 8 . 4 = **32**
J = 7p ⇒ C = 7 . 4 = 28
60 = 15p ⇒ p = 60/15
p = 4

$\frac{4}{7} \cdot 140 = 80$ caixas
12÷6 = 2 e 18÷6 = 3
(B)
C = 2p ⇒ B = 2 . 16 = **32**
D = 3p ⇒ C = 3 . 16 = 48
80 = 5p ⇒ p = 80/5
p = 16

57. Um tanque tem duas torneiras e um ralo. Estando o tanque inicialmente vazio, seriam necessárias 30 horas para enchê-lo se as torneiras e o ralo ficassem todos abertos. Sabendo que cada torneira, sozinha encheria o tanque em 5 horas e 6 horas, respectivamente, em quantas horas o ralo, sozinho, o esvaziaria?

a) 1 hora e meia d) 3 horas
b) 2 horas e) 3 horas e meia
c) 2 horas e meia

$T_1 = \frac{1}{5}$ (Torneira 1 está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{5 \text{ horas}}$)

$T_2 = \frac{1}{6}$ (Torneira 2 está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{6 \text{ horas}}$)

$R = \frac{1}{x}$ (Ralo está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{x \text{ horas}}$)

$T_1 + T_2 - R = \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{x} = \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{30} = \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x} = \frac{6+5-1}{30} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{10}{30} \Rightarrow x = \frac{30}{10} \Rightarrow \mathbf{x = 3hrs\ (D)}$

58. (FUNRIO) Uma torneira enche um tanque em 12 horas. Outra torneira enche o mesmo tanque em 15 horas. Sabendo-se que as duas torneiras foram abertas simultaneamente, que o tanque estava vazio quando as torneiras foram abertas, e que ao se atingir a metade da capacidade do tanque a segunda torneira foi fechada, o tempo total para encher o tanque é de:

a) seis horas e quarenta minutos.
b) sete horas e meia.
c) oito horas e vinte minutos.
d) dez horas e dez minutos.
e) nove horas e vinte minutos.

$T_1 = \frac{1}{12}$ (Torneira 1 está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{12 \text{ horas}}$)

$T_2 = \frac{1}{15}$ (Torneira 2 está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{15 \text{ horas}}$)

$T_1 + T_2 = \frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{5+4}{60} = \frac{9}{60} = \frac{3}{20} = \frac{3}{1200\text{min}} = \frac{1}{400 \text{ min.}}$

400 min ÷ 60 = 6 h e 40 min ÷ 2 = 3 h e 20 min.
3 h e 20 min + 6 horas = **9 h e 20 min. (E)**

59. (CEFET) Uma torneira enche um tanque em 3 horas e outra torneira o esvazia em 4 horas. Se o tanque está vazio e as duas torneiras são abertas juntas, podemos afirmar que o tanque ficará cheio em:

a) 9 horas b) 10 horas c) 11 horas
d) 11,5 horas e) 12 horas

$T_1 = \frac{1}{3}$ (Torneira 1 está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{3 \text{ horas}}$)

$T_2 = \frac{1}{4}$ (Torneira 2 está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{4 \text{ horas}}$)

$T_1 - T_2 = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{4-3}{12} = \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x} = \frac{1}{12} \Rightarrow \mathbf{x = 12hrs\ (E)}$

60. Uma torneira enche um tanque em 4 horas, outra torneira enche o mesmo tanque em 6 horas e um ralo o esvazia em 3 horas. Se o tanque está com um quarto de sua capacidade cheio, e as duas torneiras são abertas juntamente com ralo, podemos afirmar que o tanque ficará totalmente cheio em:

a) 9 horas b) 10 horas c) 11 horas
d) 11,5 horas e) 12 horas

$T_1 = \frac{1}{4}$ (Torneira 1 está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{4 \text{ horas}}$)

$T_2 = \frac{1}{6}$ (Torneira 2 está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{6 \text{ horas}}$)

$R = \frac{1}{3}$ (Ralo está na razão $\frac{1 \text{ tanque}}{3 \text{ horas}}$)

Inicialmente, calculamos em quantas horas o tanque encheria se estivesse vazio:

$T_1 + T_2 - R = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{3+2-4}{12} = \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x} = \frac{1}{12} \Rightarrow x = 12hrs$

x 12

Se estivesse vazio, o tanque ficaria cheio em 12 horas, como ele possuía 1/4 de sua capacidade, então só precisamos de 3/4 desse tempo para enchê-lo:

12horas . 3/4 = **9 horas (A)**

61. (BANPARÁ 2010) Certa quantia foi dividida entre duas pessoas em partes diretamente proporcionais a 2 e 3. Sabendo que a segunda recebeu a mais que a primeira R$ 1000,00. O valor total da quantia distribuída é:

a) R$ 7.000,00 b) R$ 5.000,00 c) R$ 6.000,00
d) R$ 4.000,00 e) R$ 3.000,00

$A = 2p \Rightarrow A = 2 \,.\, 1000 = 2000$
$B = 3p \Rightarrow B = 3 \,.\, 1000 = 3000$ } **R$ 5000,00 (B)**
$B - A = 1000 \Rightarrow 3p - 2p = 1000 \Rightarrow p = 1000$

62. Dois amigos constituíram uma sociedade com um capital de R$ 800,00, ao todo. No final da sociedade, o lucro apurado foi de R$ 150,00, se o primeiro sócio saiu com um montante (capital + lucro) de R$ 570,00, qual foi o capital investido do segundo sócio?

A) R$ 230,00 B) R$ 320,00 C) R$ 350,00
D) R$ 450,00 E) R$ 480,00

1ª Resolução: Razão e Proporção

Capital + Lucro = Montante
800 + 150 = 950,00
Montante do segundo: 950 – 570 = 380

$\frac{A}{570} = \frac{B}{380}$ A + B = 800

(**2ª propriedade** = A soma dos antecedentes está para a soma dos conseqüentes assim como qualquer antecedente está para seu conseqüente)

$\frac{A + B}{570 + 380} = \frac{B}{380} \Rightarrow \frac{800}{950} = \frac{B}{380} \Rightarrow B = \frac{80\cancel{0} \,.\, 380}{95\cancel{0}} = \frac{16 \,.\, 380}{19}$

$B = 16 \,.\, 20 \Rightarrow$ **B = R$ 320,00 (B)**

2ª Resolução: Porcentagem

Porcentagem do 1º sócio:

950 ----- 100% } $x = \frac{570 \,.\, 100}{950} = 60\%$
570 ----- x

Se o primeiro sócio possue 60% da sociedade, o porcentual do segundo sócio é de 40% e o seu investimento foi de:

800 ----- 100% } $x = \frac{800 \,.\, 40}{100} =$ **320,00 (B)**
x ----- 40%

63. Flora tem uma pequena loja de produtos naturais e duas funcionárias, Joana e Carolina. No mês de julho Flora decidiu dividir um bônus de R$ 160,00 entre as duas funcionárias, de forma que cada uma receberia um valor inversamente proporcional ao número de faltas naquele mês. Carolina faltou 3 vezes e Joana faltou 2. A quantia recebida por Joana, em reais, é igual a:

a) 55 b) 64 c) 80 d) 96 e) 108

Como a divisão é inversa, precisamos inverter os números e teremos então:

1/3 e 1/2 ⇒ m.m.c (2,3) = 6 ⇒ 2 e 3
C = 2p ⇒ 2 . 32 = 64
$\frac{J}{160} = \frac{3p}{5p}$ ⇒ 3 . 32 = **96 (D)**
160 = 5p ⇒ p = 160/5 ⇒ p = 32

64. (EsSA) Em um exame, havia 180 candidatos. Tendo sido aprovados 60, a razão entre o número de reprovados e o de aprovados é de:

a) 1/2 b) 2 c) 1/3 d) 3

180 candidatos = 60 aprovados + 120 reprovados

$\frac{\text{Reprovados}}{\text{Aprovados}} = \frac{120}{60} =$ **2 (B)**

65. Numa partida de futebol, um time fez 3 gols e o adversário 1. Qual a razão entre o número de gols do time vencedor para o total de gols da partida?

a) 3 b) 4/3 c) 3/4 d) 2/4

$\frac{\text{Gols vencedor}}{\text{Total de gols}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$ **(C)**

66. (UFPA) Numa população de 1.040 roedores, apenas 120 são completamente sãos. Dentre os que possuem algum tipo de doença, morreram 184 num determinado período. Para a população de doentes, a razão entre o número de mortos e de vivos é:

a) 1 : 4 b) 1 : 5 c) 4 : 1 d) 4 : 5 e) 5 : 4

1040 → Sãos = 120
1040 → Doentes (920) → Mortos = 184
Doentes (920) → Vivos = 736

$\frac{184 \div (184)}{736 \div (184)} =$ **1/4** **(A)**

67. A razão entre os números 0,12 e 0,4 é:

a) 3/10 b) 3 c) 8/10 d) 26/5

$\frac{0,12}{0,4} = \frac{12\ (\div 4)}{40\ (\div 4)} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{10}}$ **(A)**

68. Na proporção $\frac{x - 1}{4x - 1} = \frac{5}{2}$, o valor de x é um (o) número:

a) maior que dois
b) inteiro menor que dois
c) dois
d) fracionário, não inteiro e maior que dois
e) fracionário, não inteiro e menor que dois

5(4x – 1) = 2(x – 1) ⇒ 20x – 5 = 2x – 2 ⇒ 20x – 2x = 5 – 2
18x = 3 ⇒ x = 3/18 ⇒ **x = 1/6 (E)**

69. Calcular o valor de b em, $\frac{a}{32} = \frac{b}{8} = \frac{c}{20}$, sabendo-se que a – b + c = 33.

a) 2 b) 4 c) 6 d) 8

1ª Resolução: Divisão proporcional

A = 32p ÷ 4 = 8p
B = 8p ÷ 4 = 2p ⇒ B = 2 . 3 = **6 (C)**
C = 20p ÷ 4 = 5p
a – b + c = 33 = 8p – 2p + 5p = 33 ⇒ 11p = 33
p = 33/11 ⇒ p = 3

2ª Resolução: Razão e Proporção

$\frac{a}{32} = \frac{b}{8} = \frac{c}{20}$

De acordo com a **2ª propriedade**: Em toda proporção, a soma ou diferença dos antecedentes está para a soma ou diferença dos conseqüentes, assim como qualquer antecedente está para o seu conseqüente:

$\frac{a - b + c}{32 - 8 + 20} = \frac{b}{8} \Rightarrow \frac{33}{44} = \frac{b}{8} \Rightarrow b = \frac{33 \,.\, 8}{44} = \frac{3 \,.\, 8}{4}$

b = 6 (C)

70. (EEAR) Qual é o valor de "z" em $\frac{x}{4} = \frac{y}{8} = \frac{z}{24}$, sabendo-se que xy = 18?

a) 3 b) 6 c) 9 d) 18

x = 4 ÷ 4 = 1p
y = 8 ÷ 4 = 2p
z = 24÷ 4 = 6p ⇒ z = 6 . 3 = **18 (D)**
$xy = 18 \Rightarrow p \,.\, 2p = 18 \Rightarrow 2p^2 = 18 \Rightarrow p^2 = 18/2 \Rightarrow p^2 = 9$
p = 3

71. (EEAR) Dividindo-se 980 em partes proporcionais aos números 6, 9 e 13, a menor parte será:

a) 195 b) 210 c) 312 d) 405

A = 6p ⇒ 6 . 35 ⇒ **210 (B)**
B = 9p ⇒ 9 . 35 ⇒ 315
$\frac{C}{}$ = $\frac{13p}{}$ ⇒ 13 . 35 ⇒ 455

$980 = 28p \Rightarrow p = 980/28 \Rightarrow p = 35$

72. (CESD) As idades de um pai e de seu filho somam 70 anos e estão na razão 3/7. A idade do filho está entre:
a) 10 e 15 b) 15 e 20 c) 20 e 25 d) 25 e 30

1ª Resolução: Divisão proporcional

$F = 3p \Rightarrow F = 3 . 7 = \mathbf{21\ (C)}$

$\underline{P} = \underline{7p}$

$70 = 10p \Rightarrow p = 70/10 \Rightarrow p = 7$

2ª Resolução: Razão e Proporção

$f + p = 70$

$\dfrac{f}{3} = \dfrac{p}{7}$

De acordo com a **2ª propriedade**: Em toda proporção, a soma dos antecedentes está para a soma dos conseqüentes, assim como qualquer antecedente está para o seu conseqüente:

$\dfrac{f + p}{3 + 7} = \dfrac{f}{3} \Rightarrow \dfrac{70}{10} = \dfrac{f}{3} \Rightarrow f = \dfrac{70 . 3}{10} \Rightarrow \mathbf{f = 21\ (C)}$

REGRA DE TRÊS

Chamamos de regra de três ao processo de cálculo utilizado para resolver problemas que envolvam duas ou mais grandezas.

Quando o problema envolve **somente duas grandezas**, é denominado de **regra de três simples**.

Quando o problema envolve **mais de duas grandezas**, é denominado de **regra de três composta**.

Dependendo da relação existente entre as grandezas, podemos chamar a regra de três de direta ou inversa:

<u>Como montar uma regra de três</u>:

1° passo:
Arruma-se as grandezas em colunas na ordem de leitura.

2° passo:
Aponta-se a primeira "seta", na grandeza da variável "x".

3° passo:
Analisa-se, isoladamente, cada grandeza com "x", para se verificar a proporcionalidade. Se a grandeza analisada com "x" for diretamente proporcional à "seta" a ser colocada nessa grandeza, terá o mesmo sentido da seta de "x"; se inversamente, contrária a "x".

4° passo:
Após a colocação das setas, o número que se encontra na coluna do "x", bem como todos os da ponta da "seta" vão para o numerador, e os demais, para o denominador.

Vejamos 4 exemplos:

1. <u>REGRA DE TRÊS SIMPLES DIRETA</u>

Ex1: Um operário trabalhando durante 12 dias. Ganhou R$ 600,00. Quanto ganharia se tivesse trabalhado 10 dias?

	Dias	R$	
↓	12	600	↓
	10	**x**	

$\mathbf{x} = \dfrac{600 . 10}{12} = 50 . 10 \Rightarrow \mathbf{x = 500{,}00}$

2. <u>REGRA DE TRÊS SIMPLES INVERSA</u>

Ex2: 8 operários fizeram uma obra em 12 dias. Quantos dias levariam 10 operários para fazer a mesma obra?

	Oper	Dias	
↑	8	12	↓
	10	**x**	

$\mathbf{x} = \dfrac{12 . 8}{10} = \dfrac{96}{10} \Rightarrow \mathbf{x = 9{,}6\ dias}$

3. <u>REGRA DE TRÊS COMPOSTA DIRETA</u>

Ex3: Duas máquinas produzem 32 peças de certo produto em 4 dias. Quantas peças produzirão 5 máquinas iguais às primeiras em 3 dias?

	Máq		Pcs		Dias
↓	2	↓	32	↓	4
	5		**x**		3

$\mathbf{x} = \dfrac{32 . 5 . 3}{2 . 4} = 5 . 3 \Rightarrow \mathbf{x = 60pcs}$

ATENÇÃO: Na regra de três com mais de duas colunas, compara-se cada coluna isoladamente com a coluna do "**x**". **Não deixe** que a coluna que não está sendo comparada, interfira no seu raciocínio, pois isto pode provocar a colocação da seta no sentido errado ao que realmente deveria ser.

4. <u>REGRA DE TRÊS COMPOSTA INVERSA</u>

Ex4: 5 operários fizeram uma obra em 24 dias, trabalhando 8 horas por dia. Quantos dias levarão 12 operários trabalhando 10 horas por dia, para fazer a mesma obra?

	Oper		Dias		Hrs
↑	5	↓	24	↑	8
	12		**x**		10

$\mathbf{x} = \dfrac{24 . 5 . 8}{12 . 10} = \dfrac{2 . 8}{2} \Rightarrow \mathbf{x = 8\ dias}$

TESTES – REGRA DE TRÊS

01. Um operário faz em 3 dias uma obra, cujo coeficiente de dificuldade é de 1,2. Quantos dias este operário levará para fazer outra obra com o coeficiente de 0,8?
a) 4,5 dias b) 3 dias c) 1,5 dias d) 2 dias e) 2,5 dias

Dias		Dif.	
3	↓	1,2	↓
x		0,8	

$\mathbf{x} = \dfrac{3 . 0{,}8}{1{,}2} \Rightarrow \mathbf{x} = \dfrac{3 . 8}{12} = \dfrac{24}{12} \Rightarrow \mathbf{x = 2\ dias\ (D)}$

02. A habilidade de 2 operários está na razão de 3 para 4. O 1º fez 6 metros de um muro. Quantos metros o 2º fará no mesmo espaço de tempo?
a) 4 m b) 6 m c) 8 m d) 10 m e) 12 m

Operário 1 = 3 Hab
Operário 2 = 4

Hab		Obra	
3	↓	6	↓
4		**x**	

$\mathbf{x} = \dfrac{6 . 4}{3} = 2 . 4 \Rightarrow \mathbf{x = 8\ m\ (C)}$

03. Para percorrer a distância entre 2 cidades, um avião gasta 3 horas a 400 km/h. Se quiser reduzir o tempo gasto para 2/3 qual deverá ser sua velocidade?
a) 450 km/h b) 266,66 km/h c) 500 km/h
d) 600 km/h e) 300 km/h

2/3 de 3 horas = 2 horas

Hrs		Veloc	
3	↑	400	↓
2		**x**	

$\mathbf{x} = \dfrac{400 . 3}{2} = 200 . 3 \Rightarrow \mathbf{x = 600km/h (D)}$

04. Uma roda com 40 dentes engrena com outra roda de 30 dentes. Sabendo que a 1ª deu 450 voltas, qual o número de voltas da 2ª?
a) 600 b) 337,5 c) 550 d) 335,5 e) 500

Dentes	Voltas
40	450
30	**x**

$\mathbf{x} = \frac{450 \,.\, 40}{30} = \mathbf{600\ voltas\ (A)}$

05. Sabendo que 16 operários de habilidade 9, poderiam fazer certa obra em 20 dias, trabalhando 5 horas p/ dia. Determine a habilidade de 20 operários que fariam a mesma obra em 15 dias trabalhando 4 horas p/dia.
a) 10 b) 14 c) 12 d) 16 e) 18

Oper	Hab	Dias	Hrs
16	9	20	5
20	**x**	15	4

$\mathbf{x} = \frac{9 \,.\, 16 \,.\, 20 \,.\, 5}{20 \,.\, 15 \,.\, 4} = \frac{9 \,.\, 4}{3} \Rightarrow \mathbf{x = 12\ Habilid.\ (C)}$

06. Um grupo de 15 mineiros extraiu em 30 dias 3,5 toneladas de carvão. Se esta equipe for aumentada para 20 mineiros, em quanto tempo serão extraídos 7 toneladas de carvão?
a) 12 dias b) 60 dias c) 45 dias d) 50 dias e) 55 dias

min	dias	ton
15	30	3,5
20	**x**	7

$\mathbf{x} = \frac{30 \,.\, 15 \,.\, 7}{20 \,.\, 3,5} = \frac{3 \,.\, 15 \,.\, 2}{2} \Rightarrow \mathbf{x = 45\ dias\ (C)}$

07. Um fazendeiro tem 25 porcos e alimento suficiente para sustentá-los por 16 dias. Tendo recebido mais 15 porcos, quantos dias ele alimentará os porcos sem ter que diminuir a ração?
a) 10 dias b) 14 dias c) 12 dias d) 6 dias e) 8 dias

Porcos	Dias
25	16
40	**x**

$\mathbf{x} = \frac{16 \,.\, 25}{40} = \frac{400}{40} = \mathbf{10\ dias\ (A)}$

08. (DETRAN-PA) Trabalhando durante 6 dias, 5 funcionários vistoriam 400 carros. Quantos carros serão vistoriados por 7 funcionários, trabalhando durante 9 dias?
a) 620 b) 800 c) 910 d) 840 e) 730

Dias	Func	Carros
6	5	400
9	7	**x**

$\mathbf{x} = \frac{400 \,.\, 9 \,.\, 7}{6 \,.\, 5} = \frac{400 \,.\, 9 \,.\, 7}{30} = 40 \,.\, 21 \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{840\ (D)}$

09. Em uma tecelagem, 12 teares produzem 600m de tecido em 5 dias. Em quantos dias 15 teares deverão produzir 1200m do mesmo tecido?
a) 10 dias b) 8 dias c) 9 dias d) 6 dias e) 7 dias

Tear	Tec	Dias
12	600	5
15	1200	**x**

$\mathbf{x} = \frac{5 \,.\, 12 \,.\, 1200}{15 \,.\, 600} = \frac{12 \,.\, 2}{3} = 4 \,.\, 2 \Rightarrow \mathbf{x = 8\ dias\ (B)}$

10. Para cercar um terreno quadrado, foram construídos 4 muros idênticos. Três operários com o mesmo nível de habilidade concluíram o primeiro muro em 5 dias. Um dos operários ficou doente. Os outros 3 muros foram construídos pelos 2 operários restantes, mantendo o mesmo ritmo de trabalho do primeiro muro em:
a) entre 3 e 7 dias d) entre 17 e 21 dias
b) entre 8 e 10 dias e) entre 22 e 25 dias
c) entre 11 e 16 dias

Op.	Muro	Dias
3	1	5
2	3	**x**

$\mathbf{x} = \frac{5 \,.\, 3 \,.\, 3}{2 \,.\, 1} = \frac{45}{2} \Rightarrow \mathbf{x = 22,5\ dias\ (E)}$

11. Uma pilha de 50 jornais iguais, com 30 páginas cada um, pesa 7,5kg. Quanto pesaria um pilha de 100 jornais com 20 páginas?
a) 8 kg b) 8,5 kg c) 9 kg d) 9,5 kg e) 10 kg

Jorn	Pág	kg.
50	30	7,5
100	20	**x**

$\mathbf{x} = \frac{7,5 \,.\, 100 \,.\, 20}{50 \,.\, 30} = \frac{7,5 \,.\, 2 \,.\, 2}{3} = \frac{30}{3} \Rightarrow \mathbf{x = 10\ Kg\ (E)}$

12. Se **x** máquinas fazem **x** cópias em **x** minutos. Quantas cópias fazem **y** máquinas em **y** minutos?
a) x^2/y b) y^2/x c) y/x d) x e) y

máq	cóp	minutos
x	x	x
y	**a**	y

$\mathbf{a} = \frac{x \,.\, y \,.\, y}{x \,.\, x} \Rightarrow \mathbf{a} = \frac{\mathbf{y^2}}{\mathbf{x}}$ **(B)**

13. Ao optar por um itinerário 14% mais longo, um motorista acha que poderá ganhar tempo, pois por ser o tráfego melhor, poderá aumentar sua velocidade média em 20%. De quanto diminuirá o tempo de viagem?
a) 9% b) 8% c) 7% d) 6% e) 5%

i	t	v
100%	100%	100%
114%	**x**%	120%

$x = \frac{100 \,.\, 114 \,.\, 100}{100 \,.\, 120} = \frac{11400}{120} \Rightarrow \mathbf{x = 95\%}$

Redução da viagem: 100% – 95%= 5% (E)

14. Se **m** homens fazem um trabalho em **n** dias, então **m+p** homens de mesma força de trabalho podem fazer o mesmo trabalho em:
a) $\frac{m \,.\, n}{m + p}$ dias b) $\frac{n(m + p)}{m}$ dias c) $\frac{m}{m + p}$ dias
d) n – p dias e) n + p dias

Hom	Dias
m	n
m+p	x

$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{m \,.\, n}}{\mathbf{(m+p)}}$ **dias (A)**

15. Em 3 horas, 4 torneiras despejam 4200 litros de água. Em quantas horas 5 dessas torneiras despejam 7000 litros de água?
a) 4 horas b) 5 horas c) 6horas d) 7 horas e) 8 horas

Hrs	Torn	lits
3	4	4200
x	5	7000

$\mathbf{x} = \frac{3 \,.\, 4 \,.\, 7000}{5 \,.\, 4200} = \frac{3 \,.\, 4 \,.\, 70}{5 \,.\, 42} = \frac{3 \,.\, 4 \,.\, 70}{210} \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{4\ hrs\ (A)}$

16. Doze costureiras, trabalhando 8 horas por dia, em 18 dias tecem 480 mantas. O número de costureiras necessário para que sejam tecidas 600 mantas, trabalhando 6horas por dia em 12 dias, mantendo o mesmo ritmo de trabalho que as anteriores, é:
a) 28 b) 29 c) 30 d) 31 e) 32

Cost	Hrs	Dias	Mantas
12	8	18	480
x	6	12	600

$\mathbf{x} = \frac{12 \,.\, 8 \,.\, 18 \,.\, 600}{6 \,.\, 12 \,.\, 480} = \frac{8 \,.\, 18 \,.\, 10}{48} \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{30\ cost.\ (C)}$

17. Se 27 operários, trabalhando 6 horas por dia levaram 40 dias para construir um parque de formato retangular medindo 450m de comprimento por 200 m de largura, quantos operários serão necessários para construir um outro parque, também retangular medindo 200m de comprimento por 300m de largura. Em 18 dias e trabalhando 8 horas por dia?

a) 28 b) 29 c) 30 d) 31 e) 32

Oper	Hrs	Dias	Comp	Larg
27	6	40	450	200
x	8	18	200	300

$\mathbf{x} = \frac{27 \,.\, 6 \,.\, 40 \,.\, 200 \,.\, 300}{8 \,.\, 18 \,.\, 450 \,.\, 200} = \frac{9 \,.\, 5 \,.\, 2}{3} \Rightarrow \mathbf{x} =$ **30 ope. (C)**

18. Uma turma de 15 operários pretende terminar em 14 dias certa obra. Ao cabo de 9 dias, entretanto fizeram somente 1/3 da obra. Com quantos operários a turma original deverá ser reforçada para que a obra seja concluída no tempo fixado?

a) 24 b) 39 c) 43 d) 49 e) 54

Oper	Dias	Obra
15	9	1/3
x	5	2/3

$\mathbf{x} = \frac{15 \,.\, 9 \,.\, 2/3}{5 \,.\, 1/3} = 3 \,.\, 9 \,.\, 2 \Rightarrow \mathbf{x = 54}$

A equipe deverá ser reforçada com: 54 – 15 = **39 oper. (B)**

19. Se 8 operários fazem um muro em 20 dias. Quantos dias 10 operários fariam o mesmo muro?

a) 16 dias b) 25 dias c) 10 dias d) 18 dias e) 14 dias

Oper	Dias
8	20
10	**x**

$\mathbf{x} = \frac{20 \,.\, 8}{10} \Rightarrow$ **x = 16 dias (A)**

20. Dez operários fizeram 600 m de muro trabalhando durante 36 dias. Quantos dias 18 operários farão 3000 m metros do muro?

a) 60 b) 70 c) 80 d) 90 e) 100

Oper	mts	dias
10	600	36
18	3000	x

$\mathbf{x} = \frac{36 \,.\, 10 \,.\, 3000}{18 \,.\, 600} = 2 \,.\, 10 \,.\, 5 \Rightarrow \mathbf{x} =$ **100 dias (E)**

21. Uma pessoa gasta 30 minutos para percorrer certa distância, caminhando 48 passos por minuto. Quanto tempo levaria em minutos para vencer a mesma distância, se desse 36 passos por minuto?

a) 32 b) 33 c) 35 d) 38 e) 40

Tempo	Passos
30	48
x	36

$\mathbf{x} = \frac{30 \,.\, 48}{36} = \frac{30 \,.\, 4}{3} \Rightarrow$ **x = 40 (E)**

22. Um trabalhador ganha R$ 720,00 por 20 dias de trabalho. Quanto ganharia se trabalhasse 12 dias?

a) 450,00 b) 540,00 c) 432,00 d) 524,00 e) 423,00

R$	Dias
720	20
x	12

$\mathbf{x} = \frac{720 \,.\, 12}{20} = 36 \,.\, 12 \Rightarrow \mathbf{x} =$ **R$ 432,00 (C)**

23. Um motociclista percorre 200 km em 2 dias, se rodar durante 4 horas por dia. Em quantos dias esse motociclista percorrerá 500 km se rodar 5 horas por dia?

a) 2 dias b) 1 dia c) 4 dias d) 5 dias e) 3 dias

km	hrs	dias
200	4	2
500	5	**x**

$\mathbf{x} = \frac{2 \,.\, 500 \,.\, 4}{200 \,.\, 5} \Rightarrow$ **x = 4 dias (C)**

24. Um rato está 30 metros à frente de um gato que o persegue. Enquanto o rato corre 8m o gato corre 11m. Nestas condições, para alcançar o rato, o gato precisará correr:

a) 80m b) 110m c) 30m d) 40m

e) O gato jamais alcançará o rato.

30m d

Gato Rato GR

Veloc	Dist
8	d
11	d+30

11d = 8(d+30)
11d = 8d + 240
11d – 8d = 240
3d = 240 d = 80m

G = d +30 = 80 + 30 = **110 (B)**

25. Em uma receita para preparar 30 brigadeiros, são necessários uma lata de leite condensado, 200g de chocolate em pó e meio tablete de margarina. Utilizando essa receita, e dispondo de 20 latas de leite condensado, 2600g de chocolate em pó e 7 tabletes de margarina, o número máximo de brigadeiros que poderemos fazer é:

A) 600 B) 420 C) 400 D) 390 E) 320

30 brigadeiros = 1 lata de leite condensado,
200g de chocolate em pó
1/2 tablete de margarina

1 lata leite_____30 brigadeiros
20 latas leite_____ x brigadeiros
$x = \frac{20.30}{1} = 600$ brigad

200g choc_______30 brigadeiros
2600g choc_______ x brigadeiros
$x = \frac{2600.30}{200} =$ **390 brigad (D)**

1/2 tb marg_____30 brigadeiros
7 tb marg________ x brigadeiros
$\frac{1}{2}.x = 7.30 = 420$ brigad

26. Dois relógios, um dos quais adianta 1 minuto por dia, e o outro atrasa 1 minuto e 30 segundos por dia foram acertados. Depois de quantos dias os ponteiros dos dois relógios estarão indicando a mesma hora?

a) 72 b) 108 c) 144 d) 288 e) 216

Ad = 1min p/dia
<u>At = 1,5 min p/dia</u>
Diferença = 2,5 min p/dia
12horas = 720 min

2,5 min_______1dia
720min_______x dias
$\mathbf{x} = \frac{720 \,.1}{2,5} =$ **288 dias (D)**

27. Uma cafeteira elétrica tem, no recipiente onde se coloca a água, um mostrador indicando de 1 a 20 cafezinhos. São gastos 2 minutos para aquecer o resistor. Aquecido o resistor, a água flui com taxa constante, misturando-se ao pó e transformando-se em café. Se o tempo gasto para fazer 8 cafezinhos é de 6 minutos, qual é o tempo gasto por essa mesma cafeteira para fazer 4 cafezinhos?

a) 3 min b) 3min 15 s c) 3min 30s
d) 4min e) 5min

Para 8 cafés ⇒ 6 minutos – 2 minutos = 4 minutos

Café	Tempo
8	4 min
4	**x** min

$\mathbf{x} = \frac{4 \,.\, 4}{8} = 2$ min+2 min(aquec.)

x = 4 min(D)

28. As rodas traseiras de um carro têm 3,25 metros de circunferência. Enquanto as rodas dianteiras dão 20 voltas as

traseiras dão somente 12. Qual é a circunferência das rodas dianteiras?
a) 3,25 m b) 4,50 m c) 5,42 m
d) 2,75 m e) 1,95 m

Voltas	Comp
12	3,25
20	**x**

$\mathbf{x} = \frac{3,25 \,.\, 12}{20} = 0,65 \,.\, 3 =$ **1,95 m** **(E)**

29. Certa máquina, trabalhando 12 horas por dia, consome, em 30 dias, 9780 quilos de carvão. Qual o custo do carvão gasto por essa máquina durante 90 dias, sabendo-se que nesse período trabalhou 12 horas e 30 min por dia e que cada tonelada de carvão custou R$ 800,00?
a) R$ 24.450,00 b) R$ 25.000,00 c) R$ 23.450,00
d) R$ 22.980,00 e) R$ 24.680,00

Horas	Dias	Carvão
12	30	9780 Kg
12,5	90	**x**

$\mathbf{x} = \frac{9780 \,.\, 12,5 \,.\, 90}{12 \,.\, 30} = 815 \,.\, 12,5 \,.\, 3 = 30562,50$ kg
x = 30,56250 t
Custo de x = 30,5625 . 800 = **R$ 24.450,00 (A)**

30. Sabendo que 3/4 de certa obra foram feitos por 33 pessoas em 1 ano de trabalho. Quantas pessoas seriam necessárias para fazer a obra toda em metade do tempo?
a) 91 b) 88 c) 79 d) 85 e) 22

Obra	Pessoas	Tempo
3/4	33	12m
1	**x**	6m

$\mathbf{x} = \frac{33 \,.\, 1 \,.\, 12}{3/4 \,.\, 6} = \frac{33 \,.\, 2}{3/4} = \frac{66}{3/4} = 66 \,.\, \frac{4}{3} = 22 \,.\, 4 =$ **88 (B)**

31. Se 3 operários, trabalhando 7 horas por dia, durante 2 dias, fizeram 126 metros de muro. Quantos metros da mesma obra farão 2 operários, trabalhando 5 dias a 3 horas por dia?
a) 88 b) 92 c) 98 d) 95 e) 90

Oper	Hrs	Dias	Metros
3	7	2	126
2	3	5	**x**

$\mathbf{x} = \frac{126 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 5}{3 \,.\, 7 \,.\, 2} = \frac{126 \,.\, 5}{7} = 18 \,.\, 5 =$ **90 (E)**

32. Trabalhando 4 horas diárias, durante 18 dias, 64 operários abriram uma vala de 36 metros de comprimento em terreno de dureza 3. Determinar o comprimento de outra vala, aberta por 56 operários, que trabalharam 5 horas por dia, durante 16 dias, em terreno de dureza 2.
a) 61,4 b) 49,8 c) 52,5 d) 49,1 e) 23,3

Hrs	Dias	Oper	Comp	Dureza
4	18	64	36	3
5	16	56	**x**	2

<u>(Diminue a dureza , aumenta o comp.)</u>
$\mathbf{x} = \frac{36 \,.\, 5 \,.\, 16 \,.\, 56 \,.\, 3}{4 \,.\, 18 \,.\, 64 \,.\, 2} = \frac{2 \,.\, 5 \,.\, 14 \,.\, 3}{4 \,.\, 2} = \frac{5 \,.\, 14 \,.\, 3}{4}$
(36÷18= 2 / 64÷16= 4 / 56÷ 4= 14/ 14÷2 =7)
$\mathbf{x} = \frac{70 \,.\, 3}{4} = \frac{210}{4} =$ **52,5 (C)**

33. (PRF-98) Para chegar ao trabalho, José gasta 2h30min, dirigindo à velocidade média de 75 km/h. Se aumentar a velocidade para 90 km/h, o tempo gasto , em minutos, para José fazer o mesmo percurso é:
a) 50 b) 75 c) 90 d) 125 e) 180

Veloc	Tempo
75km	150 min
90km	**x** min

$\mathbf{x} = \frac{150 \,.\, 75}{90} = 5 \,.\, 25 \Rightarrow$ **x = 125 (D)**

34. Uma torneira que jorra 1.035,5 litros de água por hora enche certo reservatório em 12 horas. Em quanto tempo outra torneira, que jorra 20 litros por minuto, encheria o mesmo reservatório?
a) 10h 21min 18s b) 11h 10min 12s c) 9h 31min 17s
d) 10h 17min 32s e) 13 h 54min 23s
20 litros por min x 60min = 1200 litros por hora.

Litros	Tempo
1035,5	12h
1200	**x** h

$\mathbf{x} = \frac{12 \,.\, 1035,5}{1200} = \frac{1035,5}{100} =$ **10**,355 **h**
0,355 h x 60 = **21**,3 **min** 0,3 min x 60 = **18 s (A)**

35. Vinte e cinco tecelões, trabalhando 7 horas por dia, durante 18 dias, fizeram 750 metros de certo tecido. Quantos tecelões, trabalhando 9 horas por dia, durante 14 dias, seriam necessários para fazer 630 metros do mesmo tecido?
a) 24 b) 23 c) 21 d) 17 e) 15

Tec	Hrs	Dias	Mts
25	7	18	750
x	9	14	630

$\mathbf{x} = \frac{25 \,.\, 7 \,.\, 18 \,.\, 630}{9 \,.\, 14 \,.\, 750} = \frac{63}{3} \Rightarrow$ **x = 21 tecelões (C)**

36. Com 10 kg de trigo podemos fabricar 7 kg de farinha. Quantos quilogramas de trigo são necessários para fabricar 28 kg de farinha?
a) 10 kg b) 20 kg c) 30 kg d) 40 kg e) 50 kg

Trigo	Farinha
10	7
x	28

$\mathbf{x} = \frac{10 \,.\, 28}{7} \Rightarrow x = 10 \,.\, 4 \Rightarrow$ **x = 40 kg (D)**

37. Vinte e sete operários, trabalhando 8 horas diárias durante 15 dias, fizeram um muro de 20 metros de comprimento, 1 metro e 80 centímetros de altura e 30 centímetros de espessura. Quantos operários seriam necessários para a construção de outro muro de 30 metros de comprimento, 2 metros de altura e 27 centímetros de espessura, se eles trabalhassem 9 horas por dia durante 18 dias?
a) 33 b) 37 c) 29 d) 27 e) 30

Oper	Hrs	Dias	Comp	Alt	Esp
27	8	15	20	1,8	0,3
x	9	18	30	2	0,27

$\mathbf{x} = \frac{27 \,.\, 8 \,.\, 15 \,.\, 30 \,.\, 2 \,.\, 0,27}{9 \,.\, 18 \,.\, 20 \,.\, 1,8 \,.\, 0,3} = \frac{3 \,.\, 8 \,.\, 15 \,.\, 3 \,.\, 2 \,.\, 0,9}{18 \,.\, 2 \,.\, 1,8}$
$\mathbf{x} = \frac{8 \,.\, 15 \,.\, 3}{6 \,.\, 2} = 2 \,.\, 15 \Rightarrow$ **x = 30 operários (E)**

38. (CETEC-RJ) Uma fazenda tem 30 cavalos e ração estocada para alimentá-los durante 2 meses. Se forem vendidos 10 cavalos e a ração for reduzida à metade, os cavalos restantes poderão ser alimentados durante:
a) 10 dias b) 15 dias c) 30 dias
d) 45 dias e) 180 dias

Cav	Ração	Tempo
30	1	60
20	0,5	**x**

$\mathbf{x} = \frac{60 \,.\, 30 \,.\, 0,5}{20 \,.\, 1} = \frac{60 \,.\, 3}{2 \,.\, 2}$ **= 45 dias (D)**

39. Para assoalhar uma casa foram necessárias 18 dúzias de tábuas de 2 metros e 30 centímetros de comprimento por 10 centímetros de largura. Quantas tábuas seriam necessárias para assoalhar a mesma casa se elas tivessem 1 metro e 80 centímetros de comprimento por 3 decímetros de largura?
a) 92 b) 95 c) 98 d) 100 e) 104

3 dm = 30 cm / 18 . 12 = 216

Tab ↓	Comp ↑	Larg ↑
216	230	10
x	180	30

$\mathbf{x} = \dfrac{216\ .\ 230\ .\ 10}{180\ .\ 30} = \dfrac{72\ .\ 23}{18} = 4\ .\ 23 \Rightarrow$ **x = 92 tábuas (A)**

40. O volante de uma máquina, dando 318 voltas em 6 minutos, põe em movimento uma fieira que produz 265 metros de tecido em 60 minutos. Que tempo será preciso para fabricar 564 metros de tecido, se o volante der 376 voltas em 4 minutos?
a) 75 min b) 72 min c) 69 min d) 65 min e) 63 min
318 ÷ 6 = 53 / 376 ÷ 4 = 94

Voltas ↑	Mts ↓	Tempo ↓
53	265	60
94	564	**x**

$\mathbf{x} = \dfrac{60\ .\ 53\ .\ 564}{94\ .\ 265} = \dfrac{60\ .\ 6}{5} = 12\ .\ 6 \Rightarrow$ **x = 72 minutos (B)**

41. (JUCEPA-2008) O responsável pelo setor de informática comunica ao seu chefe a necessidade de contratar 12 digitadores com uma jornada de trabalho de 6 horas por dia para atualizar os dados do novo sistema em 30 dias. Em função da urgência, o chefe decidiu que o serviço deverá ser concluído em 10 dias, com uma jornada de 8 horas por dia. Para atender a decisão do chefe, o número de digitadores que o responsável pelo setor de informática deverá contratar é:
a) 18 b) 20 c) 24 d) 27 e) 30

Dig ↓	Hrs ↑	Dias ↑
12	6	30
x	8	10

$\mathbf{x} = \dfrac{12\ .\ 6\ .\ 30}{8\ .\ 10} = 9\ .\ 3 \Rightarrow \mathbf{x} =$ **27 digit. (D)**

42. Com 50 kg de milho, obtemos 35 kg de fubá. Quantas sacas de 60 kg de fubá podemos obter com 1200 kg de milho?
a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

Milho(kg) ↓	Fubá(kg) ↓
50	35
1200	**x**

$\mathbf{x} = \dfrac{35\ .\ 1200}{50} \Rightarrow x = 7\ .\ 120 \Rightarrow x = 840$ kg
Sacas de 60 kg ⇒ 840 ÷ 60 = **14 sacas (C)**

43. Sete litros de leite dão 1,5 kg de manteiga. Quantos litros de leite serão necessários para se obter 9 kg de manteiga?
a) 12 lit. b) 18 lit. c) 22 lit. d) 32 lit. e) 42 lit.

Leite(L) ↓	Manteiga(kg) ↓
7	1,5
x	9

$\mathbf{x} = \dfrac{7\ .\ 9}{1{,}5} = \dfrac{63}{1{,}5} \Rightarrow$ **x = 42 litros (D)**

44. Em um banco, constatou-se que um caixa leva, em média, 5 minutos para atender 3 clientes. Qual é o tempo que esse caixa vai levar para atender 36 clientes?
a) 1 h b) 50 min c) 40 min d) 30 min e) 25 min

Tempo(min) ↓	Clientes ↓
5	3
x	36

$\mathbf{x} = \dfrac{5\ .\ 36}{3} = 5\ .\ 12 \Rightarrow x = 60 \text{ min} \Rightarrow$ **x = 1 hora (A)**

45. Seis máquinas escavam um túnel em 2 dias. Quantas máquinas idênticas serão necessárias para escavar esse túnel em um dia e meio?
a) 4,5 b) 5 c) 5,5 d) 7 e) 8

Máq. ↓	Dias ↑
6	2
x	1,5

$\mathbf{x} = \dfrac{6\ .\ 2}{1{,}5} = 4\ .\ 2 \Rightarrow$ **x = 8 máquinas (E)**

46. Uma fonte fornece 39 litros de água em 5 minutos. Quantos litros fornecerá em uma hora e meia?
a) 834 lit. b) 702 lit. c) 615 lit. d) 540 lit. e) 423 lit.

Vazão(L) ↓	Tempo(min) ↓
39	5
x	90

$\mathbf{x} = \dfrac{39\ .\ 90}{5} = 39\ .\ 18 \Rightarrow$ **x = 702 litros (B)**

47. Abrimos 32 caixas e encontramos 160 bombons. Quantas caixas iguais necessitamos para obter 385 bombons?
a) 99 b) 88 c) 77 d) 66 e) 55

Caixas ↓	Bombons ↓
32	160
x	385

$\mathbf{x} = \dfrac{32\ .\ 385}{160} \Rightarrow x = \dfrac{385}{5} \Rightarrow$ **x = 77 caixas (C)**

48. Um automóvel percorre 380 km em 5 horas. Quantos quilômetros percorrerá em 7 horas, mantendo a mesma velocidade média?
a) 456 km b) 532 km c) 608 km d) 684 km e) 760 km

Dist(km) ↓	Tempo(h) ↓
380	5
x	7

$\mathbf{x} = \dfrac{380\ .\ 7}{5} \Rightarrow x = 76\ .\ 7 \Rightarrow$ **x = 532 km (B)**

49. Um automóvel gasta 24 litros de gasolina para percorrer 192 km. Quantos litros de gasolina gastará para percorrer 120 km?
a) 15 lit. b) 17 lit. c) 19 lit. d) 21 lit. e) 23 lit.

Consumo(L) ↓	Dist.(km) ↓
24	192
x	120

$\mathbf{x} = \dfrac{24\ .\ 120}{192} \Rightarrow x = \dfrac{120}{8} \Rightarrow$ **x = 15 litros (A)**

50. Uma torneira despeja 30 litros de água a cada 15 minutos. Quanto tempo levará para encher um reservatório de 4 m^3 de volume?
a) 33 h 10 min b) 33 h 15 min c) 33 h 20 min
d) 33 h 25 min e) 33 h 30 min
1 m^3 = 1000 ℓ ⇒ 4 m^3 = 4000 ℓ.

Vazão(ℓ) ↓	Tempo (min) ↓
30	15
4000	**x**

$\mathbf{x} = \dfrac{4000\ .\ 15}{30} = \dfrac{4000}{2} \Rightarrow \mathbf{x} = 2000$ min
2000 min ÷ 60 min = **33 h e 20 min (C)**

51. Um relógio adianta 40 segundos em 6 dias. Quantos minutos adiantará em 54 dias?
a) 1 min b) 2 min c) 4 min d) 6 min e) 8 min

Tempo(s) ↓	Dias ↓
40	6
x	54

$\mathbf{x} = \dfrac{40\ .\ 54}{6} = 40\ .\ 9 \Rightarrow \mathbf{x} = 360$ segundos
360 s ÷ 60 s = **6 minutos (D)**

52. Um relógio atrasa 3 minutos a cada 24 horas. Quantos minutos atrasará em 18 dias?
a) 18 min b) 28 min c) 30 min d) 45 min e) 54 min

Tempo(m)	Dias
3	1
x	18

$\mathbf{x} = \frac{3\ .\ 18}{1} \Rightarrow \mathbf{x = 54\ minutos\ (E)}$

53. Quero ampliar uma foto 3 x 4 (3 cm de largura e 4 cm de comprimento) de forma que a nova foto tenha 10,5 cm de largura. Qual será o comprimento da foto ampliada?
a) 12 cm b) 14 cm c) 12,5 cm d) 14,5 cm e) 13 cm

Comp (cm)	Larg (cm)
4	3
x	10,5

$\mathbf{x} = \frac{4\ .\ 10{,}5}{3} \Rightarrow x = \frac{42}{3} \Rightarrow \mathbf{x = 14\ cm\ (B)}$

54. Uma foto mede 2,5 cm por 3,5 cm, se quer ampliá-la de tal maneira que o lado maior meça 14 cm. Quanto deve medir o lado menor da foto ampliada?
a) 13 cm b) 12 cm c) 11 cm d) 10 cm e) 9 cm

Comp (cm)	Larg (cm)
3,5	2,5
14	**x**

$\mathbf{x} = \frac{2{,}5\ .\ 14}{3{,}5} \Rightarrow x = \frac{35}{3{,}5} \Rightarrow \mathbf{x = 10\ cm\ (D)}$

55. Uma roda de automóvel dá 2750 voltas em 165 segundos. Se a velocidade permanecer constante, quantas voltas essa roda dará em 315 segundos?
a) 3850 b) 4350 c) 5250 d) 6450 e) 7150

Voltas	Tempo (s)
2750	165
x	315

$\mathbf{x} = \frac{2750\ .\ 315}{165} \Rightarrow x = \frac{50\ .\ 315}{3} = 50\ .\ 105 \Rightarrow \mathbf{x = 5250\ (C)}$

56. Duas piscinas têm o mesmo comprimento, a mesma largura e profundidades diferentes. A piscina A tem 1,75 m de profundidade e um volume de água de 35 m³. Qual é o volume de água da piscina B, que tem 2 m de profundidade?
a) $40m^3$ b) $41m^3$ c) $42m^3$ d) $43m^3$ e) $44m^3$

Prof.(m)	Volume(m^3)
1,75	35
2	**x**

$\mathbf{x} = \frac{35\ .\ 2}{1{,}75} \Rightarrow x = \frac{70}{1{,}75} = \frac{7000}{175} \Rightarrow \mathbf{x = 40\ m^3\ (A)}$

57. A combustão de 48 g de carbono fornece 176 g de gás carbônico. A combustão de 30 g de carbono fornece quantos gramas de gás carbônico?
a) 170 g b) 150 g c) 130 g d) 110 g e) 90 g

Carb(g)	Gás(g)
48	176
30	**x**

$\mathbf{x} = \frac{\cancel{176}\ .\ 30}{\cancel{48}} = \frac{22\ .\ \cancel{30}}{\cancel{6}} = 22\ .\ 5 \Rightarrow \mathbf{x = 110\ g\ (D)}$
(176 ÷ 8 = 22 / 48 ÷ 8 = 6)

58. A distância Rio-Bahia que é de 1.600 km, em um mapa, está representada por 24 cm. A quantos centímetros corresponde, nesse mapa a distância Brasília-Salvador, que é de 1200 km?
a) 22 cm b) 20 cm c) 18 cm d) 16 cm e) 14 cm

Km	cm
1600	24
1200	**x**

$\mathbf{x} = \frac{24\ .\ 1200}{1600} \Rightarrow \mathbf{x = 18\ cm\ (C)}$

59. Sabendo-se que para cada 5 CDs de música brasileira, tenho 2 CDs de música estrangeira, quantos CDs de música brasileira eu tenho se possuo 22 CDs de músicas estrangeiras?
a) 33 b) 55 c) 77 d) 99 e) 110

Bras.	Estr.
5	2
x	22

$\mathbf{x} = \frac{5\ .\ 22}{2} \Rightarrow \mathbf{x = 55\ (B)}$

60. Duas piscinas têm a mesma largura e a mesma profundidade e comprimentos diferentes. Na piscina que tem 8 m de comprimento, a quantidade de água que cabe na piscina é de 45.000 litros. Quantos litros de água cabem na piscina que tem 10 m de comprimento?
a) 50000ℓ b) 52250 ℓ c) 54750 ℓ
d) 55000ℓ e) 56250ℓ

Comp(m)	Volume(ℓ)
8	45000
10	**x**

$\mathbf{x} = \frac{45000\ .\ 10}{8} \Rightarrow \mathbf{x = 56250\ \ell\ (E)}$

61. (UNICAMP) Uma obra será executada por 13 operários (de mesma capacidade de trabalho) trabalhando durante 11 dias com jornada de trabalho de 6 horas por dia. Decorridos 8 dias do início da obra, 3 operários adoecem e a obra deverá ser concluída pelos operários restantes no prazo estabelecido anteriormente. Qual deverá ser a jornada diária de trabalho dos operários restantes nos dias que faltam para a conclusão da obra no prazo previsto?
a) 7 h e 42 min b) 7 h e 44 min c) 7 h e 46 min
d) 7 h e 48 min e) 7 h e 50 min

Oper	Dias	Min	Obra
13	8	360	8/11
10	3	**x**	3/11

$\mathbf{x} = \frac{360\ .\ 13\ .\ 8\ .\ 3/11}{10\ .\ 3\ .\ 8/11} = 468\ min = \mathbf{7h\ e\ 48\ min\ (D)}$

62 . Identifique nas grandezas abaixo, se a variação é direta (D) ou inversamente proporcional (I):
(D) Número de bicicletas e número de rodas.
(D) Produção de uma máquina e tempo de funcionamento da máquina.
(I) Número de tratores e tempo gasto num serviço de terraplenagem.
(D) Distância percorrida e tempo gasto para percorrê-la.
(I) Número de ganhadores de um prêmio de loteria e a quantia que cada ganhador recebe.
A quantidade de grandezas inversamente proporcionais são:
a) 1 **b) 2** c) 3 d) 4 e) 5

63. (PM 2007) O trabalho realizado por três máquinas durante 6 horas por dia, em 2 dias, custa R$ 1.800,00. Se uma máquina apresentar defeito e parar de funcionar, o custo da operação por 4 dias, com um funcionamento de 5 horas por dia é igual a:
a) R$ 1.850,00 b) R$ 1.900,00 c) R$ 1.950,00
d) R$ 2.000,00 e) R$ 2.050,00

Máq	Hrs	Dias	R$
3	6	2	1800
2	5	4	**x**

$\mathbf{x} = \frac{1800\ .\ 2\ .\ 5\ .\ 4}{3\ .\ 6\ .\ 2} = 100\ .\ 20 \Rightarrow \mathbf{x = 2.000\ (D)}$

64. (BOMBEIRO 2008) Para as comemorações do aniversário do Corpo de Bombeiros, o Comandante solicitou ao departamento administrativo uma estimativa de custos para realizar a pintura no quartel do Comando-Geral. A área total das paredes a serem pintadas é de 28.800 m². Sabendo que 1ℓ de tinta é suficiente para pintar 25 m² e que uma lata contendo 18ℓ de tinta custa R$ 32,00, quanto será gasto na pintura do quartel?

a) R$ 3.686,00
b) R$ 2.048,00
c) R$ 36.864,00
d) R$ 20.480,00
e) R$ 14.400,00

Litros ↓	m² ↓
1	25
x	28.800

$\frac{1}{x} = \frac{25}{28800}$

$x = \frac{28800}{25} \Rightarrow x = 1152$ litros

Litros ↓	R$ ↓
18	32
1152	x

$\frac{32}{x} = \frac{18}{1152}$

$x = \frac{1152 \cdot 32}{18} \Rightarrow x = 64 \cdot 32$ **x = 2.048(B)**

65. 10 PMs fiscalizam ostensivamente 500 veículos durante 6 horas em uma blitz. Nessa situação, para fiscalização de 600 veículos nas mesmas condições durante 4 horas de blitz, quantos PMs serão necessários ?

a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

PMs ↓	Veíc. ↓	Hrs ↑
10	500	6
x	600	4

x $= \frac{10 \cdot 600 \cdot 6}{500 \cdot 4} = \frac{6 \cdot 6}{2} \Rightarrow$ **x = 18 PM's (E)**

66. (UFPA 2006) Um ônibus deve fazer o percurso entre duas cidades em 9 horas. Como a distância entre essas cidades é de 540 km, o ônibus deve ir à velocidade média de 60 km por hora. Considerando-se que depois de 3 horas de viagem, precisou ficar parado durante uma hora para reparos no motor, quantos km deve fazer por hora, em média, depois do conserto, para cumprir o horário?

a) 65 b) 72 c) 75 d) 78 e) 80

Veloc. ↓	Temp. ↑	Dist. ↓
60	3	180
x	5	360

x $= \frac{60 \cdot 3 \cdot 360}{5 \cdot 180} = 12 \cdot 3 \cdot 2 \Rightarrow$ **x = 72 km/h (B)**

67. (PM 2008) Considerando-se que, em uma corporação, 25 policiais consomem 900 kg de alimentos em 45 dias, então é correto afirmar que, em 60 dias, 40 policiais consumiriam:

a) 1.920 kg de alimentos.
b) 1990 kg de alimentos.
c) 2.120 kg de alimentos.
d) 2.180 kg de alimentos.

Sds ↓	Kg ↓	dias ↓
25	900	45
40	**x**	60

x $= \frac{900 \cdot 40 \cdot 60}{25 \cdot 45} = 20 \cdot 8 \cdot 12 =$ **1920 Kg (A)**

(900÷ 45 = 20 / 40 ÷ 5 = 8 / 25 ÷ 5 = 5 / 60 ÷ 5 = 12)

68. (PM 2008) Considere que 40 soldados consigam concluir determinado serviço em 6 dias, trabalhando 4 horas diárias. Então, é correto afirmar que, trabalhando 8 horas diárias, em 12 dias, são necessários:

a) 18 soldados
b) 10 soldados
c) 16 soldados
d) 20 soldados

Sds ↓	dias ↑	hrs ↑
40	6	4
x	12	8

x $= \frac{40 \cdot 6 \cdot 4}{12 \cdot 8} = 5 \cdot 2 \Rightarrow$ **x = 10 soldados (B)**

69. (MF 2009 – ESAF) Com 50 trabalhadores, com a mesma produtividade, trabalhando 8 horas por dia, uma obra ficaria pronta em 24 dias. Com 40 trabalhadores, trabalhando 10 horas por dia, com uma produtividade 20% menor que os primeiros, em quantos dias a mesma obra ficaria pronta?

a) 24 b) 16 c) 30 d) 15 e) 20

Trab ↑	Prod ↑	Hrs ↑	Dias ↓
50	100%	8	24
40	80%	10	**x**

x $= \frac{24 \cdot 50 \cdot 100 \cdot 8}{40 \cdot 80 \cdot 10} = 6 \cdot 5 =$ **30 dias (C)**

70. (SENAC 2009) Um navio da Marinha do Brasil saiu do porto de Recife, em busca de prováveis sobreviventes do Air Bus 447, da Air France, levando víveres para uma viagem de 20 dias. Após 5 dias de viagem, os instrumentos de bordo anunciam mau tempo para boa parte do resto da viagem, o que levou o Comandante a prever um prolongamento da viagem em 6 dias. Nestas condições, a ração diária de cada tripulante deve ser reduzida para:

a) 2/4 b) 2/7 c) 3/8 d) 5/7 e) 3/7

A viagem inicial era de 20 dias. Decorridos 5 dias, estariam faltando 15 dias de viagem (20 – 5 = 15), como o Comandante prolongou a viagem em 6 dias, estarão faltando ainda 15 + 6 = 21 dias. Cada homem a bordo tinha direito a **uma** ração diária. Teremos então uma regra de três:

Dias ↑	Ração ↓
15	1
21	**x**

x $= \frac{15\,(\div 3)}{21(\div 3)} \Rightarrow$ **x=** $\mathbf{\frac{5}{7}}$ **(D)**

71. (SENAC 2009) 40 homens, trabalhando 8 horas por dia, conseguem asfaltar 2 km de uma estrada em 24 dias. Quantos dias gastarão 30 homens, trabalhando 12 horas por dia, para asfaltar 3 km dessa estrada?

a) 35 b) 36 c) 42 d) 20 e) 32

Hom ↑	Hrs ↑	km ↓	Dias ↓
40	8	2	24
30	12	3	**x**

x $= \frac{24 \cdot 40 \cdot 8 \cdot 3}{30 \cdot 12 \cdot 2} = 4 \cdot 8 \Rightarrow$ **x = 32 dias (E)**

72. (BANPARÁ 2010) Se 2/5 de um trabalho foram feitos em 10 dias por 24 operários que trabalhavam 7 horas por dia, então quantos dias serão necessários para terminar o trabalho, sabendo que 4 operários foram dispensados e que os restantes agora trabalham 6 horas por dia?

a) 12 b) 15 c) 18 d) 21 e) 24

Obra ↓	Dias ↓	Oper ↑	Hrs ↑
2/5	10	24	7
3/5	**x**	20	6

x $= \frac{10 \cdot 3/5 \cdot 24 \cdot 7}{2/5 \cdot 20 \cdot 6} = 3 \cdot 7 \Rightarrow$ **x = 21 dias (D)**

73. Considere que a carência de seguro-saúde é inversamente proporcional ao valor da franquia e diretamente proporcional à idade do segurado. Se o tempo de carência para um segurado de 20 anos, com uma franquia de R$ 1.000,00 é 2 meses, o tempo de carência para um segurado de 60 anos com uma franquia de R$ 1.500,00 é:

a) 6 meses
b) 5 meses e meio
c) 5 meses
d) 4 meses e meio
e) 4 meses

Idade ↓	Franq. ↑	Carência ↓
20	1000	2
60	1500	**x**

x $= \frac{2 \cdot 60 \cdot 1000}{20 \cdot 1500} = \frac{60}{15} \Rightarrow$ **x = 4 meses (E)**

74. (CEASA 2009) Para descarregar 10 caminhões em 1 h (uma hora) precisamos de 6 estivadores. Quantos estivadores serão necessários para descarregar os mesmos 10 caminhões, com cargas idênticas, em 1/2 h (meia hora)?
a) 1 estivador b) 3 estivadores c) 5 estivadores
d) 8 estivadores e) 12 estivadores
A quantidade de caminhões não alterou, portanto, não é uma grandeza que se deve levar em consideração.

Hrs	Estivadores
1 ↑	6 ↓
1/2	**x**

$x = \frac{6}{1/2} = \frac{6}{1} \cdot \frac{2}{1} \Rightarrow$ **x = 12 estivadores (E)**

75. Certo dia, Zeus e Frida foram incumbidos de arquivar alguns processos e, para tal, resolveram dividir o total de processos entre si na razão inversa de suas respectivas idades: 24 e 32 anos. Se Zeus gastou 2 horas para cumprir totalmente a sua parte na tarefa, então, considerando que Frida foi 25% mais eficiente do que ele no cumprimento da sua, o tempo que ela levou para arquivar os processos que lhe couberam foi:
a) 15 min b) 1 h e 12 min c) 1 h e 36 min
d) 1 h e 45 min e) 2 h e 8 min
Temos aqui uma questão que combina razão e proporção com regra de três:
1º. Razão e Proporção: Zeus e Frida dividiram os processos na razão inversa de suas respectivas idades, 24 e 32 anos.
Simplificando por 8 temos: 24 ÷ 8 = 3 e 32 ÷ 8 = 4
Como é na razão inversa, então: 1/3 e 1/4 (mmc = 12).
Então, calculando as proporções teríamos: Z = 4p e F = 3p
Não temos mais dados para calcular a quantidade de processos. Daí então será mais prático passarmos para regra de três:
2º. Regra de Três:
Montando a regra de três para o cálculo do tempo de Frida, trabalhando com o tempo em minutos:

Proc.	Tempo	Eficiência
4 ↓	120 ↓	100% ↑
3	**x**	125%

$x = \frac{\cancel{120} \cdot 3 \cdot 100}{4 \cdot 125} = \frac{30 \cdot 3 \cdot \cancel{100}}{\cancel{125}} = \frac{\cancel{30} \cdot 3 \cdot 4}{\cancel{5}} = 6 \cdot 3 \cdot 4$

x = 72 min ⇒ **x = 1 h 12 min (B)**

PROGRESSÃO ARITMÉTICA (PA)

1. DEFINIÇÃO

Chamamos de progressão aritmética, a toda seqüência de números na qual a diferença entre cada termo (a partir do segundo) e o termo anterior é uma constante. Essa diferença constante é chamada de razão e é representada pela letra **r**.

Ex: A seqüência (3, 7, 11, 15, 19, 23) é uma P.A. cuja razão é **r = 4.** Note que: 7 – 3 = 4, 11 – 7= 4, 15 – 11 = 4, 19 – 15 = 4.

2. REPRESENTAÇÃO DE UMA P.A.

Representa-se o primeiro termo de uma seqüência por $\mathbf{a_1}$, o segundo por $\mathbf{a_2}$, o terceiro por $\mathbf{a_3}$, o quarto por $\mathbf{a_4}$ e assim sucessivamente. $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n)$

- $\mathbf{a_1} \rightarrow$ 1º termo
- $\mathbf{a_n} \rightarrow$ último termo ou termo geral
- **n** → número de termos
- **r** → razão

3. PROPRIEDADES DE UMA P.A.

3.1. A diferença entre um termo (a partir do 2°) e seu antecessor é igual à razão.

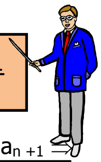
Pela definição temos que:
$a_2 - a_1 = r$
$a_3 - a_2 = r$
$a_4 - a_3 = r$
...
$a_n - a_{n-1} = r$

$$\boxed{\mathbf{r = a_n - a_{n-1}}}$$

3.2. Qualquer termo a partir do segundo, é a média aritmética entre seu sucessor e anterior.

$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 \Rightarrow a_2 + a_2 = a_3 + a_1 \Rightarrow 2a_2 = a_1 + a_3 \Rightarrow$
$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$, por analogia temos que:

$$\boxed{\mathbf{a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}}}$$



Ex: (3, 7, 11, 15, 19, 23) ⇒ $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2} \Rightarrow$

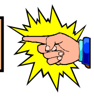
$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} \Rightarrow a_2 = \frac{3 + 11}{2} \Rightarrow a_2 = \frac{14}{2} \Rightarrow \mathbf{a_2 = 7}$

3.3. A soma de 2 termos eqüidistantes dos extremos é igual a soma dos extremos.

Ex: (3, 7, 11, 15, 19, 23) ⇒ $a_1 + a_6 = a_2 + a_5 = a_3 + a_4 = 26$
$(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ 3 + 23 = 7 + 19 = 11 + 15 = 26

por analogia temos: $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$

$$\boxed{\mathbf{a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2}}}$$



4. TERMO GERAL DE UMA P.A.

Em uma P.A. $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots a_n)$ de razão **r**, partindo do 1° termo a_1, para avançar um termo, basta somar **r** ao 1° termo ($a_2 = a_1 + r$); para avançar dois termos basta somar **2r** ao 1° termo ($a_3 = a_1 + 2r$); para avançar três termos basta somar **3r** ao 1° termo ($a_4 = a_1 + 3r$) e assim por diante. Desse modo encontramos o termo de ordem **n**, denominado de termo geral da p.a., que é dado por:

Ex: (2, 7, 12, 17, 22, 27) ⇒ r = 5
$(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$
$a_2 = a_1 + r = 2 + 5 = 7$
$a_3 = a_1 + 2r = 2 + 10 = 12$
$a_4 = a_1 + 3r = 2 + 15 = 17$
$a_5 = a_1 + 4r = 2 + 20 = 22$

$$\boxed{\mathbf{a_n = a_1 + (n-1)\,r}}$$

Ex: Calcule o 15º termo de um P.A. de razão 3, sabendo que o primeiro termo é 10.
$a_n = a_1 + (n-1)\,r$
$a_{15} = a_1 + (15-1)\,r \Rightarrow a_{15} = 10 + 14 \cdot 3 \Rightarrow \mathbf{a_{15} = 52}$.

5. SOMA DOS TERMOS DE UMA P.A.

Consideremos a P.A. de razão r $(a_1, a_2, a_3, \dots a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$, cuja soma dos seus **n** termos pode ser escrita por:

$S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$
$a_1 + a_n$
$a_1 + a_n$
$a_1 + a_n$

De acordo com a 3ª propriedade, teremos:

$$S = \underbrace{(a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n)}$$

n/2 parcelas iguais a $(a_1 + a_n)$ Então:

$$\boxed{\mathbf{S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}}}$$

Ex: Calcule a soma dos termos de uma PA com 30 termos, sabendo que o 1º termo é 12 e o último é 58.
$S_n = (a_1 + a_n)\,n \Rightarrow S_{30} = \underline{(12 + 58)}. 30 \Rightarrow S_{30} = \underline{70 \cdot 30}$

2 2 2

$S_{30} = \frac{2100}{2} \Rightarrow \mathbf{S_{30} = 1.050}$

6. CASOS ESPECIAIS

6.1. SISTEMA

Ex: Dois amigos combinaram de pagar 8 prestações, Benedito pagou as pares que importaram em R$ 4.000,00 e Antônio pagou a ímpares que importaram em R$ 3.200,00. Qual a razão desta PA?

Antônio = $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 3200$
Benedito = $a_2 + a_4 + a_6 + a_8 = 4000$

$$\begin{cases} a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 3200 \\ a_2 + a_4 + a_6 + a_8 = 4000 \end{cases}$$

Escrevendo-se todos os termos em função de a_1 e r, temos:

$$\begin{cases} a_1 + (a_1 + 2r) + (a_1 + 4r) + (a_1 + 6r) = 3200 \\ (a_1 + r) + (a_1 + 3r) + (a_1 + 5r) + (a_1 + 7r) = 4000 \end{cases}$$

Reduzindo-se as equações, temos: $\begin{cases} 4a_1 + 12r = 3200 \\ 4a_1 + 16r = 4000 \end{cases}$

Multiplicado a 1ª equação por (– 1): $\begin{cases} -4a_1 - 12r = 3200 \\ \underline{4a_1 + 16r = 4000} \end{cases}$
$4r = 800$

$r = \frac{800}{4} \Rightarrow \mathbf{r = 200}$

A 1ª prestação paga foi a_1: $4a_1 + 12r = 3200$
$4a_1 + 12 \,.\, 200 = 3200 \Rightarrow 4a_1 + 2400 = 3200$
$4a_1 = 3200 - 2400 \Rightarrow a_1 = \frac{800}{4} \Rightarrow \mathbf{a_1 = R\$\ 200{,}00}$

As prestações pagas foram: (200, **400**, 600, **800**, 1000, **1200**, 1400, **1600**)

6.2. INTERPOLAÇÃO

Ex: Interpolar (inserir) 5 meios aritméticos entre os números 14 e 74. (a PA ficará com 7 termos os dois extremos já existentes mais os 5 meios que vamos inserir)

$a_n = a_1 + (n-1)\,r \Rightarrow 74 = 14 + 6r \Rightarrow 74 - 14 = 6r \Rightarrow 60 = 6r$
$r = 60/6 \Rightarrow \mathbf{r = 10}$

Logo nossa P.A. ficará (14, <u>24</u>, <u>34</u>, <u>44</u>, <u>54</u>, <u>64</u>, 74).

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA (PG)

1. DEFINIÇÃO

Chamamos de progressão geométrica, a toda seqüência de números tal que cada termo a partir do segundo, é igual ao produto do seu antecessor **multiplicado** por uma constante, denominada de razão **q**.

Ex: (2, 4, 8, 16, 32,...)
Note que: $2 \times 2 = 4$, $4 \times 2 = 8$, $8 \times 2 = 16$, $16 \times 2 = 32$
Logo a razão **q = 2**

2. REPRESENTAÇÃO DE UMA P.G.

Representa-se o primeiro termo de uma seqüência por $\mathbf{a_1}$, o segundo por $\mathbf{a_2}$, o terceiro por $\mathbf{a_3}$, o quarto por $\mathbf{a_4}$ e assim sucessivamente. $(a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n)$

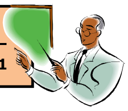
- $\mathbf{a_1} \rightarrow$ 1º termo
- $\mathbf{a_n} \rightarrow$ último termo ou termo geral
- **n** $\rightarrow$ número de termos
- **q** $\rightarrow$ razão

3. PROPRIEDADES DE UMA P.G.

3.1. A divisão entre um termo e seu antecessor é igual à razão.

Então temos que: $a_2 \div a_1 = q$
$a_3 \div a_2 = q$
$a_4 \div a_3 = q$
...
$a_n \div a_{n-1} = q$

$$\boxed{q = \frac{a_n}{a_{n-1}}}$$



3.2. Qualquer termo a partir do segundo, é a média geométrica entre seu sucessor e anterior.

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} \Rightarrow a_2 \,.\, a_2 = a_1 \,.\, a_3 \Rightarrow (a_2)^2 = a_1 \,.\, a_3 \Rightarrow a_2 = \sqrt{a_1 \,.\, a_3}$

Por analogia temos que: $\boxed{a_n = \sqrt{a_{n-1} \,.\, a_{n+1}}}$

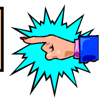
Ex: (2, 4, 8, 16, 32, 64)
$a_n = \sqrt{a_{n-1} \,.\, a_{n+1}} \Rightarrow a_3 = \sqrt{a_2 \,.\, a_4} \Rightarrow a_3 = \sqrt{4 \,.\, 16}$
$a_3 = \sqrt{64} \Rightarrow \mathbf{a_3 = 8}$

3.3. O produto dos 2 termos eqüidistantes dos extremos é igual ao produto dos extremos.

Ex: (2, 4, 8, 16, 32, 64) $\Rightarrow a_1 \,.\, a_6 = a_2 \,.\, a_5 = a_3 \,.\, a_4 = 128$
$(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$

por analogia temos: $(a_1, a_2, a_3, ..., a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$

$$\boxed{a_1 \,.\, a_n = a_2 \,.\, a_{n-1} = a_3 \,.\, a_{n-2}}$$



4. TERMO GERAL DE UMA P.G.

Dada um P.G. $(a_1, a_2, a_3, a_4, ...a_n)$ de razão **q**, pela definição temos:

$a_2 = a_1 \,.\, q$
$a_3 = a_2 \,.\, q \Rightarrow a_1 \,.\, q \,.\, q \Rightarrow a_1 \,.\, q^2$
$a_4 = a_3 \,.\, q \Rightarrow a_1 \,.\, q^2 \,.\, q \Rightarrow a_1 \,.\, q^3$
...
$a_n = a_{n-1} \,.\, q \Rightarrow$ por dedução $\Rightarrow$ $\boxed{a_n = a_1 \,.\, q^{n-1}}$

Ex: Calcule o 9º termo de uma P.G. de razão 3, sabendo que o quinto termo é 8.
$a_n = a_1 \,.\, q^{(n-1)} \Rightarrow a_9 = a_5 \,.\, q^{(9-5)} \Rightarrow a_9 = 8 \,.\, 3^4 \Rightarrow 8 \,.\, 81$
$\mathbf{a_9 = 648}$.

5. SOMA DOS TERMOS DE UMA P.G. FINITA

$$\boxed{S_n = a_1 \,.\, \frac{(1-q^n)}{1-q}} \quad \text{ou} \quad \boxed{S_n = \frac{a_n \,.\, q - a_1}{q-1}}$$

Ex: Calcule a soma dos 5 primeiros termos de um P.G., sabendo que o 1º termo é 25 e a razão é 2.
$S_n = a_1 \,.\, \frac{(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_5 = 25 \,.\, \frac{1-2^5}{1-2} \Rightarrow S_5 = 25 \,.\, \frac{1-32}{-1}$
$S_5 = 25 \,.\, \frac{-31}{-1} \Rightarrow \mathbf{S_5 = 775}$

6. SOMA – LIMITE DE UMA P.G. INFINITA

Nas progressões geométricas em que $0 < q < 1$, a soma dos **n** primeiros termos tem um limite finito, quando **n** tende ao infinito. Nesse caso $\mathbf{q^n}$ aproxima-se de zero para **n** suficientemente grande. ($q^n = 0$) Então, tomando-se a fórmula da soma dos **n** termos:

$S_n = a_1 \,.\, \frac{(1-q^n)}{} = a_1 \,.\, \frac{(1-0)}{} \Rightarrow \boxed{S_n = \frac{a_1}{1-q}}$ $\mathbf{0 < q < 1}$

1 – q 1 – q

TESTES – PA e PG

01. Dada a PA (x – 1, x + 5, 4x – 4). Pode-se a afirmar que:
a) O quarto termo desta PA é 22.
b) A soma de seus 4 primeiros termos é 54.
c) O segundo termo é 16.
d) O terceiro termo é 10.
e) A razão desta PA é 5.

(x – 1, x + 5, 4x – 4)

$x + 5 = \frac{(x-1)+(4x-4)}{2} \Rightarrow 2x + 10 = x - 1 + 4x - 4$

$2x - x - 4x = -1 - 4 - 10 \Rightarrow -3x = -15 \Rightarrow x = 5$

(4, 10, 16, **22**) **O quarto termo é 22.(A)**

02. Após interpolar 3 meios aritméticos entre 12 e 28, analise os itens abaixo:
a) O quarto termo é 22.
b) A razão da PA é 5.
c) A diferença entre o quarto termo e o segundo é 4.
d) A soma dos 5 termos é 100.
e) A terceiro termo é 18.

Interpolar 3 meios aritméticos entre 12 e 28, é **inserir** três números entre 12 e 28 de maneira que os 5 números formem uma PA. (a PA ficará com 5 termos os dois extremos já existentes mais os 3 que vamos inserir)

12,___,___,___,28

$a_n = a_1 + (n-1)\,r \Rightarrow 28 = 12 + 4r \Rightarrow 4r = 28 - 12 \Rightarrow r = 16/4$

r = 4

12, 16, 20, 24,28 ⇒ 12 + 16 + 20 + 24 + 28 = **100 (D)**

03. Numa urna há 1000 bolinhas. Retirando 3 bolinhas na primeira vez, 6 bolinhas na Segunda, 9 bolinhas na terceira e assim por diante, quantas bolinhas restarão na urna após a vigésima retirada?
a) 60 b) 180 c) 290 d) 370 e) 630

As retiradas representam uma PA = (3, 6, 9, ... a_{20}) de razão 3 e número de termos 20.

Na 20ª (a_{20}) retirada, foram retiradas: $a_{20} = a_1 + (20-1)\,r$

$a_{20} = 3 + 19 \cdot 3 \Rightarrow a_{20} = 3 + 57 \Rightarrow a_{20} = 60$ bolinhas

Agora, vamos calcular quantas bolinhas foram retiradas nas 20 retiradas:

$S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}).20}{2} = (3+60) \cdot 10 = 630$ bolinhas retiradas

Logo, restaram na urna = 1000 – 630 = **370 bolinhas (D)**

04. Após interpolar 4 meios geométricos entre 6 e 192, analise os itens abaixo:
a) O quarto termo é 96.
b) A razão da PA é 5.
c) A soma dos 4 termos é 100.
d) A terceiro termo é 48.
e) A divisão entre o quarto termo e o segundo é 4.

6,___,___,___,___, 192

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow 192 = 6 \cdot q^5 \Rightarrow q^5 = 192/6 \Rightarrow q^5 = 32 = 2^5$

q = 2

6, 12, 24, 48, 96, 192 **48/12 = 4**

A divisão entre o quarto termo e o segundo é 4.(E)

05. Se três números inteiros positivos estão em PG de tal forma que a soma deles é igual a 62 e o maior número é igual a 25 vezes o menor. Então:
a) O menor número é 5
b) O maior número é 50.
c) O termo do meio é 15
d) O 1º número é 4
e) O último termo é 45.

PG::(a_1, a_2, a_3) / $S_3 = 62$ / $a_3 = 25a_1$

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow a_3 = a_1 \cdot q^2 \Rightarrow 25a_1 \Rightarrow a_1 \cdot q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{25a_1}{a_1}$

$q^2 = 25 \Rightarrow \mathbf{q = 5}$

$S_3 = a_1 \cdot \frac{(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow 62 = a_1 \cdot \frac{(1-5^3)}{1-5}$

$62 = a_1 \cdot \frac{-124}{-4} \Rightarrow 62 = 31a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{62}{31} \Rightarrow \mathbf{a_1 = 2}$

(2, 10, **50**) **(B)**

06. (UFPE) Suponha que o preço de um automóvel se desvalorize 10% ao ano nos seus cinco primeiros anos de uso. Se esse automóvel novo custou R$ 10.000,00, qual será o seu valor em reais após os cinco anos de uso?
a) R$ 5.550,00 b) R$ 5.804,00 c) R$ 6.204,30
d) R$ 5.904,90 e) R$ 5.745,20

Desvalorização 10%→ a cada ano ele vale 90% do que valia → q = 0,9

$a_1 = 9.000,00$ $a_2 = 8.100,00$ ... $a_5 = ?$

$a_5 = a_1 \cdot q^{n-1} = 9000 \cdot 0,9^4 = 9000 \cdot 0,6561$

$\mathbf{a_5 = 5.904,90}$**(D)**

07. Um veículo parte de uma cidade A em direção a uma cidade B, distante 500 km. Na 1ª hora do trajeto ele percorre 20 km, na 2ª hora 22,5 km, na 3ª hora 25 km e assim sucessivamente. Ao completar a 12ª hora, a que distância esse veículo estará, em quilômetros, da cidade B?
a) 95 b) 115 c) 225 d) 335 e) 405

1ªh 2ªh 3ªh

A 20 22,5 25 B

PA: (20; 22,5; 25; ...) r = 2,5 $a_{12} = ?$ $S_{12} = ?$

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \Rightarrow a_{12} = 20 + 11 \cdot 2,5 = 20 + 27,5 = 47,5$

$S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12})n}{2} = (20 + 47,5) \cdot 6 = 67,5 \cdot 6 = 405$ Km

O veículo estará a 405 km da cidade A, para calcular a distância até a cidade B basta subtrair da distância total:

500 – 405 = **95 km (A)**

08. As idades de três irmãos formam uma PA, e a soma delas é igual a 15 anos. A idade máxima, em anos, que o irmão mais velho pode ter é:
a) 10 b) 9 c) 8 d)7 e) 6

PA: (a_1, a_2, a_3) $S_3 = 15$

$a_1 + a_2 + a_3 = S_3 \Rightarrow a_2 - r + a_2 + a_2 + r = 15 \Rightarrow 3a_2 = 15$

$a_2 = 15/3 \Rightarrow a_2 = 5$

a1 + 5 + a3 = 15 ⇒ 1(mínimo) + 5 + **9(máximo)** = 15

(B)

09. Quantos termos possue a seqüência (1, 7, 13, ..., 121)?
a) 17 b) 19 c) 21 d) 23 e) 25

A seqüência é uma PA, usando a fórmula do termo geral, determinaremos o número de termos.

$a_n = a_1 + (n-1)\,r \Rightarrow 121 = 1 + (n-1) \cdot 6$

$120 = 6n - 6 \Rightarrow 6n = 126 \Rightarrow n = 126/6 \Rightarrow$ **n = 21 (C)**

10. Numa PA, $a_3 + a_6 = 34$ e $a_4 + a_9 = 50$. Calcule a soma dos 20 primeiros termos dessa P.A.
a) 820 b) 740 c) 630 d) 950 e) 540

$\begin{cases} a_3 + a_6 = 34 \\ a_4 + a_9 = 50 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1 + 2r + a_1 + 5r = 34 \\ a_1 + 3r + a_1 + 8r = 50 \end{cases}$

$\begin{cases} 2a_1 + 7r = 34 \ (-1) \\ 2a_1 + 11r = 50 \end{cases}$ $\begin{cases} -2a_1 - 7r = -34 \\ \underline{2a_1 + 11r = 50} \end{cases}$

$4r = 16 \Rightarrow r = 4$

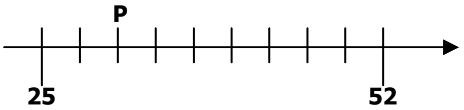
$2a_1 + 7r = 34 \Rightarrow 2a_1 + 28 = 34 \Rightarrow a_1 = \frac{34-28}{2} \Rightarrow a_1 = 3$

$a_{20} = a_1 + (20 - 1) \cdot r \Rightarrow a_{20} = 3 + 19 \cdot 4 = 3 + 76 \Rightarrow a_{20} = 79$
$S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}).20}{2} = (3 + 79).10 =$ **820 (A)**

11. A soma dos cinquenta primeiros números inteiros positivos é:
a) 2500 b) 1275 c) 1250 d) 1225 e) 2525
PA: (1, 2, 3, 4, 5,..., 50) / S_{50} = ?/ n = 50/ a_1= 1, a_{50} = 50
$S_{50} = \frac{(a_1 + a_{50})\ 50}{2} = \frac{(1 + 50).50}{2} = 51 \cdot 25 =$ **1275 (B)**

12. Se **x** e **y** são positivos e se **3xy**, **9x**, **xy** estão nesta ordem, em progressão geométrica, o valor de **y** é:
a) 1/9 b) 1/3 c) $\sqrt{3}$ d) $3\sqrt{3}$ e) $9\sqrt{3}$
PG:: (3xy, 9x, xy)
(2ª propriedade da PG = Qualquer termo a partir do segundo, é a média geométrica entre seu sucessor e seu anterior). Então:
$9x = \sqrt{3xy \cdot xy} \Rightarrow (9x)^2 = 3x^2y^2 \Rightarrow 81\cancel{x^2} = 3\cancel{x^2}y^2 \Rightarrow 3y^2 = 81$
$y^2 = 81/3 \Rightarrow y^2 = 27 \Rightarrow y = \sqrt{27} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$ **(D)**

13. Sabendo-se que a escala da figura abaixo é linear, o valor que corresponde ao ponto P é:



a) 27 b) 29 c) 31 d) 33 e) 35
Os números da escala formam uma PA, (Basta interpolar 8 meios aritméticos entre 25 e 52) , o ponto P será o 3º termo.
$a_n = a_1 + (n - 1)\ r \Rightarrow 52 = 25 + 9r \Rightarrow 52 - 25 = 9r \Rightarrow 27 = 9r \Rightarrow$ **r = 3** PA:(25, 28, **31**,...) **(C)**

14. Considere uma progressão aritmética em que a_3 = 22 e a_7 = 6, o primeiro termo negativo é:
a) a_8 b) a_9 c) a_{10} d) a_{11} e) a_{12}
$a_7 = a_3 + 4r \Rightarrow 6 = 22 + 4r \Rightarrow 6 - 22 = 4r \Rightarrow -16 = 4r$
$r = -\frac{16}{4} \Rightarrow r = -4$
PA: (...22 ,18 , 14 , 10 , 6 , 2 , **−2**,...)
a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 $\mathbf{a_9}$ **(B)**

15. Uma prova de 50 questões objetivas foi elaborada de tal modo que o nível de dificuldade é crescente: Assim, cada questão vale 2 pontos a mais que a questão anterior. Se o valor da primeira questão é 1, o número máximo de pontos que se pode obter nessa prova é:
a) 2500 b) 1275 c) 1250 d) 1225 e) 2525
PA: (1 , 3 , 5 , 7 , 9 ,...) / r = 2 / S_{50} = ?
$a_n = a_1 + (n - 1)\ r \Rightarrow a_{50} = a_1 + 49r \Rightarrow a_{50} = 1 + 49 \cdot 2$
$a_{50} = 1 + 98 \Rightarrow a_{50} = 99$
$S_{50} = \frac{(a_1 + a_{50})\ 50}{2} = \frac{(1 + 99) \cdot 50}{2} = \frac{5000}{2} =$ **2500 (A)**

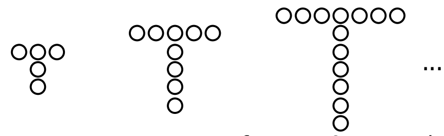
16. Um ciclista percorre 20 km na primeira hora, 17 km na segunda hora, 14 km na terceira hora e assim por diante. Quantos quilômetros ele percorrerá em 5 horas?
a) 8 km b) 11 km c) 30 km d) 50 km e) 70 km
Os quilômetros percorridos em cada hora formam uma PA (20, 17, 14,...a_5) de razão = −3. A quantidade total de quilômetros percorridos é igual a soma dos 5 termos dessa PA.
$a_5 = a_1 + 4r = 20 + 4.(-3) = 20 - 12 \Rightarrow a_5 = 8$
$S_5 = \frac{(a_1 + a_5) \cdot n}{2} = \frac{(20 + 8) \cdot 5}{2} = 14 \cdot 5 =$ **70 km (E)**

17. (PUC-SP) Considere uma progressão geométrica crescente, cujo primeiro termo é diferente de zero, e uma progressão aritmética decrescente cujo primeiro termo é zero. Somando-se os termos correspondentes das duas progressões, obtém-se a seqüência (2, 1, 2, a_4, a_5,...). A diferença entre $a_5 - a_4$ é igual a:
a) 13 b) 15 c) 18 d) 20 e) 22
PA + PG = (**2**, 1, 2, a_4, a_5,...)
PG:: (**2**, 2q, 2q²,...)
PA: (**0**, r, 2r ,...)
$\begin{cases} 2q + r = 1\ (-2) \\ 2q^2 + 2r = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} -4q - 2r = -2 \\ \underline{2q^2 + 2r = 2} \end{cases}$
$2q^2 - 4q = 0 \Rightarrow q^2 - 2q = 0$
$\left.\begin{matrix} q' = 0 \\ q'' = -b/a = 2 \end{matrix}\right\}$ $\begin{matrix} S = -b = -(-2) = 2 \\ P = c = 0 \end{matrix}$ $\begin{cases} q' = 0 \\ q'' = 2 \end{cases}$
q'=2 e q" = 0 (p/ PG crescente q = 0 não serve)
$2q + r = 1 \Rightarrow 2 \cdot 2 + r = 1 \Rightarrow r = 1 - 4 \Rightarrow$ **r = −3**
PG:: (2, 4, 8, 16, 32)
PA: (0, −3 , −6 , −9, −12)
PG + PA = (2, 1, 2, 7, 20) $a_5 - a_4 = 20 - 7 =$ **13(A)**

18. (DETRAN-PA) O perímetro de um triângulo retângulo mede 60 cm e as medidas de seus lados formam uma P.A. de razão 5. O maior lado mede:
a) 35 cm b) 40 cm c) 20 cm d) 25 cm e) 30 cm
PA: (x − 5, x, x +5) / S_3 = 60
$x - 5 + x + x + 5 = 60 \Rightarrow 3x = 60 \Rightarrow x = 20$
(15, 20, **25**) **(D)**

19. No primeiro dia de dezembro, uma pessoa enviou pela internet uma mensagem para **x** pessoas. No dia 2, cada uma das **x** pessoas que recebeu a mensagem no primeiro dia, enviou a mesma mensagem para duas novas pessoas. No terceiro dia, cada pessoa que recebeu a mensagem no dia 2, também enviou a mesma para duas novas pessoas assim sucessivamente. Se, do dia primeiro até o final do dia 6 de dezembro, 756 pessoas haviam recebido a mensagem, qual o valor de **x**?
a) 12 b) 24 c) 52 d) 63 e) 126
PG:: (x, 2x, 4x, 8x, 16x, 32x)
$S_n = a_1 \cdot \frac{(1 - q^n)}{1 - q} \Rightarrow 756 = x \cdot \frac{(1 - 2^6)}{1 - 2} \Rightarrow 756 = x \cdot \frac{(1 - 64)}{-1}$
$756 = 63x \Rightarrow x = 756/63 \Rightarrow$ **x =12 (A)**

20. (UFSM-RS) Tisiu ficou sem parceiro para jogar bolita (bola de gude); então pegou sua coleção de bolitas e formou uma seqüência de **T** (a inicial de seu nome), conforme a figura:



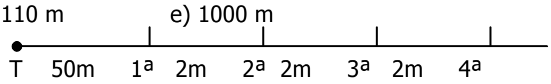
Supondo que o guri conseguiu formar 10 T completos, pode-se, seguindo o mesmo padrão, afirmar que ele possuía:
a) mais de 300 bolitas. d) exatamente 300 bolitas.
b) pelo menos 230 bolitas. e) exatamente 41 bolitas.
c) menos de 220 bolitas.
PA: (5, 9, 13 ,...) / r = 4 / n = 10 / S_{10} = ?
$a_{10} = a_1 + 9r \Rightarrow a_{10} = 5 + 9 \cdot 4 \Rightarrow a_{10} = 41$
$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10})n}{2} = \frac{(5 + 41)10}{2} = 46 \cdot 5 =$ **230 (B)**

21. (PUC-SP) Um pêndulo, oscilando, percorre sucessivamente 18 cm, 15 cm, 12 cm,... .A soma dos percursos até o repouso é:
a) 45 cm b) 63 cm c) 75 cm d) 90 cm e) 126 cm
PA: (18, 15, 12, 9, 6, 3, 0) / S_7 =?
$S_7 = \frac{(a_1 + a_7) \cdot 7}{2} = \frac{(18 + 0) \cdot 7}{2} = 9 \cdot 7 =$ **63 cm (B)**

22. Um estacionamento cobra R$ 1,50 pela primeira hora. A partir da segunda hora, os preços caem em progressão aritmética. O valor da segunda hora é R$ 1,00 e da décima segunda é R$ 0,40. Quanto gastará o proprietário de um carro estacionado 5 horas nesse local?
a) R$ 4,58 b) R$ 5,41 c) R$ 5,14
d) R$ 4,85 e) R$ 5,34

A 1ª hora custa 1,50.
A partir da 2ª hora, os preços formam uma PA (1,00;...; 0,40).
Note que o 1º termo (a_1) é a 2ª hora, então a 12ª hora será a_{11}.
$a_{11} = a_1 + 10r \Rightarrow 0{,}40 = 1{,}00 + 10r \Rightarrow 0{,}40 - 1{,}00 = 10r$
$10r = -0{,}60 \Rightarrow r = -0{,}60/10 \Rightarrow$ **$r = -0{,}06$**
O preço total a pagar por 5 horas será 1,50 + a soma dos 4 primeiros termos desta PA.
$a_4 = a_1 + 3r = 1{,}00 + 3(-0{,}06) = 1 - 0{,}18 \Rightarrow a_4 = 0{,}82$
$S_4 = \frac{(a_1 + a_4)4}{2} = (1 + 0{,}82) \cdot 2 = 1{,}82 \cdot 2 = 3{,}64$
Valor a pagar = 3,64 + 1,50 = **5,14 (C)**

23. Um jardim tem uma torneira e dez roseiras dispostas em linha reta. A Torneira dista 50 m da primeira roseira e cada roseira dista 2m da seguinte. Um jardineiro, para regar as roseiras, enche um balde na torneira e despeja seu conteúdo na primeira. Volta à torneira repete a operação para cada roseira seguinte. Após regar a última roseira e voltar à torneira para deixar o balde, ele terá andado:
a) 1200 m b) 1180 m c) 1130 m
d) 1110 m e) 1000 m



PA: (100, 104, 108,...) / r = 4 / n = 10
$a_{10} = a_1 + 9r = 100 + 9 \cdot 4 = 100 + 36 = 136$
$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10})\,10}{2} = (100 + 136) \cdot 5 = 236 \cdot 5 =$ **1.180 m (B)**

24. (UMC-SP) Um relógio marca as horas dando uma pancada a 1 hora, 2 pancadas às 2 horas, e assim por diante até às 12 horas. Às 13 horas volta novamente a dar 1 pancada, 2 às 14 horas, e assim por diante até às 24 horas. Bate ainda uma única pancada a cada meia hora. Começando a funcionar à zero hora, após 30 dias completos, sem interrupção, o número de pancadas dado será:
a) 5400 b) 5340 c) 5460 d) 5520 e) 4800
PA: (1, 2, 3,..., 12) / r = 1 / (S_{12} . 2 + 24 ½ horas) . 30
$S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12})\,12}{2} = (1 + 12) \cdot 6 = 13 \cdot 6 = 78$
$(78 \cdot 2 + 24)\,30 = (156 + 24)\,30 = 180 \cdot 30 =$ **5400(A)**

25. (FUVEST-SP) Uma progressão aritmética e uma progressão geométrica tem ambas, o primeiro termo igual a 4, sendo que os seus terceiros termos são estritamente positivos e coincidem. Sabe-se ainda que o segundo termo da progressão aritmética excede o segundo termo da progressão geométrica em 2. Então o terceiro termo das progressões é:
a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18
PA: $(4, 4 + r, 4 + 2r)$ / PG:: $(4, 4q, 4q^2)$
$\begin{cases} 4q^2 = 4 + 2r \\ 4q + 2 = 4 + r \end{cases} \quad \begin{cases} 4q^2 = 4 + 2r \\ 4q = 2 + r \;(-2) \end{cases} \quad \begin{cases} 4q^2 = 4 + 2r \\ -8q = -4 - 2r \end{cases}$
$4q^2 - 8q = 0 \Rightarrow q^2 - 2q = 0$
$q' = 0$ (PG crescente q = 0 não serve) e **q''** $= -b/a =$ **2**
$4q^2 = 4 \cdot 2^2 = 4 \cdot 4 =$ **16 (D)**

26. (PRF-98) As idades de Bruno, Magno e André estão, nesta ordem, em progressão aritmética. Sabendo-se que Bruno tem 19 anos e André 53 anos, a idade de Magno é:
a) 24 b) 27 c) 30 d) 33 e) 36
B, M, A $\Rightarrow$ 19, M, 53 $\Rightarrow$ **M** $= \frac{19 + 53}{2} = \frac{72}{2} =$ **36 (E)**

27. Em um triângulo retângulo temos lados A, B, e C. Se A<B<C e ainda, esses lados estão em Progressão Aritmética, a razão dessa PA deve ser:
a) c/2 b) a/3 c) b/2 d) 2c/3 e) 3c/4
PA: (A, B, C) $\rightarrow$ (B – r, B , B + r)
Triângulo Retângulo$\rightarrow$ $hip^2 = cat^2 + cat^2 \rightarrow C^2 = A^2 + B^2$
$(B + r)^2 = (B - r)^2 + B^2$
$\cancel{B^2} + 2Br + \cancel{r^2} = \cancel{B^2} - 2Br + \cancel{r^2} + B^2 \Rightarrow 2Br + 2Br = B^2$
$4Br = B^2 \Rightarrow r = \frac{B^2}{4B} \Rightarrow r = \frac{B}{4}$ ou **$r = B/4$**
B = A + r, então 4r = A + r $\Rightarrow$ 4r – r = A $\Rightarrow$ 3r = A
r = A/3 (B)

28. Se as raízes da equação $x^2 - 7x + 10 = 0$ são o 1º e 2º termos de um PA crescente. O décimo termo dessa PA é:
a) 21 b) 23 c) 25 d) 27 e) 29
$x^2 - 7x + 10 = 0$
$\left.\begin{matrix} S = -b = -(-7) = 7 \\ P = c = 10 \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} x' = 2 \Rightarrow a_1 = 2 \\ x'' = 5 \Rightarrow a_2 = 5 \end{matrix}\right\} \quad r = 5 - 2 = 3$
$a_n = a_1 + (n - 1)\,r \Rightarrow a_{10} = a_1 + 9r \Rightarrow a_{10} = 2 + 9 \cdot 3 = 2 + 27$
$a_{10} = 29$ (E)

29. Quantos são os múltiplos de 8 compreendidos entre 100 e 1000?
a) 110 b) 111 c) 112 d) 113 e) 114
(Entre 100 e 1000 significa que os extremos não servem)
$\frac{104}{8} = 13$ / $\frac{992}{8} = 124 \Rightarrow$ (104, 112, 120,..., 992) / r = 8
$a_n = a_1 + (n - 1)\,r \Rightarrow 992 = 104 + (n - 1)\,8$
$992 - 104 = (n - 1) \cdot 8 \Rightarrow \frac{888}{8} = (n - 1) \Rightarrow 111 + 1 = n$
n = 112 (C)

30. Uma pessoa abriu uma caderneta de poupança com um depósito inicial de R$ 120,00 e, a partir dessa data, fez depósitos mensais nessa conta em cada mês depositando R$ 12,00 a mais do que no mês anterior. Ao efetuar o 19º depósito, o total depositado era de:
a) R$ 3.946,00 b) R$ 4.059,00 c) R$ 4.118,00
d) R$ 4.277,00 e) R$ 4.332,00
$a_1 = 120$ / r = 12 / n = 19
$a_{19} = a_1 + (19 - 1)\,r = 120 + 18 \cdot 12 = 120 + 216 = 336$
$S_{19} = \frac{(a_1 + a_{19})\,n}{2} = \frac{(120 + 336) \cdot 19}{2} = \frac{456 \cdot 19}{2} = 228 \cdot 19$
S_{19} = 4.332,00 (E)

31. Quantos são os números inteiros compreendidos entre 100 e 200 que são divisíveis por 3 e, ao mesmo tempo, **não** são divisíveis por 5?
a) 26 b) 28 c) 30 d) 32 e) 36
÷3 = {102, 105, 108,...,198} (P.A. de razão 3)
$a_n = a_1 + (n - 1)\,r \Rightarrow 198 = 102\,(n - 1)3 \Rightarrow (n-1)3 = 198 - 102$
$n - 1 = 96/3 \Rightarrow n = 32 + 1 \Rightarrow$ **n = 33**
÷3 e ÷5 = {105, 120, 135,..., 195} (P.A. de razão 15)
$a_n = a_1 + (n-1)\,r \Rightarrow 195 = 105\,(n-1)15 \Rightarrow (n-1)15 = 195 - 105$
$n - 1 = 90/15 \Rightarrow n = 6 + 1 \Rightarrow$ **n = 7**
Como os divisíveis por 3 e por 5 não servem basta diminuir:
32 – 7 = **26 (A)**

32. Sabe-se que em uma PA, $a_1 + a_n = n$. Então a soma dos n termos desta PA é:
a) n^2 b) 2n c) n/2 d) $n^2/2$ e) $2n^2$
$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\,n}{2} = \frac{(n) \cdot n}{2} = \frac{n^2}{2}$ **(D)**

33. O valor de **x** para que os números x^2, $(x+2)^2$, $(x+3)^2$, nesta ordem estejam em progressão aritmética, é:
a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4 d) 1/5 e) 1/6
$(x + 2)^2 = \frac{x^2 + (x + 3)^2}{2} \Rightarrow 2(x + 2)^2 = x^2 + (x + 3)^2$
$2(x^2 + 4x + 4) = x^2 + x^2 + 6x + 9$
$\cancel{2x^2} + 8x + 8 = \cancel{2x^2} + 6x + 9 \Rightarrow 8x - 6x = 9 - 8$
$2x = 1 \Rightarrow$ **x = 1/2 (A)**

34. Na equação (x + 2) + (x + 6) + ... + (x + 26) = 105, para que os termos do 1º membro estejam em PA, o valor de x é:

a) 1 b) 4 c) 7 d) 11 e) 14

$r = (x + 6) - (x + 2) = x + 6 - x - 2 \Rightarrow \mathbf{r = 4}$

$a_n = a_1 + (n - 1)\, r \Rightarrow x + 26 = x + 2 + (n - 1)4$

$26 - 2 = 4n - 4 \Rightarrow 4n = 24 + 4 \Rightarrow n = 28/4 \Rightarrow \mathbf{n = 7}$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\, n}{2} \Rightarrow 105 = \frac{(x + 2 + x + 26)7}{2} \Rightarrow \frac{210}{7} = 2x + 28$

$30 - 28 = 2x \Rightarrow x = 2/2 \Rightarrow \mathbf{x = 1\ (A)}$

35. Qual a soma de todos os múltiplos de 7 que possuem 3 algarismos?

a) 10048 b) 20096 c) 40192 d) 60288 e) 70336

1º passo: estabelecer o 1º e último múltiplo de 7 compreendido entre 100 e 999.

$$\left.\begin{array}{ll} 100 \div 7 = 14{,}28... & a_1 = 15 \cdot 7 = 105 \\ 999 \div 7 = 142{,}71... & a_n = 142 \cdot 7 = 994 \end{array}\right\} r = 7$$

$a_n = a_1 + (n - 1)\, r \Rightarrow 994 = 105 + (n - 1)7$

$\frac{994 - 105}{7} = n - 1 \Rightarrow n = \frac{889}{7} + 1 \Rightarrow n = 128$

$S_{128} = \frac{(a_1 + a_n)\, n}{2} \Rightarrow S_{128} = \frac{(105 + 994)128}{2}$

$S_{128} = 1099 \cdot 64 \Rightarrow \mathbf{S_{128} = 70336\ (E)}$

36. O valor de x para que os termos do 1º membro da igualdade x + 2x + ... + 20x = 6300 estejam em PA é:

a) 10 b) 20 c) 30 d) 40 e) 50

$r = x / n = 20$

$S_{20} = \frac{(a_1 + a_n)\, n}{2} \Rightarrow 6300 = \frac{(x + 20x)20}{2} \Rightarrow 6300 = 21x \cdot 10$

$x = \frac{6300}{210} \Rightarrow \mathbf{x = 30\ (C)}$

37. Um teatro possui 12 poltronas na primeira fileira, 14 na segunda, 16 na terceira e assim sucessivamente. Quantas fileiras são necessárias para o teatro ter um total de 620 poltronas?

a) 10 b) 20 c) 30 d) 40 e) 50

$(12, 14, 16, ...) \ /\ r = 2 \ /\ S_n = 620$

$a_n = a_1 + (n - 1)\, r \Rightarrow a_n = 12 + (n - 1).2 \Rightarrow a_n = 12 + 2n - 2$

$a_n = 2n + 10$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\, n}{2} \Rightarrow 620 = \frac{(12 + 2n + 10).n}{2} \Rightarrow 620 = \frac{(\cancel{2}n + \cancel{22}).n}{\cancel{2}}$

$620 = (n + 11).n \Rightarrow 620 = n^2 + 11n \Rightarrow n^2 + 11n - 620 = 0$

$$\left.\begin{array}{l} S = -11 \\ P = -620 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \mathbf{n' = 20\ (B)} \\ \cancel{n'' = -31} \end{array}$$

38. (Marituba) Sabe-se que os meses de janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro e dezembro têm 31 dias. O dia 31 de maio de certo ano ocorreu numa quarta-feira. Então, 24 de dezembro do mesmo ano foi:

a) Segunda – feira d) Sábado
b) Quarta – feira e) Domingo
c) Sexta – feira

Jun = 30 207 ÷ 7 = 29,5 ≅ 30 semanas
Jul = 31 01/06 = 1º dia = quinta
Ago = 31 08/06 = 8º dia = quinta
Set = 30 $a_{30} = 1 + (30 - 1)\ 7 = 204$º dia = quinta
Out = 31 205º dia = sexta
Nov = 30 206º dia = sábado
Dez = 24

207 = 24/12 = **Domingo (E)**

39. (FUVEST-SP) O valor de x na equação abaixo, é:

$\log_2 x + 2\log_2 x + 3\log_2 x + ... + 100\log_2 x = 15150$

a) 5 b) 8 c) 10 d) 100 e) 1000

Fatorando a expressão por evidência, temos:

$(1 + 2 + 3 + ... + 100) \log_2 x = 15150$

Calculando a soma dos 100 termos da PA:

$S_n = (1+100)\ 100/2 = 101 \cdot 50 = 5050$

$5050 \log_2 x = 15150 \Rightarrow \log_2 x = \frac{15150}{5050} \Rightarrow \log_2 x = 3$

Usando a definição de Logarítmo:

$x = 2^3 \Rightarrow \mathbf{x = 8\ (B)}$

40. Um lote de 9000 disquetes foi colocado em 4 caixas de tamanhos diferentes, de forma que o número de disquetes colocados em cada uma correspondia a 1/3 da quantidade colocada na anterior. O número de disquetes colocados na:

a) 1ª foi de 4075 b) 2ª foi de 2075 c) 3ª foi de 850
d) 4ª foi de 500 e) 5ª foi de 255

Temos uma PG de razão q = 1/3 e a soma dos 4 termos $S_n = 9000$. Pela fórmula da soma dos termos de uma PG finita vamos encontrar o 1º termo:

$\mathbf{S_n = a_1 \cdot \frac{(1 - q^n)}{1 - q}} \Rightarrow 9000 = a_1 \cdot \frac{(1 - (1/3)^4)}{1 - 1/3}$

$9000 = a_1 \cdot \frac{(1 - 1/81)}{2/3} \Rightarrow 9000 = a_1 \cdot \frac{80/81}{2/3}$

$9000 = a_1 \cdot 40/27 \Rightarrow a_1 = \frac{9000 \cdot 27}{40} \Rightarrow a_1 = 6075$ (1ª caixa)

2ª caixa $\Rightarrow a_1 \cdot q = 6075 \cdot 1/3 = \mathbf{2025\ (B)}$

3ª caixa $\Rightarrow a_2 \cdot q = 2025 \cdot 1/3 = 675$

4ª caixa $\Rightarrow a_3 \cdot q = 675 \cdot 1/3 = 225$

41. (CFT) O 1.º termo de uma P.A. é 5,65. Se a sua razão é 1,28, então o número inteiro mais próximo do seu 5.º termo é:

a) 8. b) 9. c) 11. d) 12.

$a_1 = 5{,}65 \ /\ r = 1{,}28$

$a_n = a_1 + (n - 1).r \Rightarrow a_5 = 5{,}65 + (5 - 1).1{,}28$

$a_5 = 5{,}65 + 4 \cdot 1{,}28 = 5{,}65 + 5{,}12 \Rightarrow \mathbf{a_5 = 10{,}77 \cong 11\ (C)}$

42. A soma dos n primeiros termos de uma PA é Sn = 3n(n – 2), para todo n. O 5º termo da PA é:

a) 3 b) 9 c) 15 d) 21 e) 45

$S_1 = 3 \cdot 1(1 - 2) \Rightarrow 3 \cdot -1 = -3 \Rightarrow a_1 = -3$

$S_5 = 3 \cdot 5(5 - 2) \Rightarrow 15 \cdot 3 = 45 \Rightarrow S_5 = 45$

$S_5 = \frac{(a_1 + a_5).5}{2} \Rightarrow \frac{(-3 + a_5).5}{2} = 45 \Rightarrow -3 + a_5 = \frac{45 \cdot 2}{5}$

$-3 + a_5 = 9 \cdot 2 \Rightarrow a_5 = 18 + 3 \Rightarrow \mathbf{a_5 = 21\ (D)}$

43. (UFRN) Numa progressão aritmética de termo geral a_n, tem-se que $\begin{cases} a_3 - a_1 = -8 \\ a_4 + a_2 = -12 \end{cases}$. O 1º termo dessa progressão é:

a) 6 b) 5 c) 4 d) 3 e) 2

$\begin{cases} a_3 - a_1 = -8 \\ a_4 + a_2 = -12 \Rightarrow a_3 \cancel{+r} + a_3 \cancel{-r} = -12 \Rightarrow 2a_3 = -12 \end{cases}$

$a_3 = -12/2 \Rightarrow a_3 = -6$

$a_3 - a_1 = -8 \Rightarrow -6 - a_1 = -8 \Rightarrow -6 + 8 = a_1 \Rightarrow \mathbf{a_1 = 2\ (E)}$

Outra Resolução: 2ª Propriedade – Média Aritmética

$a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = -12/2 \Rightarrow a_3 = -6$

$a_3 - a_1 = -8 \Rightarrow -6 - a_1 = -8 \Rightarrow -6 + 8 = a_1 \Rightarrow \mathbf{a_1 = 2\ (E)}$

44. (EEAR) Se (x + 3, 2x – 1, x + 5) é uma P.A., então a soma dos três termos dessa P.A. é:

a) – 13 b) 15 c) 19 d) 27

$2x - 1 = \frac{(x + 3) + (x + 5)}{2} \Rightarrow 2(2x - 1) = x + 3 + x + 5$

$4x - 2 = 2x + 8 \Rightarrow 4x - 2x = 8 + 2 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$

PA:(8, 9, 10) $\Rightarrow 8 + 9 + 10 = \mathbf{27\ (D)}$

45. A sequência (1, a, b) é uma progressão aritmética e a sequência (1, b, a) é uma progressão geométrica não constante. O valor de a é:

a) –1/2 b) 1/4 c) 1 d) 2

PA: $(1, a, b) \Rightarrow a = \frac{b + 1}{2} \Rightarrow 2a = b + 1$

PG:: $(1, b, a) \Rightarrow b^2 = a \cdot 1 = \Rightarrow a = b^2$

$2a = b + 1 \Rightarrow 2b^2 = b + 1 \Rightarrow 2b^2 - b - 1 = 0$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow b = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.\,2.\,-1}}{2\,.\,2}$

$b = \dfrac{+3 \pm \sqrt{1+8}}{4} \Rightarrow b = \dfrac{1 \pm 3}{4} \Rightarrow \begin{cases} b' = 1 \\ b'' = -1/2 \end{cases}$

$a = b^2 \begin{cases} b = 1 \Rightarrow a = 1 \begin{cases} \text{PA: } (1, 1, 1) \\ \text{PG:: } \cancel{(1, 1, 1)} \text{ (PG constante)} \end{cases} \\ b = -1/2 \Rightarrow \mathbf{a = 1/4\ (B)} \begin{cases} \text{PA: } (1, 1/4, -1/2) \\ \text{PG:: } (1, -1/2, 1/4) \end{cases} \end{cases}$

46. Se a sequência (4x, 2x + 1, x – 1) é uma PG, então o valor de x é:
a) –1/8 b) –8 c) –1 d) 8

$2x + 1 = \sqrt{4x(x-1)} \Rightarrow (2x+1)^2 = 4x^2 - 4x$
$4x^2 + 4x + 1 = 4x^2 - 4x \Rightarrow 4x + 4x = -1$
$8x = -1 \Rightarrow$ **$x = -1/8$ (A)**

47. A soma do 2°, 4° e 7° termos de uma PG é 370; a soma do 3°, 5° e 8° termos é 740. Podemos afirmar que o 1° termo e a razão da PG, são:
a) 3 e 2 b) 4 e 2 c) 5 e 2 d) 6 e 1,5

$\begin{cases} a_2 + a_4 + a_7 = 370 \\ a_3 + a_5 + a_8 = 740 \Rightarrow a_2.q + a_4.q + a_7.q = 740 \end{cases}$
$q(a_2 + a_4 + a_7) = 740 \Rightarrow q.370 = 740 \Rightarrow q = 740/370 \Rightarrow$ **$q = 2$**
$a_2 + a_4 + a_7 = 370 \Rightarrow a_1.q + a_1.q^3 + a_1.q^6 = 370$
$a_1.2 + a_1.2^3 + a_1.2^6 = 370 \Rightarrow 2a_1 + 8a_1 + 64a_1 = 370$
$74a_1 = 370 \Rightarrow a_1 = 370/74 \Rightarrow$ **$a_1 = 5$ (C)**

48. O número de termos da PG $\left(\dfrac{1}{9}, \dfrac{1}{3}, 1, \ldots, 729\right)$ é:
a) 8 b) 9 c) 10 d) 81

$q = \dfrac{1/3}{1/9} = \dfrac{1}{3} . \dfrac{9}{1} = 3$
$a_n = a_1 . q^{n-1} \Rightarrow 729 = \dfrac{1}{9} . 3^{n-1} \Rightarrow 729 . 9 = 3^{n-1}$
$3^6 . 3^2 = 3^{n-1} \Rightarrow 3^8 = 3^{n-1} \Rightarrow n - 1 = 8 \Rightarrow$ **$n = 9$ (B)**

49. O valor de x na equação $x \cdot \left(\dfrac{9}{5} + \dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{5} + \cdots\right) = \dfrac{27}{4}$ é:
a) 1 b) 3/5 c) 4/3 d) 5/2 e) 45/8

$q = \dfrac{3/5}{9/5} = \dfrac{3}{5} . \dfrac{5}{9} = 3/9 = 1/3$
$S_n = \dfrac{a_1}{1-q} = \dfrac{9/5}{1 - 1/3} = \dfrac{9/5}{2/3} = \dfrac{9}{5} . \dfrac{3}{2} \Rightarrow S_n = \dfrac{27}{10}$
$x . \dfrac{27}{10} = \dfrac{27}{4} \Rightarrow x = \dfrac{27}{4} . \dfrac{10}{27} = \dfrac{10}{4} \Rightarrow$ **$x = 5/2$ (D)**

50. (EEAR) A soma dos infinitos termos da PG $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{3}, \ldots\right)$ é:
a) 3/2 b) 2/3 c) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ d) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

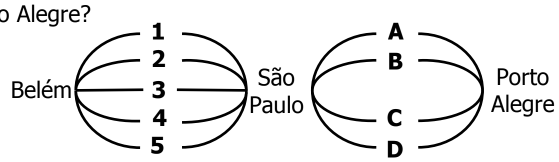
$q = \dfrac{\sqrt{3}/3}{\sqrt{3}/2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} . \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 2/3$
$S_n = \dfrac{a_1}{1-q} = \dfrac{\sqrt{3}/2}{1 - 2/3} = \dfrac{\sqrt{3}/2}{1/3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} . \dfrac{3}{1} \Rightarrow$ **$S_n = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ (D)**

ANÁLISE COMBINATÓRIA

1. PRINCÍPIO DA MULTIPLICAÇÃO OU PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

Se um evento é composto por duas etapas sucessivas independentes de tal maneira que o número de possibilidades na 1ª etapa é **m** e o número de possibilidades na segunda etapa é **n**, então o número total de possibilidades de o evento ocorrer é dado pelo produto **m . n**.

Ex 1: Uma pessoa quer viajar de Belém a Porto Alegre passando por São Paulo. Sabendo que há 5 vôos diferentes de Belém para São Paulo e 4 vôos diferentes de São Paulo para Porto Alegre, de quantas maneiras possíveis essa pessoa poderá viajar de Belém a Porto Alegre?



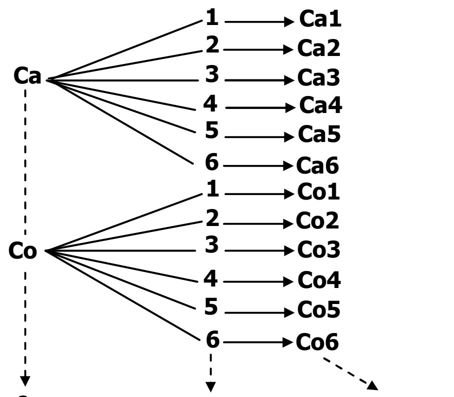
5 possibilidades 4 possibilidades

Total de possibilidades: 5 . 4 = 20 maneiras diferentes.

São elas: 1A, 1B, 1C, 1D , 2A, 2B, 2C, 2D, 3A, 3B,3C, 3D, 4A, 4B, 4C, 4D , 5A, 5B, 5C, 5D.

Portanto, nas condições do problema, há 20 maneiras possíveis de viajar de Belém a Porto Alegre, passando por São Paulo.

Ex 2: Ao lançarmos uma moeda e um dado, temos as seguintes possibilidades para o resultado (sendo Ca = cara e Co = coroa):



2 possibilidades 6 possibilidades 12 possibilidades

Observe que o evento tem 2 etapas, com 2 possibilidades em uma e 6 possibilidades em outra, totalizando 2 . 6 = 12 possibilidades.

Ex 3: Com os algarismos 0,1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7:
a) Quantos números de 3 algarismos podemos formar?

7	8	8
centena	dezena	unidade

Há 7 possibilidades para a centena (0 não serve),
8 possibilidades para a dezena e 8 possibilidades para a unidade.
Portanto podemos formar 7 . 8 . 8 = 448 números.

b) Quantos nºs de 3 algarismos **distintos** podemos formar?

7	7	6
centena	dezena	unidade

Se os algarismos são distintos, há 7 possibilidades para a centena (0 não serve), 7 possibilidades para a dezena e 6 possibilidades para a unidade. Portanto podemos formar 7 . 7 . 6 = 294 números com algarismos distintos.

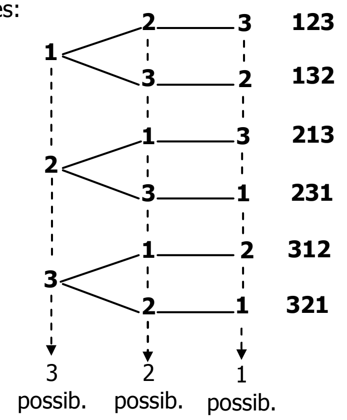
2. PERMUTAÇÃO SIMPLES E FATORIAL

Permutar é sinônimo de trocar, intuitivamente, nos problemas de contagem, devemos associar à permutação a noção de misturar.

Vejamos agora quantos agrupamentos é possível formar quando temos **n** elementos e **todos** serão usados em cada grupamento.

Ex 1: Quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar com os algarismos 1, 2 e 3 ?

Podemos resolver por tentativa. Assim temos: 123, 132, 213, 231, 312 e 321. Concluímos então que são seis os números procurados. Podemos também fazer uma árvore de possibilidades:



Pelo princípio fundamental da contagem temos:
3 . 2 . 1 = 6 possibilidades.

Observe que a ***ordem dos algarismos*** é muito importante. Todos os números diferem entre si pela ordem de seus algarismos.

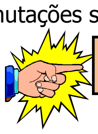
Ex 2: Quantos são os anagramas (diferentes posições das letras de uma palavra) da palavra **ANEL**?
_4_ _3_ _2_ _1_
Há 4 possibilidades para a primeira posição, 3 possibilidades para a segunda, 2 possibilidades para a terceira e 1 possibilidade para a quarta posição. Pelo princípio fundamental da contagem temos:
4 . 3 . 2 . 1 = 24 possibilidades, ou seja, são 24 anagramas.

De modo geral:

Se temos **n** elementos distintos, então o número de agrupamentos ordenados que podemos obter com todos esses **n** elementos é dado por:

$$n(n-1)(n-2). \dots . 3 . 2 . 1$$

Esses agrupamentos ordenados (diferem pela ordem) recebem o nome de permutações simples. Indicamos por P_n o número de permutações simples de **n** elementos:

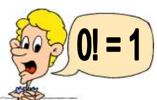


$$\boxed{P_n = n(n-1)(n-2). \dots . 3 . 2 . 1}$$

O valor obtido com P_n é também chamado de fatorial do número natural **n** indicado por **n!** (lê-se "fatorial de **n** ou **n** fatorial"). Assim temos:

$$\boxed{n! = n(n-1)(n-2). \dots . 3 . 2 . 1} \quad \text{Para } n \geq 1$$

Ex 3: $P_5 = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120$
$5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120$
$P_4 = 4! = 4 . 3 . 2 . 1 = 24$
$P_2 = 2! = 2 . 1 = 2$



OBS: Considera-se 0! = 1.

2.1. PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO

Neste item, veremos uma particularidade das permutações. Consideremos os exemplos:

Ex 1: Quantos são os anagramas da palavra BATATA?

Se os "**As**" fossem diferentes e os "**Ts**" também, teríamos as letras **B**, **A1**, **A2**, **A3**, **T1**, **T2** e o total de anagramas seria:
$P_6 = 6! = 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 720$ anagramas.

Mas as permutações entre os **três** "**As**" não produzirão novo anagrama. Então precisamos dividir P_6 por P_3.

O mesmo ocorre com os "**Ts**": precisamos dividir P_6 também por P_2.

Portanto, o número de anagramas da palavra BATATA é:

$$\frac{P_6}{P_3 . P_2} = \frac{6!}{3! . 2!} = \frac{6 . 5 . 4 . \cancel{3!}}{\cancel{3!} . 2!} = \frac{6 . 5 . 4}{2} = 60 \text{ anagramas.}$$

Ex 2 : Quantos anagramas tem a palavra PAPA?

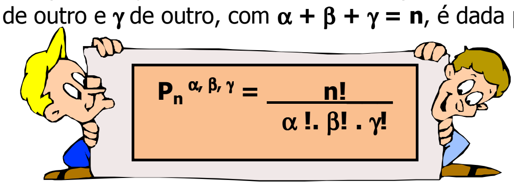
Se a palavra tivesse 4 letras distintas, teríamos:
$P_4 = 4! = 4 . 3 . 2 . 1 = 24$ anagramas.

Como a letra A e a letra P aparecem 2 vezes, devemos então fazer:

$$\frac{P_4}{P_2 . P_2} = \frac{4!}{2! . 2!} = \frac{4 . 3 . 2 . 1}{2 . 2} = 6 \text{ anagramas.}$$

Generalizando, temos:

A permutação de **n** elementos dos quais **α** são de um tipo, **β** de outro e **γ** de outro, com **α + β + γ = n**, é dada por:

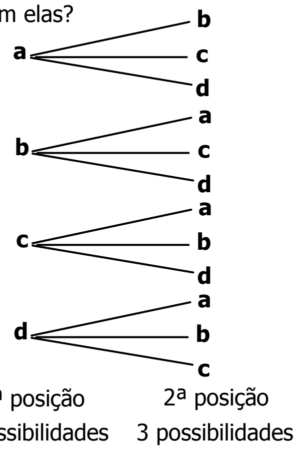


$$P_n^{\alpha,\beta,\gamma} = \frac{n!}{\alpha! . \beta! . \gamma!}$$

3 . ARRANJOS SIMPLES

Vimos que permutação simples de **n** elementos é qualquer agrupamento ordenado desses **n** elementos. Agora, tendo **n** elementos, vamos estudar os agrupamentos de 1 elemento, 2 elementos, 3 elementos, ... , de **p** elementos, com **p ≤ n**. Observe os exemplos:

Ex 1: Consideremos as letras **a**, **b**, **c** e **d**. Quais e quantos agrupamentos ordenados diferentes de 2 letras **distintas** é possível formar com elas?



Na primeira posição temos 4 possibilidades (pois temos, 4 elementos disponíveis). Na segunda posição, 3 possibilidades (pois temos, 3 elementos disponíveis). Pelo princípio fundamental da contagem, há, no total, 4 . 3 = 12 possibilidades. Os 12 agrupamentos ordenados diferentes são: ab, ba, ca, da, ac, bc, cb, db, ad, bd, cd, dc.

Esses agrupamentos são chamados de ***arranjos simples***. Arranjamos 4 elementos 2 a 2 e o número desses arranjos foi 12, Escrevemos então:
$A_{4,2} = 4 . 3 = 12$ (arranjo de 4 tomados 2 a 2 é igual a 12).

Ex 2: Usando os algarismos 2, 3, 5, 7 e 9, quantos números naturais de 3 algarismos **distintos** podemos formar?

5	4	3
centena	dezena	unidade

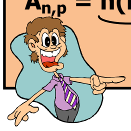
Há 5 possibilidades para o primeiro algarismo, 4 possibilidades para o segundo e 3 possibilidades para o terceiro. No total podemos então formar 5 . 4 . 3 = 60 números.
Dizemos neste exemplo que fizemos arranjos de 5 elementos 3 a 3, o número desses arranjos é 60.
Indicamos assim $A_{5,3} = 5 . 4 . 3 = 60$

Vejamos como calcular o número total desses agrupamentos no caso geral de **n** elementos arranjados **p** a **p**, com $n \geq p$, ou seja, como calcular $A_{n,p}$.

1º. Para **n = p** temos $A_{n,n} = P_n = n!$, já estudado em permutação e fatorial.

2º. Para **n > p**, temos **n** elementos distintos e vamos arranjá-los **p** a **p**. Construindo a árvores de possibilidades, temos:
Na primeira posição: **n** possibilidades (pois temos **n** elementos disponíveis)
Na segunda posição: (n – 1) possibilidades
(pois temos (n – 1) elementos disponíveis.
Na terceira posição: (n – 2) possibilidades
(pois temos (n – 2) elementos disponíveis.
Na p-ésima posição: n – (p – 1) possibilidades
(pois temos n – (p – 1) elementos disponíveis.
Aplicando o princípio fundamental da contagem, temos que o número total de possibilidades é dado por:

$$\boxed{A_{n,p} = \underbrace{n(n-1)(n-2). \ldots .(n-p+1)}_{\text{p fatores}}}$$



ou ainda :

$$\boxed{A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}}$$

(n – p + 1)

Ex: $A_{10,4} = 10 . 9 . 8 . 7 = 5040$
$A_{10,4} = \frac{10 . 9 . 8 . 7 . \cancel{6!}}{\cancel{6!}} = 5040$

4 . COMBINAÇÕES SIMPLES

Nos problemas de contagem, o conceito de combinação está intuitivamente associado à noção de escolher subconjuntos.
Observe com atenção estes dois exemplos:
Ex 1: Ane, Elisa, Rosana, Felipe e Gustavo formam uma equipe. Dois deles precisam representar a equipe em uma apresentação. Quais e quantas são as possibilidades?
Representemos por A: Ane, E: Elisa, R: Rosana, F: Felipe e G: Gustavo. Precisamos determinar todos os subconjuntos de 2 elementos do conjunto de 5 elementos {A, E, R, F, G}. A ordem em que os elementos aparecem nesses subconjuntos não importa, pois Ane – Elisa, por exemplo, é a mesma dupla Elisa – Ane.
Então, os subconjuntos de 2 elementos são:
{A, E}, {A, R}, {A, F}, {A, G}, {E, R}, {E, F}, {E, G}, {R, F}, {R, G}, {F, G}.
A esses subconjuntos chamamos de combinações simples de 5 elementos tomados com 2 elementos, ou tomados 2 a 2 , e escrevemos $C_{5,2}$.
Como o número total dessas combinações é 10, escrevemos $C_{5,2} = 10$.

Ex 2: Consideremos um conjunto com 5 elementos e calculemos o número de combinações simples de 3 elementos, ou seja, o número de subconjuntos com 3 elementos.
Conjunto com 5 elementos: {a, b, c, d, e}.
Combinações simples de 3 elementos: {a, b, c} , {a, b, d}, {a, b, e}, {a, c, d}, {a, c, e}, {a, d, e}, {b, c, d}, {b, c, e}, {b, d, e}, {c, d, e}.
Cada combinação dessas dá origem a 6 arranjos, permutando de todos os modos possíveis seus 3 elementos.
Por exemplo: ao permutar todos os elementos da combinação {a, b, c}, encontramos os arranjos {a, b, c}, {a, c, b}, {b, a, c}, {b, c, a}, {c, a, b}, {c, b, a}. Isso significa que o número de arranjos de 5 elementos tomados 3 a 3 é 6 vezes o número de combinações de 5 elementos tomados 3 a 3, ou seja, $A_{5,3} = 6C_{5,3}$.
Como o 6 foi obtido fazendo permutações dos 3 elementos de, por exemplo, {a, b, c}, temos P3 = 6. Logo,

$$A_{5,3} = P_3 . C_{5,3} \Rightarrow C_{5,3} = \frac{A_{5,3}}{P_3} = \frac{5 . 4 . 3}{3!} = \frac{5 . 4 . 3}{3 . 2 . 1} =$$

$$C_{5,3} = \frac{60}{6} = 10$$

De um modo geral temos:
A cada combinação de **n** elementos tomados **p** a **p** correspondem **p!** arranjos, que são obtidos permutando-se os elementos da combinação, ou seja:

$$\boxed{C_{n,p} = \frac{A_{n,p}}{p!}} \quad \text{ou} \quad \boxed{C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}}$$

TESTES – ANÁLISE COMBINATÓRIA

01. Num restaurante há 2 tipos de salada, 3 tipos de pratos quentes e 3 tipos de sobremesa. Quantas possibilidades temos para fazer uma refeição com 1 salada, 1 prato quente e 1 sobremesa?
a) 18 b) 16 c) 14 d) 12 e) 10

2	.	3	.	3	= **18 possibilidades (A)**
Salada		Pratos		Sobremesa	

02. Existem 2 vias de locomoção de uma cidade **A** para a uma cidade **B**, e 3 vias de locomoção da cidade **B** a uma cidade **C**. De quantas maneiras se pode ir de **A** a **C** passando por **B**?
a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

2	.	3	= **6 maneiras (B)**
A – B		B – C	

03. De quantas maneiras diferentes se pode vestir uma pessoa que tenha 5 camisas, 3 calças, 2 pares de meia e 2 pares de sapatos?
a) 20 b) 30 c) 40 d) 50 e) 60

5	.	3	.	2	.	2	= **60 maneiras (E)**
Camisas		Calças		Meias		Sapatos	

04. Ao lançarmos sucessivamente 3 moedas diferentes quais são as possibilidades do resultado?
a) 4 b) 6 c) 8 d) 10 e) 12

2	.	2	.	2	= **8 possibilidades (C)**
1º lanc.		2º lanc.		3º lanc.	

05. Numa lanchonete há 5 tipos de sanduíche, 4 tipos de refrigerante e 3 tipos de sorvete. De quantas maneiras podemos tomar um lanche composto de 1 sanduíche, 1 refrigerante e 1 sorvete?
a) 30 b) 40 c) 50 d) 60 e) 70

5 . 4 . 3 = **60 maneiras (D)**
Sanduíche Refrigerante Sorvete

06. Quantos números de dois algarismos podemos formar sabendo que o algarismo das dezenas corresponde a um múltiplo de 2 (diferente de zero) e o algarismo das unidades a um múltiplo de 3?
a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18
Múltiplos de 2 (diferente de zero) = {2, 4, 6, 8}
Múltiplos de 3= {0, 3, 6, 9}
4 . 4 = **16 números (D)**
Dezenas Unidades

Para a resolução das questões de 07 a 11, considere somente os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 :

07. Quantos números de 2 algarismos podemos formar?
a) 20 b) 26 c) 25 d) 30 e) 36
Dezenas: 6 possibilidades.
Unidades: também 6 possibilidades (os números podem ser repetidos, pois não há a palavra "distintos" no enunciado).
6 . 6 = **36 números (E)**
Dezenas Unidades

08. Quantos números pares de 2 algarismos podemos formar?
a) 18 b) 17 c) 16 d) 15 e) 14
Unidades: 3 possibilidades (para ser par tem que terminar em 2, 4 ou 6)
Dezenas: 6 possibilidades (os números podem ser repetidos, pois não há a palavra "distintos" no enunciado).
6 . 3 = **18 números (A)**
Dezenas Unidades

09. Quantos números ímpares de 2 algarismos podemos formar?
a) 18 b) 17 c) 16 d) 15 e) 14
Unidades: 3 possibilidades (para ser ímpar tem que terminar em 1, 3 ou 5)
Dezenas: 6 possibilidades (os números podem ser repetidos, pois não há a palavra "distintos" no enunciado).
6 . 3 = **18 números (A)**
Dezenas Unidades

10. Quantos números de 2 algarismos distintos podemos formar?
a) 20 b) 26 c) 25 d) 30 e) 36
Dezenas: 6 possibilidades.
Unidades: A palavra **distintos**, significa que os algarismos não podem ser repetidos. Como um número já foi escolhido para as dezenas, restam 5 possibilidades. **(A6,2)**
6 . 5 = **30 números (D)**
Dezenas Unidades

11. Quantos números de 2 algarismos pares podemos formar?
a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 11
Os dois algarismos tem que ser pares, ou seja, formados pelos algarismos 2, 4 ou 6.
Dezenas:3 possibilidades
Unidades: 3 possibilidades (eles podem ser repetidos, não há a palavra "distintos").
3 . 3 = **9 números (C)**
Dezenas Unidades

12. Quantas palavras (com significado ou não) podemos formar com as letras A, L e I?
a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 14
Permutação de 3 letras: $P_3 = 3! = 3 . 2 . 1 =$ **6 (A)**

13. Quantos são os anagramas da palavra PERDÃO que começam com P e terminam com O?
A) 20 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30
P 4 3 2 1 O
Permutar 4 letras não fixas:
$P_4 = 4! = 4 . 3 . 2 . 1 =$ **24 anagramas (B)**

14. Quantos são os anagramas da palavra PERDÃO que P e O aparecem nos extremos?
a) 24 b) 48 c) 72 d) 96 e) 120
P 4 3 2 1 O ou O 4 3 2 1 P
Temos: $2.P_4 = 2.(4 . 3 . 2 . 1) =$ **48 anagramas (B)**

15. Quantos são os anagramas da palavra PERDÃO em que as letras Ã e O aparecem juntas e nessa ordem (ÃO)?
a) 40 b) 60 c) 80 d) 100 e) 120
É como se a expressão ÃO fosse uma letra só PERD(ÃO) assim temos que permutar 5 letras não fixas.
$P_5 = 5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 =$ **120 anagramas (E)**

16. Quantos anagramas distintos podem ser feitos com as letras da palavra BANANA?
a) 6 b) 60 c) 120 d) 360 e) 720
Temos 6 letras = P6 , porém temos 3 As repetidos devemos dividir por P_3 e 2 Ns repetidos devemos dividir por P2:
$\frac{P_6}{P_3 . P_2} = \frac{6!}{3! . 2!} = \frac{6 . 5 . 4 . \cancel{3!}}{\cancel{3!} . 2!} = \frac{6 . 5 . 4}{2} =$ **60 (B)**.

17. Quantos anagramas diferentes podem ser formados com as letras da palavra ESAF?
a) 20 b) 24 c) 26 d) 28 e) 30
$P_4 = 4! = 4 . 3 . 2 . 1 =$ **24 anagramas (B)**

18. Quantos anagramas da palavra ESAF começam com uma consoante e terminam com uma vogal?
a) 48 b) 24 c) 16 d) 12 e) 8
1ª letra = Consoante = 2 possibilidades (S ou F)
4ª letra = Vogal = 2 possibilidades (E ou A)
2ª letra = restam 2 possibilidades.
3ª letra = resta 1 possibilidade.
2 . 2 . 1 . 2 = **8 (E)**
consoante 2ª letra 3 letra vogal

19. Em quantos anagramas da palavra ESAF as letras S e A aparecem juntas e nessa ordem?
a) 6 b) 8 c) 12 d) 16 e) 24
É como se a expressão SA fosse uma letra só E(SA)F assim temos que permutar 3 letras não fixas.
$P_3 = 3! = 3 . 2 . 1 =$ **6 anagramas (A)**

20. Em quantos anagramas da palavra ESAF as letras S e A aparecem juntas e em qualquer ordem?
a) 6 b) 8 c) 12 d) 16 e) 24
É como se a expressão SA fosse uma letra só E(SA)F assim temos que permutar 3 letras não fixas. Porém a ordem não é especificada podemos então, ter também AS, E(AS)F e assim temos que multiplicar por 2.
$2. P_3 = 2. 3! = 2(3 . 2 . 1) =$ **12 anagramas (C)**

21. Em quantos anagramas da palavra PROVA as letras P e R não estão juntas?
a) 12 b) 24 c) 48 d) 72 e) 120
Cálculo do Total de anagramas:
$P_5 = 5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120$ anagramas
Total de anagramas que P e R aparecem juntas:
É como se a expressão PR fosse um letra só (PR)OVA assim temos que permutar 4 letras não fixas. Porém a ordem não é importante assim podemos ter também RP, (RP)OVA e assim temos que multiplicar por 2.
$2. P_4 = 2. 4! = 2(4. 3 . 2 . 1) = 48$ anagramas
Agora é só diminuir os dois valores: **120 – 48 = 72 (D)**

22. Calculando o valor da expressão $\frac{3!\,5!}{4!\,6!}$ temos:

a) 3/4 b) 5/6 c) 1/24 d) 2/5 e) 3/8

$\frac{3!\,5!}{4!\,6!} = \frac{\cancel{3!}\,.\,\cancel{5!}}{4.\cancel{3!}\,.\,6\,\cancel{5!}} = \frac{1}{24}$ **(C)**

23 . (Unaerp-SP) Se $\frac{x!(x+1)!}{(x-1)!x!} = 20$, então x vale:

a) – 6 b) – 5 c) 4 d) 5 e) 6

$\frac{\cancel{x!}.(x+1)!}{(x-1)!.\cancel{x!}} = 20 \Rightarrow \frac{(x+1).(x).\cancel{(x-1)!}}{\cancel{(x-1)!}} \Rightarrow (x+1)\,.\,x = 20$

$x^2 + x = 20 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \Rightarrow$ **x' = 4** , $\cancel{x'' = -5}$ **(C)**

24. Em um dos clássicos do PARAZÃO 2009, o "RE x PA", o número de gols marcado pelo PAPÃO está representado pela equação n! + (n – 1)! = 2(n – 1)! e o número de gols marcados pelo LEÃO pela equação $3n! = \frac{(n+2)! + (n+1)!}{n+1}$

Resolvendo as equações, pode-se afirmar que:

a) papão venceu de 2 a 1 d) leão venceu de 2 a 1
b) leão venceu de 1 a 0 e) papão venceu 1 a 0
c) o jogo foi empate em 1 a 1

PAPÃO

$n! + (n-1)! = 2(n-1)!$

$\frac{n! + (n-1)!}{(n-1)!} = 2$

$\frac{n!}{(n-1)!} + \frac{(n-1)!}{(n-1)!} = 2$

$\frac{n.\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} + 1 = 2$

$n + 1 = 2$

n = 1

LEÃO

$3n! = \frac{(n+2)! + (n+1)!}{n+1}$

$3 = \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+1)n!}$

$3 = \frac{(n+2)!}{(n+1)n!} + \frac{(n+1)!}{(n+1)n!}$

$3 = \frac{(n+2)\cancel{(n+1)n!}}{\cancel{(n+1)n!}} + \frac{(n+1)n!}{(n+1)n!}$

3 = n + 2 + 1 ⇒ **n = 0 (E)**

25. Quantos números de 4 algarismos distintos podemos formar com os algarismos 2, 4, 6 e 8?

a) 18 b) 20 c) 22 d) 24 e) 26

A palavra "distintos", não permite a repetição de algarismos.

$\underline{\quad 4 \quad}\ .\ \underline{\quad 3 \quad}\ .\ \underline{\quad 2 \quad}\ .\ \underline{\quad 1 \quad}$ = **24 (D)**
Milhar Centenas Dezenas Unidades

P_4 = 4! = 4 . 3 . 2 . 1 = **24 números (D)**

26. De quantas maneiras uma família de 5 pessoas pode sentar-se num banco de 5 lugares para tirar uma foto?

a) 40 b) 60 c) 80 d) 100 e) 120

$\underline{\quad 5 \quad}\ .\ \underline{\quad 4 \quad}\ .\ \underline{\quad 3 \quad}\ .\ \underline{\quad 2 \quad}\ .\ \underline{\quad 1 \quad}$ =**120(E)**
1º lugar 2º lugar 3º lugar 4º lugar 5º lugar

P_5 = 5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = **120 maneiras (E)**

27. De quantas maneiras uma família de 5 pessoas pode sentar-se num banco de 5 lugares para tirar uma foto, ficando duas delas (por exemplo, pai e mãe) sempre juntas, em qualquer ordem?

a) 24 b) 48 c) 72 d) 96 e) 120

É como se o pai e mãe fossem uma pessoa só assim temos que permutar P_4 ,porém a ordem não é importante assim podemos ter pai e mãe (pai/mãe, filho1, filho2, filho3) ou mãe e pai (mãe/pai, filho1, filho2, filho3) e assim temos que multiplicar por 2.

2. P_4 = 2. 4! = 2(4 . 3 . 2 . 1) = **48 maneiras (B)**

28. (PUC-RJ) Se $\frac{n!}{(n+2)! + (n+1)!} = \frac{1}{48}$, então:

a) n = 2 b) n = 12 c) n = 5 d) n = 7 e) n = 10

$\frac{n!}{(n+2)! + (n+1)!} = \frac{1}{48} \Rightarrow 48n! = (n+2)! + (n =1)!$

48n! = (n + 2).(n + 1).n! + (n + 1).n!

$48.\cancel{n!} = (n+1).\cancel{n!}.(n + 2 + 1) \Rightarrow 48 = (n+1).(n+3)$

$48 = n^2 + 3n + n + 3 \Rightarrow n^2 + 4n - 45 = 0$

Resolvendo as raízes da equação, temos: n' = 5 e n''= – 9 **(C)**

(n negativo não serve), **portanto a resposta correta é n = 5**

29. De quantas maneiras 5 meninos podem sentar-se num banco que tem apenas 3 lugares?

a) 32 b) 45 c) 60 d) 66 e) 72

$A_{5,3}$ = 5 . 4 . 3 = **60 (C)**

$\underline{\quad 5 \quad}\ .\ \underline{\quad 4 \quad}\ .\ \underline{\quad 3 \quad}$ = **60 (C)**
1º lugar 2º lugar 3º lugar

30. A diretoria de um clube é composta de 10 membros, que podem ocupar a função de Presidente, Secretário e Tesoureiro. De quantas maneiras possíveis podemos formar, com os 10 membros, chapas contendo Presidente, Secretário e Tesoureiro?

a) 165 b) 720 c) 580 d) 690 e) 1000

$A_{10,3}$ = 10 . 9 . 8 = **720 (B)**

$\underline{\quad 10 \quad}\ .\ \underline{\quad 9 \quad}\ .\ \underline{\quad 8 \quad}$ = **720 (B)**
Presidente Secretário Tesoureiro

31. Durante a copa do mundo, que foi disputada por 24 países, as tampinhas de Coca – Cola traziam palpites sobre os países que se classificariam nos três primeiros lugares (por exemplo; 1º lugar: Brasil; 2º lugar: Nigéria; 3º lugar: Holanda). Se, em cada tampinha, os três países são distintos, quantas tampinhas diferentes poderiam existir?

a) 69 b) 2024 c) 9562 d) 12144 e) 13824

$A_{24,3}$ = 24 . 23 . 22 = **12144 (D)**

$\underline{\quad 24 \quad}\ .\ \underline{\quad 23 \quad}\ .\ \underline{\quad 22 \quad}$ = **12144 (D)**
1º lugar 2º lugar 3º lugar

32. Calcule o valor de n se, $\frac{A_{n,6} + A_{n,5}}{A_{n,4}} = 9$

a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 11

$\frac{\cancel{n(n-1)(n-2)(n-3)}(n-4)(n-5)+\cancel{n(n-1)(n-2)(n-3)}(n-4)}{\cancel{n(n-1)(n-2)(n-3)}} = 9$

(n – 4).(n – 5) + (n – 4) = 9

$n^2 - 5n - 4n + 20 + n - 4 = 9 \Rightarrow n^2 - 8n + 7 = 0$

$\left.\begin{array}{l} S = -b = -(-8) = 8 \\ P = c = 7 \end{array}\right\}$ $\cancel{\mathbf{x' = 1}}$ / **x'' = 7 (A)**

(n = 1, não serve pois n não pode ser menor do que 6). **Resposta Correta: n = 7 (A)**

33. Com 20 pessoas disponíveis, de quantas maneiras pode-se formar um grupo de duas pessoas?

a) 380 b) 360 c) 320 d) 190 e) 150

$C_{20,2} = \frac{A_{20,2}}{2!} = \frac{20\,.\,19}{2} = \frac{380}{2}$ = **190 (D)**

34. De um grupo de 12 alunos, deseja-se escolher 3 para formar uma comissão. De quantas maneiras essa comissão pode ser formada?

a) 1320 b) 1200 c) 620 d) 400 e) 220

$C_{12,3} = \frac{A12,3}{3!} = \frac{12\,.\,11\,.\,10}{3\,.\,2}$ = 2 . 11 . 10 = **220 (E)**

35. O campeonato brasileiro da 1ª divisão tem, em sua primeira fase, 20 times que jogam entre si. Nesta primeira etapa, o número de jogos é de:

a) 160 b) 190 c) 250 d) 380 e) 400

$C_{20,2} = \frac{A_{20,2}}{2!} = \frac{20.19}{2}$ = 10 . 19 = **190 (B)**

36. No jogo de truco, cada jogador recebe 3 cartas de um baralho de 40 cartas (são excluídas as cartas 8,9 e 10). De quantas maneiras diferentes um jogador pode receber suas 3 cartas?

a) 9800 b) 9850 c) 9880 d) 9900 e) 9950

$C_{40,3} = \frac{A_{40,3}}{3!} = \frac{40\,.\,39\,.\,38}{3\,.\,2}$ = 20 . 13 . 38 = **9880 (C)**

37. Dispondo-se de cinco rapazes e seis moças, quantas comissões integradas por dois rapazes e duas moças podem ser formadas?
a) 120 b) 150 c) 180 d) 200 e) 250

Rapazes = $C_{5,2} = \frac{A_{5,2}}{2!} = \frac{5 . 4}{2} = \frac{20}{2} = 10$

Moças = $C_{6,2} = \frac{A_{6,2}}{2!} = \frac{6 . 5}{2} = \frac{30}{2} = 15$

$C_{5,2} . C_{6,2} = 10 . 15 =$ **150 (B)**

38. Uma empresa tem 5 diretores e 10 gerentes. Quantas comissões com 1 diretor e 4 gerentes podem ser formadas?
a) 1050 b) 5040 c) 25200 d) 50 e) 500

Diretores = $C_{5,1} = \frac{A_{5,1}}{1!} = \frac{5}{1} = 5$

Gerentes = $C_{10,4} = \frac{A_{10,4}}{4!} = \frac{10 . 9 . 8 . 7}{4 . 3 . 2} = 10 . 3 . 7 = 210$

$C_{5,1} . C_{10,4} = 5 . 210 =$ **1050 (A)**

39. O setor de emergência de um hospital conta, para os plantões noturnos, com **3** pediatras, **4** clínicos gerais e **5** enfermeiros. As equipes de plantão deverão ser constituídas por **1** pediatra, **2** clínicos gerais e **3** enfermeiros. Determine quantas equipes de plantão distintas podem ser formadas.
a) 120 b) 150 c) 180 d) 200 e) 250

Pediatras = $C_{3,1} = \frac{A_{3,1}}{1!} = \frac{3}{1} = 3$

Clínicos = $C_{4,2} = \frac{A_{4,2}}{2!} = \frac{4 . 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$

Enfermeiros = $C_{5,3} = \frac{A_{5,3}}{3!} = \frac{5 . 4 . 3}{3 . 2 . 1} = \frac{20}{2} = 10$

$C_{3,1} . C_{4,2} . C_{5,3} = 3 . 6 . 10 =$ **180 (C)**

40. Após uma reunião de negócios, foram trocados um total de 105 apertos de mão. Sabendo que cada executivo cumprimentou todos os outros, qual o número de executivos que estavam presentes nessa reunião?
a) 12 b) 13 c) 14 d) 15 e) 16

$C_{n,2} = \frac{A_{n,2}}{2!} = 105 \Rightarrow \frac{n.(n-1)}{2} = 105 \Rightarrow n.(n-1) = 210$

$n^2 - n - 210 = 0$

$S = -b = -(-1) = 1$ $\cancel{x' = -14}$

$P = c = -210$ **$x'' = 15$ (D)**

41. O conselho desportivo de uma escola é formado por 2 professores e 3 alunos. Candidataram-se 5 professores e 30 alunos. De quantas maneiras diferentes esse conselho pode ser eleito?
a) 15000 b) 30000 c) 30500 d) 40000 e) 40600

Professores = $C_{5,2} = \frac{A_{5,2}}{2!} = \frac{5 . 4}{2} = \frac{20}{2} = 10$

Alunos = $C_{30,3} = \frac{A_{30,3}}{3!} = \frac{30 . 29 . 28}{3 . 2} = 10 . 29 . 14 = 4060$

$C_{5,2} . C_{30,3} = 10 . 4060 =$ **40600 (E)**

42. Uma equipe de Futsal (Futebol de Salão) é formada por cinco jogadores que atuam nas posições: goleiro, fixo, alas e pivô. Considere que um treinador tem a sua disposição um grupo de 8 jogadores (que não são goleiros), de quantas maneiras diferentes ele pode escolher um ala e um fixo?
a) 25 b) 36 c) 42 d) 56 e) 75

$\underline{\ 8\ } . \underline{\ 7\ }$ = **56 (D)** $A_{8,2} = 8 . 7 =$ **56 (D)**
Ala Fixo

43. De quantas maneiras diferentes um técnico pode escalar seu time de basquetebol tendo 12 atletas disponíveis?
a) 600 b) 792 c) 820 d) 940 e) 1060

$C_{12,5} = \frac{A_{12,5}}{5!} = \frac{12 . 11 . 10 . 9 . 8}{5 . 4 . 3 . 2} = 11 . 9 . 8 =$ **792 (B)**

44. De quantas maneiras podemos colocar 10 bolas em 3 urnas, de modo que fiquem 2 bolas na primeira urna, 3 bolas na segunda urna e 5 bolas na terceira?
a) 2520 b) 2840 c) 3000 d) 3400 e) 4600

<u>1ª Urna</u>	<u>2ª Urna</u>	<u>3ª Urna</u>
2 bolas em 10	3 bolas em 8	5 bolas em 5
$C_{10,2}$.	$C_{8,3}$.	$C_{5,5}$

$= \frac{A_{10,2}}{2!} . \frac{A_{8,3}}{3!} . \frac{A_{5,5}}{5!} = \frac{10 . 9}{2} . \frac{8 . 7 . 6}{3 . 2} . \frac{5!}{5!} = 45 . 56 =$ **2520 (A)**

45. Uma ONG decidiu preparar sacolas, contendo 4 itens distintos cada, para distribuir entre as vítimas de um Tsunami. Esses 4 itens devem ser escolhidos entre 8 tipos de produtos de limpeza e 5 tipos de alimentos não perecíveis. Em cada sacola deve haver pelo menos um item que seja alimento não perecível e pelo menos um item que seja produto de limpeza. Quantos tipos de sacolas distintas podem ser feitas?
a) 640 b) 600 c) 540 d) 700 e) 840

<u>1º Tipo</u>	<u>2º Tipo</u>	<u>3º Tipo</u>
3 limpeza	2 limpeza	1 limpeza
1 alimento	2 alimento	3 alimento
$C_{8,3} . C_{5,1}$ +	$C_{8,2} . C_{5,2}$ +	$C_{8,1} . C_{5,3}$

$= \frac{A_{8,3}}{3!} . \frac{A_{5,1}}{1!} + \frac{A_{8,2}}{2!} . \frac{A_{5,2}}{2!} + \frac{A_{8,1}}{1!} . \frac{A_{5,3}}{3!} =$

$= \frac{8 . 7 . 6}{3 . 2} . \frac{5}{1} + \frac{8 . 7}{2} . \frac{5 . 4}{2} + \frac{8}{1} . \frac{5 . 4 . 3}{3 . 2} =$

$= 56 . 5 + 28 . 10 + 8 . 10 = 280 + 280 + 80 =$ **640 (A)**

46. Quantos números de dois algarismos distintos podem ser formados no sistema de numeração decimal?
a) 99 b) 98 c) 90 d) 81 e) 80

Algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (10 algarismos)
Dezenas: 9 possibilidades (O zero não serve).
Unidades: Restaram 9 possibilidades, pois o algarismo das unidades deve ser diferente do das dezenas.

$\underline{\ \ 9\ \ } . \underline{\ \ 9\ \ }$ = **81 números (D)**
Dezenas Unidades

47. Quantos números ímpares de dois algarismos distintos podem ser formados no sistema de numeração decimal?
a) 40 b) 41 c) 43 d) 45 e) 50

Algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (10 algarismos)
Unidades: 5 possibilidades (para o número ser ímpar tem que terminar em 1, 3, 5, 7, ou 9.
Dezenas: Restam 8 possibilidades (o algarismo das dezenas não pode ser zero, nem repetido das unidades.

$\underline{\ \ 8\ \ } . \underline{\ \ 5\ \ }$ = **40 números (A)**
Dezenas Unidades

48. Quantos números pares de dois algarismos distintos podem ser formados no sistema de numeração decimal?
a) 32 b) 40 c) 41 d) 45 e) 50

Algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (10 algarismos)
Aqui há uma particularidade, temos dois casos a considerar:
Caso A: Números pares terminados em **zero**.
Unidades: 1 possibilidade (O algarismo das unidades é zero)
Dezenas: 9 possibilidades restantes.

$\underline{\ \ 9\ \ } . \underline{\ \ 1\ \ }$ = **9 números.**
Dezenas Unidades

Caso B: Números pares **não** terminados em **zero**.
Unidades: 4 possibilidades(2, 4, 6 ou 8).
Dezenas: 8 possibilidades(o algarismo das dezenas não pode ser zero, nem repetido das unidades).

$\underline{\ \ 8\ \ } . \underline{\ \ 4\ \ }$ = **32 números**
Dezenas Unidades

Caso A + Caso B = 9 + 32 = **41 números (C)**

49. Quantos números maiores que 2.368 e formados por quatro algarismos podem ser feitos se os seus algarismos só podem ser 0, 1, 3, 6 ou 8?
a) 72 b) 120 c) 180 d) 375 e) 1875
Milhares: 3 possibilidades (> 2368, tem que começar com 3, 6 ou 8).
Centenas: 5 possibilidades (pode ser repetido).
Dezenas: 5 possibilidades (pode ser repetido).
Unidades: 5 possibilidades (pode ser repetido).

3 .	5 .	5 .	5	= **375 (D)**
Milhar	Centena	Dezena	Unidade	

50. Colocando-se em ordem crescente todos os números de quatro algarismos distintos que podem ser formados com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, qual será a posição ocupada pelo número 3461 ?
a) 153° b) 154° c) 155° d) 156° e) 157°
Começando com 1 temos: de 1234 a 1654
Começando com 2 temos: de 2134 a 2654
Começando com 3 temos: de 3124 a 3465 (não interessa para cima).
De 1234 a 2654 (iniciando com 1 ou 2) temos:

2 .	5 .	4 .	3	= 120 números.
Milhar	Centena	Dezena	Unidade	

De 3124 a 3465 (iniciando com 3 e nas dezenas 1, 2 ou 4):

1 .	3 .	4 .	3	= 36 números.
Milhar	Centena	Dezena	Unidade	

120 + 36 = 156, portanto o número 3465 e o 156°.
O seu anterior é o numero 3462 que é o 155°.
E o anterior é o numero 3461 que é o **154°. (B)**

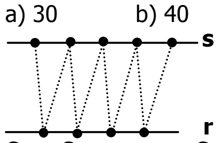
51. Quantos subconjuntos distintos podem ser formados a partir do conjunto A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}?
a) 60 b) 61 c) 62 d) 63 e) 64
1ª Resolução: Por Análise Combinatória
<u>1 a 1</u> <u>2 a 2</u> <u>3 a 3</u> <u>4 a 4</u> <u>5 a 5</u> <u>6 a 6</u>
$C_{6,1} + C_{6,2} + C_{6,3} + C_{6,4} + C_{6,5} + C_{6,6} =$
$= \frac{A_{6,1}}{1!} + \frac{A_{6,2}}{2!} + \frac{A_{6,3}}{3!} + \frac{A_{6,2}}{2!} + \frac{A_{6,1}}{1!} + \frac{A_{6,6}}{6!} =$
$= \frac{6}{1} + \frac{6 \,.\, 5}{2} + \frac{6 \,.\, 5 \,.\, 4}{3 \,.\, 2} + \frac{6 \,.\, 5}{2} + \frac{6}{1} + 1 =$
$= 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 63$
(lembrando que, o conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto, portanto temos que incluí-lo).
63 + 1 = **64 subconjuntos. (E)**
2ª Resolução: Por Conjuntos
$P(A) = 2^n = 2^6 =$ **64 (E)**

52. Na Mega-Sena são sorteadas seis dezenas de um conjunto de 60 possíveis (as dezenas sorteáveis são 01,02,...,60). Uma aposta simples (ou aposta mínima), na Mega-Sena, consiste em escolher 6 dezenas. Pedro sonhou que as seis dezenas que serão sorteadas no próximo concurso da Mega-Sena estarão entre as seguintes: 01, 02, 05, 10, 18, 32, 35, 45. O número mínimo de apostas simples que Pedro deve fazer para ter a certeza matemática que será um dos ganhadores caso o seu sonho esteja correto é:
a) 8 b) 28 c) 40 d) 60 e) 84
$C_{8,6} = C_{8,2} = \frac{A_{8,2}}{2!} = \frac{8 \,.\, 7}{2} = \frac{56}{2} =$ **28 (B)**

53. No Concurso da Quina da Caixa Econômica Federal pode-se fazer aposta de 5, 6, 7 e 8 números. Preenchendo um cartão com 8 números, o apostador concorrerá ao prêmio com:
a) 52 quinas b) 53 quinas c) 54 quinas
d) 55 quinas e) 56 quinas
$C_{8,5} = C_{8,3} = \frac{A_{8,3}}{3!} = \frac{8 \,.\, 7 \,.\, 6}{3 \,.\, 2 \,.\, 1} = 8 \,.\, 7 =$ **56 quinas (E)**

54. Uma comissão com 2 brasileiros e 2 argentinos deve ser formada a partir de um grupo onde estão presentes 6 brasileiros e 8 argentinos. De quantos modos distintos esta comissão poderá ser formada?
a) 420 b) 240 c) 43 d) 28 e) 15
brasileiros $= C_{6,2} = \frac{A_{6,2}}{2!} = \frac{6 \,.\, 5}{2} = \frac{30}{2} = 15$
argentinos $= C_{8,2} = \frac{A_{8,2}}{2!} = \frac{8 \,.\, 7}{2} = \frac{56}{2} = 28$
$C_{6,2} \,.\, C_{8,2} = 15 \,.\, 28 =$ **420 (A)**

55. Quatro pontos distintos são marcados sobre uma reta **r** e cinco outros, sobre uma reta **s** que é paralela a **r**. Quantos triângulos diferentes podem ser feitos usando como vértices três destes nove pontos?
a) 30 b) 40 c) 70 d) 600 e) 1200



<u>1º Modo</u>	<u>2º Modo</u>
2 pontos de **s**	1 ponto de **s**
1 ponto de **r**	2 pontos de **r**

$C_{5,2} \,.\, C_{4,1} + C_{5,1} \,.\, C_{4,2}$
$= \frac{A_{5,2}}{2!} \,.\, \frac{A_{4,1}}{1!} + \frac{A_{5,1}}{1!} \,.\, \frac{A_{4,2}}{2!} = \frac{5 \,.\, 4}{2} \,.\, \frac{4}{1} + \frac{5}{1} \,.\, \frac{4 \,.\, 3}{2} =$
$= 10 \,.\, 4 + 5 \,.\, 6 = 40 + 30 =$ **70 (C)**

56. Quantas diagonais diferentes podem ser traçadas em um decágono regular?
a) 25 b) 30 c) 35 d) 40 e) 45
$C_{10,2} = \frac{A_{10,2}}{2!} = \frac{10 \,.\, 9}{2} = \frac{90}{2} = 45$
Ao combinarmos os pontos do decágono 2 a 2, incluímos os seus lados que não são diagonais e, portanto, devem ser excluídos: 45 – 10 lados = **35 diagonais (C)**

57. Quantos triângulos diferentes podem ser feitos usando-se como vértices 3 pontos escolhidos entre 6 que foram marcados numa circunferência?
a) 20 b) 40 c) 60 d) 80 e) 120
$C_{6,3} = \frac{A_{6,3}}{3!} = \frac{6.5.4}{3.2} =$ **20 triângulos (A)**

58. (DETRAN – PA) Três homens e três mulheres devem ocupar três bancos, cada um com dois lugares numerados, de modo que, em cada um deles, figurem um homem e uma mulher. O número de formas de se ocupar os bancos é:
a) 288 b) 48 c) 90 d) 156 e) 244
1° Banco 1° lugar =6 possibilidades (3 homens e 3mulheres)
2° lugar = Após uma pessoa sentar no 1° lugar, só restará 3 possibilidades (três pessoas do sexo oposto)
2° Banco 1° lugar = 4 possibilidades (2 homens e 2mulheres)
2° lugar = Após uma pessoa sentar no 1° lugar, só restará 2 possibilidades (duas pessoas do sexo oposto)
3° Banco 1° lugar = 2 possibilidades (1 homem e 1mulher)
2° lugar = Após uma pessoa sentar no 1° lugar, só restará 1 possibilidade (a pessoa restante)
<u>6</u> . <u>3</u> . <u>4</u> . <u>2</u> . <u>2</u> . <u>1</u> = **288 maneiras (A)**

59. Numa prova, os alunos devem escolher e responder somente 10 das 12 questões que a compõem. Quantas maneiras diferentes existem para o aluno escolher as 10 questões que ele deve responder?
a) 165 b) 132 c) 99 d) 66 e) 33
$C_{12,10} = C_{12,2} = \frac{A_{12,2}}{2!} = \frac{12 \,.\, 11}{2} = 6 \,.\, 11 =$ **66 (C)**

60. Para formação de uma equipe de trabalho, uma empresa realizou um concurso para preenchimento de vagas em seu setor de informática, sendo 2 vagas para Analista de Sistemas e 3 para Técnico. O primeiro colocado no cargo de analista de sistemas terá função de coordenador da equipe e os aprovados no cargo de técnico terão funções idênticas. Todos os aprovados no concurso serão chamados juntos, independente da classificação de cada um. Inscreveram-se 5 pessoas para concorrer ao cargo de analista de sistemas e 6 ao cargo de técnico. Então o número de maneiras que essas 5 vagas podem ser preenchidas, para a formação da equipe de trabalho, pelos candidatos é:
a) 200 b) 400 c) 800 d) 1200 e) 2400

Analistas = $C_{5,2} = \frac{A_{5,2}}{2!} = \frac{5 . 4}{2} = \frac{20}{2} = 10$

Técnicos = $C_{6,3} = \frac{A_{6,3}}{3} = \frac{6 . 5 . 4}{3 . 2} = 5 . 4 = 20$

$C_{5,2} . C_{6,3} = 10 . 20 =$ **200 (A)**

61. Um automóvel é oferecido pelo fabricante em 5 cores diferentes com 2 tipos de acabamento e com 4 tipos de motores, sendo que os motores podem ser movidos a álcool ou à gasolina. Quantas são as opções de escolha de um comprador desse automóvel?
a) 20 b) 40 c) 60 d) 80 e) 100

5	. 2	. 4	. 2	= **80 (D)**
Cor	Acabamento	Motor	Álc/Gas	

62. Usando-se 5 dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, sem repeti-los, a quantidade de números pares que se pode formar é:
a) 5040 b) 3710 c) 2520 d) 2160 e) 1080

Unidades: 3 possibilidades (2, 4 ou 6).
Dez. de milhar: 6 possibilidades (não pode ser repetido).
Milhares: 5 possibilidades (não pode ser repetido).
Centenas:4 possibilidades (não pode ser repetido).
Dezenas: 3 possibilidades (não pode ser repetido).

6	. 5	. 4	. 3	. 3	= **1080 (E)**
D.Milhar	Milhar	Centena	Dezena	Unidade	

63. (DETRAN – PA) Quantos automóveis podem ser licenciados no sistema em que cada placa é formada por 2 letras (de um total de 26 letras) e 4 algarismos (de 0 a 9).
a) 5.585.000 b) 585.000 c) 7.860.000
d) 6.760.000 e) 676.000

26	. 26	. 10	. 10	. 10	. 10	= **6.760.000 (D)**
1ªlet	2ªlet	1ºn	2ºn	3ºn	4ºn	

64. (PRF – 2008) Um veículo tipo *van* acomoda 15 passageiros mais o motorista, e todos eles – passageiros e motorista – estão habilitados a conduzir esse tipo de veículo. Nessa situação, a quantidade de formas diferentes como essas pessoas podem ser acomodadas na van é:
a) 16! b)15! c) 15! + 1 d)16! – 1 e) 16! – 15!

Quinze lugares + o motorista = 16 lugares. (todos podem dirigir, portanto qualquer pessoa pode sentar no lugar do motorista), vamos permutar as 16 pessoas nos 16 lugares.
$P_{16} =$ **16! (A)**

65. (UFPA 2006) Um restaurante oferece no cardápio duas saladas distintas, 3 tipos de carne, duas sobremesas diferentes e 5 variedades de sucos de fruta. De quantas maneiras diferentes, uma pessoa que deseja uma salada, um prato de carne, uma sobremesa e um suco poderá fazer seu pedido?
a) 12 b) 24 c) 30 d) 45 e) 60

2	. 3	. 3	. 5	= **60 (E)**
Salada	Pratos	Sobremesa	Sucos	

66. De quantas maneiras pode-se formar uma comissão de 3 pessoas escolhidas a partir de um grupo de 8 pessoas?
a) 6 b) 56 c) 112 d) 226 e) 336

$C_{8,3} = \frac{A_{8,3}}{3!} = \frac{8.7.6}{3.2.1} = 8 . 7 =$ **56 (B)**

67. Devo escolher 4 livros diferentes dentre 10 títulos que mais me agradam em uma livraria. De quantas formas posso fazê-lo?
a) 24 b) 96 c) 210 d) 1050 e) 5040

$C_{10,4} = \frac{A_{10,4}}{4!} = \frac{10.9.8.7}{4.3.2.1} = 10 . 3 . 7 =$ **210 (C)**

68. João e Maria fazem parte de um grupo de 15 pessoas. De quantas maneiras é possível formar um grupo com 5 pessoas, se João e Maria devem necessariamente fazer parte dele?
a) 286 b) 455 c) 1287 d) 1716 e) 3432

Retirando João e Maria do grupo, restam 13 pessoas que ocuparam os 3 lugares restantes da comissão, portanto:
$C_{13,3} = \frac{A_{13,3}}{3!} = \frac{13 . 12 . 11}{3 . 2} = 13 . 2 . 11 =$ **286 (A)**

69. João e Maria fazem parte de um grupo de 15 pessoas. De quantas maneiras é possível formar um grupo com 5 pessoas, de modo que João e Maria não façam parte dele?
a) 286 b) 455 c) 1287 d) 1716 e) 3432

$C_{13,5} = \frac{A_{13,5}}{5!} = \frac{13.12.11.10.9}{5.4.3.2} = 13 . 11 . 9 =$ **1287 (C)**

70. Ao final de uma reunião, cada um dos presentes cumprimentou os demais com um aperto de mão uma única vez. Quantas pessoas estavam presentes se ao todo foram trocados 36 apertos de mão?
a) 9 b) 12 c) 16 d) 18 e) 37

$C_{n,2} = \frac{A_{n,2}}{2!} = 36 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 36 \Rightarrow n(n-1) = 72$

$n^2 - n - 72 = 0$

$\left.\begin{array}{l} S = -b = -(-1) = 1 \\ P = c = -72 \end{array}\right\}$ $\cancel{x' = -8}$ **x'' = 9 (A)**

71. De um grupo de 9 professores, 4 lecionam Matemática. De quantos modos pode-se formar uma comissão com 3 componentes de forma que pelo menos um dentre os escolhidos seja professor de Matemática?
a) 40 b) 50 c) 54 d) 70 e) 74

<u>1º Modo</u>	<u>2º Modo</u>	<u>3º Modo</u>
2 n/matemática	1 n/matemática	3 matemática
1 matemática	2 matemática	
$C_{5,2} . C_{4,1}$ +	$C_{5,1} . C_{4,2}$ +	$C_{4,3}$

$= \frac{A_{5,2}}{2!} . \frac{A_{4,1}}{1!} + \frac{A_{5,1}}{1!} . \frac{A_{4,2}}{2!} + \frac{A_{4,3}}{3!} =$

$= \frac{5.4}{2} . \frac{4}{1} + \frac{5}{1} . \frac{4.3}{2} + \frac{4.3.2}{3.2} =$

$= 10 . 4 + 5 . 6 + 4 = 40 + 30 + 4 =$ **74 (E)**

72. (TFC 97) Uma empresa do setor têxtil possui 10 funcionários que têm curso superior em Administração de Empresas. O diretor de recursos humanos recebeu a incumbência de escolher, entre esses 10 funcionários, um gerente financeiro, um gerente de produção e um analista de mercado. Como todos os 10 funcionários são pessoas capazes para desempenhar essas funções, então as diferentes maneiras que o diretor de recursos humanos pode escolhê-los são iguais a:
a) 120 b) 320 c) 520 d) 720 e) 920

$A_{10,3} = 10 . 9 . 8 =$ **720 (D)**

73. (AFTN 98) Uma empresa possui 20 funcionários, dos quais 10 são homens e 10 são mulheres. Desse modo, o número de comissões de 5 pessoas que se pode formar com 3 homens e 2 mulheres é:
a) 5400 b) 165 c) 1650 d) 5830 e) 5600

Homens = $C_{10,3} = \underline{A_{10,3}} = \underline{10.9.8} = 120$

3! 3.2

Mulheres = $C_{10,2} = \dfrac{A_{10,2}}{2!} = \dfrac{10.9}{2} = 45$

$C_{10,3} \,.\, C_{10,2} = 120 \,.\, 45 =$ **5400 (A)**

74. Quantos números com três algarismos distintos podem ser formados usando-se apenas os algarismos 6, 7, 8 e 9?

a) 12 b) 24 c) 48 d) 64 e) 256

Centenas: 4 possibilidades.
Dezenas: 3 possibilidades (não pode ser repetido)
Unidades: 2 possibilidades (não pode ser repetido)

$\underset{\text{Centenas}}{\underline{\ \ 4\ \ }} \,.\, \underset{\text{Dezenas}}{\underline{\ \ 3\ \ }} \,.\, \underset{\text{Unidades}}{\underline{\ \ 2\ \ }}$ = **24 números (B)**

$A_{4,3} = 4 \,.\, 3 \,.\, 2 =$ **24 números (B)**

75. Quantos números com três algarismos podem ser formados usando-se apenas os algarismos 6, 7, 8 e 9?

a) 12 b) 24 c) 48 d) 64 e) 256

Centenas: 4 possibilidades.
Dezenas: 4 possibilidades.
Unidades: 4 possibilidades.

$\underset{\text{Centenas}}{\underline{\ \ 4\ \ }} \,.\, \underset{\text{Dezenas}}{\underline{\ \ 4\ \ }} \,.\, \underset{\text{Unidades}}{\underline{\ \ 4\ \ }}$ = **64 números (D)**

76. Quantos números pares com três algarismos distintos podem ser formados usando-se apenas os algarismos 6, 7, 8 e 9?

a) 12 b) 24 c) 48 d) 64 e) 256

Unidades: 2 possibilidades (6 ou 8).
Centenas: 3 possibilidades.(não pode ser repetido)
Dezenas: 2 possibilidades (não pode ser repetido)

$\underset{\text{Centenas}}{\underline{\ \ 3\ \ }} \,.\, \underset{\text{Dezenas}}{\underline{\ \ 2\ \ }} \,.\, \underset{\text{Unidades}}{\underline{\ \ 2\ \ }}$ = **12 números (A)**

77. (ESAF 2004) Quer-se formar um grupo de danças com 6 bailarinas, de modo que três delas tenham menos de 18 anos, que uma delas tenha exatamente 18 anos, e que as demais tenham idade superior a 18 anos. Apresentaram-se, para a seleção, doze candidatas, com idades de 11 a 22 anos, sendo a idade, em anos, de cada candidata, diferente das demais. O número de diferentes grupos de dança que podem ser selecionados neste conjunto de candidatas é igual a:

a) 85 b) 2520 c) 210 d) 120 e) 150

{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17,|**18**|, 19, 20, 21, 22}

3 < 18 anos = 7 $\Rightarrow C_{7,3} = \dfrac{A_{7,3}}{3!} = \dfrac{7 \,.\, 6 \,.\, 5}{3 \,.\, 2 \,.\, 1} = 7 \,.\, 5 = 35$

1 = 18 anos = 1 $\Rightarrow C_{1,1} = 1$

2 > 18 anos = 4 $\Rightarrow C_{4,2} = \dfrac{A_{4,2}}{2!} = \dfrac{4 \,.\, 3}{2} = 6$

$C_{7,3} \,.\, C_{1,1} \,.\, C_{4,2} = 35 \,.\, 1 \,.\, 6 =$ **210 (C)**

78. (ESAF 2004) Dez amigos, entre eles Mário e José, devem formar uma fila para comprar as entradas para um jogo de futebol. O número de diferentes formas que esta fila de amigos pode ser formada, de modo que Mário e José fiquem sempre juntos é igual a:

a) 2!8! b) 0!18! c) 2!9! d) 1!9! e) 1!8!

É como se Mário e José (MJ) fossem uma só pessoa, assim temos que permutar 9 pessoas não fixas. Porém a ordem não é especificada, podemos então, ter também José e Mário (JM) e assim temos que multiplicar por 2.

2 . P9 = 2 . 9! , como 2 = 2!, temos então **2!9! (C)**

79. (ANATEL 2009) Sabe-se que $\mathbf{n_1}$ é igual ao numero de anagramas possíveis distintos da palavra ANATEL, e $\mathbf{n_2}$ é o número de anagramas distintos da mesma palavra que começa com vogal. Então, $\mathbf{n_2/n_1}$ é igual a:

a) 1 b) 1/2 c) 1/3 d) 1/4 e) 1/5

Fórmula de Permutações c/ repetições $P_n^{\alpha,\beta,\gamma} = \dfrac{n!}{\alpha!\,.\,\beta!\,.\,\gamma!}$

<u>Cálculo de n_1:</u> ANATEL (6 letras, com dois A's repetidos)

$n_1 = P_6^{2,1,1,1,1} = \dfrac{6!}{2!} = \dfrac{6 \,.\, 5 \,.\, 4 \,.\, 3 \,.\, 2!}{2!} \Rightarrow \mathbf{n_1 = 360}$

<u>Cálculo de n_2:</u> ANATEL (começando com vogal)

1º. Fixando o A no início: **A**$\underbrace{\text{NATEL}}$

Permutar 5 letras não repetidas= $P_5 = 5.4.3.2.1 = 120$

2º. Fixando o E no início: E $\underbrace{\text{ANATL}}$

Permutar 5 letras A's repetidos= $P_5^{2,1,1,1} = \dfrac{5.4.3.2!}{2!} = 60$

$n_2 = 120 + 60 \Rightarrow \mathbf{n_2 = 180}$

$n_2/n_1 = 180/360 \Rightarrow$ $\mathbf{n_2/n_1 = 1/2}$ **(B)**

PROBABILIDADE

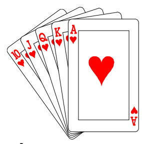
1. <u>EXPERIMENTOS ALEATÓRIOS</u>

São acontecimentos que, mesmo repetidos diversas vezes sob as mesmas condições, podem apresentar resultados diferentes de forma imprevisível.

As variações de resultado são atribuídas a uma multiplicidade de causas que não podem ser controladas às quais, em conjunto, chamamos de ***acaso***.

Exemplos:

a) O resultado do lançamento de uma moeda (cara ou coroa).
b) A soma dos números encontrados no lançamento de dois dados.
c) A escolha, ao acaso, de 20 peças retiradas de um lote que contenha 180 peças perfeitas e 15 peças defeituosas.
d) O resultado do sorteio de uma carta de um baralho com 52 cartas.



2. <u>ESPAÇO AMOSTRAL (S)</u>

É o conjunto de todos os resultados possíveis de um fenômeno ou experimento aleatório.

Exemplos:

- Lançar uma moeda e observar a face superior:
  S = {cara, coroa}

- Lançar dois dados e observar a soma dos números das faces superiores:

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

S = {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),...,(6,5),(6,6)}

- Extrair ao acaso uma bola de uma urna que contém 3 bolas vermelhas (V), 2 bolas amarelas (A) e 6 bolas brancas (B), e observar a cor: S = {V, A, B}

3. <u>EVENTO</u>

Evento é qualquer um dos subconjuntos possíveis de um espaço amostral. É costume indicarmos os eventos por letras maiúsculas do alfabeto latino: **A, B, C,..., Z**.

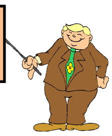
Pode-se demonstrar que se um espaço amostral tiver **n** elementos, então existirão $\mathbf{2^n}$ eventos distintos associados a ele.

Ex: O espaço amostral associado ao lançamento de uma moeda é S = {cara, coroa}. Como esse espaço amostral tem **dois** elementos existirão $2^2 = 4$ eventos associados a ele: Ø, {cara}, {coroa}, {cara, coroa}. Observe que o primeiro e o último evento indicados são, respectivamente, o **conjunto vazio** e o próprio **espaço amostral**.

4. PROBABILIDADE DE UM EVENTO

Se **A** é um evento qualquer do espaço amostral **S**, define-se como a probabilidade do evento **A** ocorrer, à divisão do **número de resultados favoráveis do evento A ocorrer** pelo **número de casos possíveis do espaço amostral S**:

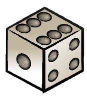
$$P(A) = \frac{\text{nº de elementos de A}}{\text{nº de elementos de S}}$$



Está sempre compreendida no intervalo de 0 a 1.

$$0 \le P(A) \le 1$$

Ex: Um dado é lançado e observamos o número na face superior do mesmo. Qual a probabilidade de que o número obtido seja par?



Solução: Espaço amostral: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
Evento A: (ocorrer número par) ⇒ A = {2, 4, 6}

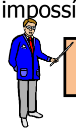
$P(A) = \dfrac{\text{nº casos favoráveis}}{\text{nº casos possíveis}} = \dfrac{3}{6} = 0{,}5$ ou 50%.

5. TIPOS DE EVENTO

5.1. EVENTO IMPOSSÍVEL

Evento impossível é aquele que não possui elementos. Se **A** é um evento impossível, então **A = Ø**.

A probabilidade do evento impossível é igual 0.



$$P(\emptyset) = 0$$

5.2. EVENTO CERTO

Evento certo é aquele que compreende todos os elementos do espaço amostral.

Se **A** é um evento certo, então **A = S**.

A probabilidade do evento certo é sempre igual 1.

$$P(S) = 1$$

5.3. EVENTO COMPLEMENTAR

Dado um evento **A**, então **~A** (lê-se "complemento de A" ou "**não A**") também será um evento, *chamado evento complementar de A*, e ocorrerá se, e somente se, A não ocorrer.

O conjunto **~A** compreende todos os elementos de **S** que não pertencem ao conjunto **A**:

~A = S – A

$$P(\sim A) = 1 - P(A)$$

Ex: No lançamento de dois dados perfeitos, qual a probabilidade de não sair a soma 5?

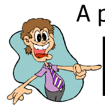
Solução:
Espaço amostral: S = {(1,1),(1,2),...,(6,5),(6,6)} ⇒ n(S) = 36
Evento A:(sair soma 5) A={(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)} ⇒ n(A) = 4

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$

$\mathbf{P(\sim A)} = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{1}{9} = \dfrac{9-1}{9} = \mathbf{8/9}$

5.4. EVENTO UNIÃO (ou)

Dados dois eventos **A** e **B** de um mesmo espaço amostral, então **A ∪ B** (lê-se "A união B" ou ainda "**A ou B**") também será um evento, chamado de evento união, e ocorrerá se, e somente se: **A ocorrer ou B ocorrer ou Ambos ocorrerem.**



A probabilidade de que ocorram **A ou B** é igual a:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ex: No lançamento simultâneo de dois dados perfeitos, qual é a probabilidade de se obter a soma par **ou** múltiplo de 3?

Solução:
Espaço amostral: S = {(1,1),(1,2),...,(6,5),(6,6)}⇒n(S)=36
Evento A: (sair soma par)
A={(1,1),(1,3),(1,5),(2,2),(2,4),(2,6),(3,1),(3,3),(3,5),
(4,2),(4,4),(4,6),(5,1),(5,3),(5,5),(6,2),(6,4),(6,6)}
n(A) =18 ⇒ P(A) = 18/36 ⇒ **P(A) = 1/2**
Evento B: (sair múltiplo de 3)
B={(1,2),(1,5),(2,1),(2,4),(3,3),(3,6),(4,2),(5,1),(5,4),(6,3),
(6,6)} ⇒ n(B) =12 ⇒ P(B) = 12/36 ⇒ **P(B) = 1/3**
(A ∩ B) ={(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1),(6,6)}⇒n(A ∩ B) = 6
P(A ∩ B) = 6/36 ⇒ **P(A ∩ B) = 1/6**

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{3+2-1}{6}$

$P(A \cup B) = \dfrac{4}{6} \Rightarrow \mathbf{P(A \cup B) = 2/3}$

5.5. EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS

Se **A** e **B** são dois eventos tais que **A ∩ B = Ø**, então **A** e **B** são chamados de ***eventos mutuamente exclusivos***.

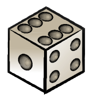
Esta denominação decorre do fato de que uma vez que a interseção de **A** com **B** seja vazia não será possível que ocorram ambos simultaneamente, isto é, **a ocorrência de um** deles **exclui** a possibilidade de **ocorrência do outro**.

Se **A** e **B** forem eventos mutuamente exclusivos (A ∩ B = Ø), então teremos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Ex: Um dado é lançado e observamos o número na face superior do mesmo. Qual a probabilidade de que o número obtido seja múltiplo de 3 **ou** de 4?

Solução: Espaço amostral: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} ⇒ n(S) = 6
Evento A: (múltiplo de 3) ⇒ A = {3, 6}
n(A) = 2 ⇒ **P(A)= 2/6**



Evento B: (múltiplo de 4) ⇒ B = {4}
n(B) = 1 ⇒ **P(B) = 1/6**
A ∩ B = Ø

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \dfrac{2}{6} + \dfrac{1}{6} = \dfrac{3}{6} \Rightarrow \mathbf{P(A \cup B) = 1/2}$

5.6. PROBABILIDADE CONDICIONAL

Dados dois eventos **A** e **B** de um mesmo espaço amostral, chamamos de Probabilidade Condicional, a probabilidade da ocorrência do evento **B**, dado que o evento **A** já tenha ocorrido.

A probabilidade condicional se caracteriza pelo conectivo **"se"**, fazendo com que o espaço amostral sofra uma contração. Se o evento **A** já tiver ocorrido, a probabilidade do evento **B** será dada por:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Onde P(B/A) significa a probabilidade de ocorrer **B sabendo que A já tenha ocorrido**(ou que a ocorrência de A esteja garantida).

Ex: Qual é a probabilidade de conseguirmos um número menor que 4 no lançamento de um dado, sabendo que o resultado é um número ímpar?
Solução:
Espaço amostral: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} ⇒ n(S) = 6
Evento A: (Ocorrer número ímpar) = {1, 3, 5} ⇒ P(A) = 3/6
Evento B: (resultado menor que 4) = {1, 2, 3 }
A ∩ B = {1, 3} ⇒ P(A ∩ B) = 2/6
$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{(2/6)}{(3/6)} = \mathbf{2/3}$

5.7. EVENTOS INDEPENDENTES (e)

Dados dois eventos **A** e **B** de um mesmo espaço amostral, então **A ∩ B** (lê-se "**A interseção B**" ou ainda "**A e B**") também será um evento, chamado de evento interseção, e ocorrerá se, e somente se:

A e B ocorrerem simultaneamente.

Se a probabilidade de ocorrência de um evento **A** não é alterada pela ocorrência do outro evento **B**, dizemos que A e B são ***eventos independentes***.

A probabilidade de que ocorram **A e B** é igual a:
P(A ∩ B) = P(A) . P(B/A)
P(A/B) = P(A) e P(B/A) = P(B) ⇔ A e B são independentes

P(A ∩ B) = P(A) . P(B)

Esta última igualdade também é usada para verificarmos a independência de dois eventos.

Exemplos:

a) Considere o espaço amostral S = {1, 2, 3, 4,} e os eventos A = {2, 3} e B = {3, 4}. Mostre que os eventos são independentes.

Solução: Se A e B são independentes, então:
P(A ∩ B) = P(A) . P(B)
1/4 = 2/4 . 2/4 ⇒ 1/4 = 4/16 ⇒ 1/4 = 1/4
Como a igualdade foi satisfeita, A e B são independentes.

b) Em uma urna temos 6 bolas brancas e 4 bolas pretas. São retiradas duas bolas, uma após a outra, com reposição. Qual é a probabilidade de as duas retiradas resultarem em bolas brancas?

Solução:
A = {a 1ª bola branca}, P(A) = 6/10 = 3/5
B = {a 2ª bola é branca}
Como houve a reposição da primeira bola retirada da urna, a probabilidade de que a 2ª bola seja branca, após a retirada da 1ª bola, não será afetada pela ocorrência de A.
P(B/A) = P(B) = 6/10 = 3/5

Isso significa que os eventos A e B são independentes. Portanto teremos:
(A ∩ B) = {as duas bolas são brancas}
$P(A \cap B) = P(A) . P(B) = \frac{3}{5} . \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

TESTES – PROBABILIDADE

1. Uma urna contém 50 bolinhas numeradas de 1 a 50. Sorteando-se uma delas, a probabilidade de que o número dela seja um múltiplo de 8 é:
a) 3/25 b) 7/50 c) 1/10 d) 4/25 e) 9/50
Espaço amostral: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6,..., 50}
Evento: Múltiplo de 8 ⇒ A = {8, 16, 24, 32, 40, 48}
$P(A) = \frac{\text{nº casos favoráveis}}{\text{nº casos possíveis}} = \frac{6}{50} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{25}}$ **(A)**

2. Uma urna contém 20 bolinhas numeradas de 1 a 20. Sorteando-se uma bolinha desta urna, a probabilidade de que o número da bolinha sorteada seja múltiplo de 2 ou de 5 é:
a) 13/20 b) 4/5 c) 7/10 d) 3/5 e) 3/4
Espaço amostral: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6,..., 20}
Evento A: Múltiplo de 2 ⇒ A = {2,4,6,8,**10**,12,14,16,18,**20**}
Evento B: Múltiplo de 5 ⇒ B = {5, **10**, 15, **20**}
P(A) = 10/20 = 1/2
P(B) = 4/20 = 1/5
P(A ∩ B) = 2/20 = 1/10
P(A ∪ B) = P(A) + P(B) – P(A ∩ B) = 1/2 + 1/5 – 1/10
$P(A \cup B) = \frac{5 + 2 - 1}{10} = \frac{6}{10} = \mathbf{3/5}$ **(D)**

Para as questões de 3 a 13 considere o lançamento ao mesmo tempo de dois dados honestos com observação da soma dos números das faces superiores.
Espaço Amostral: S = {36 elementos}

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

3. A probabilidade da soma ser 2 é:
a) 1/9 b) 1/12 c) 1/18 d) 1/36 e) 1/6
Evento A: Soma 2. A = {(1,1)}
P(A) = **1/36 (D)**

4. A probabilidade da soma ser 3 é:
a) 1/9 b) 1/12 c) 1/18 d) 1/36 e) 1/6
Evento A: Soma 3. A = {(1,2); (2,1)}
P(A) = 2/36 = **1/18 (C)**

5. A probabilidade da soma ser 4 é:
a) 1/9 b) 1/12 c) 1/18 d) 1/36 e) 1/6
Evento A: Soma 4. A = {(1,3); (2,2); (3,1)}
P(A) = 3/36 = **1/12 (B)**

6. A probabilidade da soma ser 5 é:
a) 1/9 b) 1/12 c) 1/18 d) 1/36 e) 1/6
Evento A: Soma 5. A = {(1,4);(2,3);(3,2);(4,1)}
P(A) = 4/36 = **1/9 (A)**

7. A probabilidade da soma ser 6 é:
a) 4/9 b) 5/12 c) 4/18 d) 5/36 e) 1/2
Evento A: Soma 6. A = {(1,5); (2,4); (3,3); (4,2); (5,1)}
P(A) = **5/36 (D)**

8. A probabilidade da soma ser 7 é:
a) 1/9 b) 1/12 c) 1/18 d) 1/36 e) 1/6
Evento A: Soma 7. A = {(1,6);(2,5);(3,4);(4,3);(5,2);(6,1)}
P(A) = 6/36 = **1/6 (E)**

9. A probabilidade da soma ser 8 é:
a) 4/9 b) 5/12 c) 4/18 d) 5/36 e) 1/2
Evento A: Soma 8. A = {(2,6); (3,5); (4,4); (5,3); (6,2)}
P(A) = **5/36 (D)**

10. A probabilidade da soma ser 9 é:
a) 1/9 b) 1/12 c) 1/18 d) 1/36 e) 1/6
Evento A: Soma 9. A = {(3,6); (4,5); (5,4); (6,3)}
P(A) = 4/36 = **1/9 (A)**

11. A probabilidade da soma ser 10 é:
a) 1/9 b) 1/12 c) 1/18 d) 1/36 e) 1/6

Evento A: Soma 10. A = {(1,3); (2,2); (3,1)}
P(A) = 3/36 = **1/12 (B)**

12. A probabilidade da soma ser 11 é:
a) 1/9 b) 1/12 c) 1/18 d) 1/36 e) 1/6
Evento A: Soma 11. A = {(5,6); (6,5)}
P(A) = 2/36 = **1/18 (C)**

13. A probabilidade da soma ser 12 é:
a) 1/9 b) 1/12 c) 1/18 d) 1/36 e) 1/6
Evento A: Soma 12. A = {(6,6)}
P(A) = **1/36 (D)**

14. Jogando-se ao mesmo tempo dois dados honestos, a probabilidade de o produto ser igual a 12 é de:
a) 1/3 b) 1/6 c) 1/9 d) 1/12 e) 1/15
Espaço Amostral: S = {36 elementos}
Evento A: Produto 12. A = {(2,6); (3,4); (4,3); (6,2)}
P(A) = 4/36 = **1/9 (C)**

15. Dois dados são lançados sobre uma mesa. A probabilidade de ambos mostrarem números ímpares na face superior é:
a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4 d) 1/5 e) 1/6
Espaço Amostral: S = {36 elementos}
Evento A: ambos ímpares. A = {(1,1); (1,3); (1,5); (3,1); (3,3); (3,5); (5,1); (5,3); (5,5)}
P(A) = 9/36 = **1/4 (C)**

16. Num jogo com um dado, o jogador **X** ganha se atirar, no seu lance, um número maior ou igual ao conseguido pelo jogador **Y**. A probabilidade de **X** ganhar é:
a) 1/2 b) 2/3 c) 7/12 d) 19/36 e) 3/4
Espaço amostral: S = {36}
Evento: A = {números iguais} = {(1,1); (2,2); (3,3); (4,4); (5,5); (6,6)} $\Rightarrow$ P(A) = 6/36.
Se no espaço amostral existem 36 resultados, e 6 são números iguais, então acontecem 36 – 6 = 30 resultados com pontos desiguais (30 ÷ 2 = 15) 15 em favor de **X** (evento B) e 15 em favor de **Y**(evento C).
P(X) = P(B) + P(A) = $\frac{15}{36} + \frac{6}{36} = \frac{21}{36}$ = **7/12 (C)**

17. Um dado é lançado e o número da face superior é observado. Se o resultado for par, a probabilidade de ele ser maior ou igual a 5 é de :
a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4 d) 1/5 e) 1/6
Espaço Amostral: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
Evento: A = {número par} = {2, 4, 6} $\Rightarrow$ P(A) = 3/6 =1/2
Evento: B = {maior igual a 5} = { 5,6 }
A $\cap$ B = { 6 } $\Rightarrow$ P(A $\cap$ B) = 1/6
P(B/A) = $\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{1}$ = **1/3 (B)**

18. As chances de obtermos, em dois lançamentos consecutivos de um dado, resultado igual a 6 somente em um dos dois lançamentos, são de :
a) 1 para 12 b) 20% c) meio a meio
d) 5 contra 13 e) 30%
Espaço amostral: S = {36}
Evento: A = {6 somente em um dos dados}
A = {(6,1); (6,2); (6,3); (6,4); (6,5); (1,6); (2,6); (3,6); (4,6); (5,6);} $\Rightarrow$ P(A) = 10/36
P(Ā) = 1 – P(A) = 1 – 10/36 = 26/36
As chances de obter A são de:
10 contra 26 ou **5 contra 13 (D)**

Para responder as questões de 19 a 22, considere as seguintes informações. A e B são dois eventos de certo espaço amostral tais que P(A) = 1/3, P(B) = 1/2, e P(A e B) = 1/4.

19. A probabilidade de ocorrência de **A** ou **B** é:
a) 5/12 b) 1/2 c) 7/12 d) 2/3 e) 3/4
P(A $\cup$ B) = P(A) + P(B) – P(A $\cap$ B)
P(A $\cup$ B) = $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{4+6-3}{12}$ = **7/12 (C)**

20. Qual a probabilidade de ocorrência de **não – A**, isto é, a probabilidade de ocorrência de algo que não seja o evento A?
a) 5/12 b) 1/2 c) 7/12 d) 2/3 e) 3/4
P(~A) = 1 – P(A) = 1 – $\frac{1}{3} = \frac{3-1}{3}$ = **2/3 (D)**

21. Qual a probabilidade de ocorrência de **A** dado que **B** tenha ocorrido?
a) 1/2 b) 7/12 c) 2/3 d) 3/4 e)4/5
P(A/B) = $\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{1}$ = **1/2 (A)**

22. Qual a probabilidade de que ocorra **A**, mas não ocorra **B**?
a) 1/4 b) 1/3 c) 5/12 d) 1/12 e)1/24
P(A) – P(A$\cap$B) = $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ = **1/12 (D)**

23. Uma urna I contém 2 bolas vermelhas e 3 bolas brancas e outra, II, contém 4 bolas vermelhas e 5 bolas brancas. Sorteia-se uma urna e dela retira-se, ao acaso, uma bola. Qual é a probabilidade de que a bola seja vermelha e tenha vindo da urna I?
a) 1/3 b) 1/5 c) 1/9 d) 1/14 e)1/15
P(bola vermelha **e** Urna I) = P(V $\cap$ I) = P(I $\cap$ V) = ?
P(I $\cap$ V) = P(I) . P(V/I)
I = {a caixa escolhida é a I} $\Rightarrow$ P(I) = **1/2**
Urna I = 2V + 3B $\Rightarrow$ P(V/I) = **2/5**
P(I $\cap$ V) = P(I) . P(V/I) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{10}$ = **1/5 (B)**

24. Considere 3 urnas, contendo bolas vermelhas e brancas com a seguinte distribuição:
Urna I : 2 vermelhas e 3 brancas.
Urna II : 3 vermelhas e 1 branca.
Urna III : 4 vermelhas e 2 brancas.
Uma urna é sorteada e dela é extraída uma bola ao acaso. A probabilidade de que a bola seja vermelha é igual a:
a) 109/180 b) 1/135 c) 9/15
d) 3/5 e)17/45
P(bola vermelha) = P(V) = ?
P(V) = P(I $\cap$ V) + P(II $\cap$ V) + P(III $\cap$ V)
P(V) = P(I) . P(V/I) + P(II) . P(V/II) + P(III) . P(V/III)
I : 2 V + 3B $\Rightarrow$ P(I) = **1/3** $\Rightarrow$ P(V/I) = **2/5**
II : 3 V + 1B $\Rightarrow$ P(II) = **1/3** $\Rightarrow$ P(V/II) = **3/4**
III : 4 V + 2 B $\Rightarrow$ P(III) = **1/3** $\Rightarrow$ P(V/III) = 4/6 = **2/3**
P(V) = $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15} + \frac{1}{4} + \frac{2}{9}$ =
P(V) = $\frac{24 + 45 + 40}{180}$ =**109/180 (A)**

25. Numa equipe com três estudantes, A, B e C, estima-se que a probabilidade de que A responda corretamente uma certa pergunta é igual a 40%, a probabilidade de B fazer o mesmo é

20% , enquanto a probabilidade de êxito de C, na mesma pergunta é de 60%. Um destes estudantes é escolhido ao acaso para responder à pergunta. Qual a probabilidade de que a resposta esteja correta?

a) 20% b) 30% c) 40% d) 50% e) 60%

A: P(A acertar) = 40% = 2/5 P(A ser escolhido) = 1/3
P(A ser escolhido **e** acertar) = 1/3 . 2/5 = **2/15**
B: P(B acertar) = 20% = 1/5 P(B ser escolhido) = 1/3
P(B ser escolhido **e** acertar) = 1/3 . 1/5 = **1/15**
C: P(C acertar) = 60% = 3/5 P(C ser escolhido) = 1/3
P(C ser escolhido **e** acertar) = 1/3 . 3/5 = **3/15**
P(Resposta correta) = $\frac{2}{15} + \frac{1}{15} + \frac{3}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ = **40% (C)**

26. A tabela abaixo apresenta dados parciais sobre a folha de pagamento de um banco.

Faixa Salarial, em reais	Número de empregados
300 – 500	52
500 – 700	30
700 – 900	25
900 – 1100	20
1100 – 1300	16
1300 – 1500	13
Total	156

Um desses empregados foi sorteado para receber um prêmio. A probabilidade de esse empregado ter seu salário na faixa de R$ 300 a R$ 500 é:

a) 1/3 b) 2/5 c) 1/2 d) 3/5 e) 7/10

P(A) = $\frac{n\ A}{n\ S} = \frac{52}{156} = \mathbf{\frac{1}{3}}$ **(A)**

27. **(CEF/2008)** A tabela abaixo, apresenta as freqüências acumuladas das idades de 20 jovens entre 14 e 20 anos. Um desses jovens será escolhido ao acaso. Qual a probabilidade de que o jovem escolhido tenha menos de 18 anos, sabendo que esse jovem terá 16 anos ou mais?

Idades (anos)	Freqüência Acumulada
14	2
15	4
16	9
17	12
18	15
19	18
20	20

a) 8/14 b) 8/16 c) 8/20 d) 3/14 e) 3/16

Em primeiro lugar, devemos calcular as freqüências simples de cada classe:

Idades (anos)	Freqüência acumulada	Freqüência Simples
14	2	2
15	4	2
16	9	5
17	12	3
18	15	3
19	18	3
20	20	2

Espaço amostral = 20
Evento A = {16 anos ou mais} = 16 ⇒ P(A) = 16/20
Evento B = {menos de 18 anos} = 12
A ∩ B = 8 ⇒ P(A ∩ B) = 8/20
P(B/A) = $\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{8/20}{16/20} = \frac{8}{20} \cdot \frac{20}{16}$ = **8/16 (B)**

28. (CEF/2008) Joga-se N vezes um dado comum, de seis faces, não viciado, até que se obtenha 6 pela primeira vez. A probabilidade de que N seja menor do que 4 é:

a) $\frac{25}{216}$ b) $\frac{55}{216}$ c) $\frac{75}{216}$ d) $\frac{91}{216}$ e) $\frac{150}{216}$

N = 1⇒ P(A1) = **1/6** P(Ā) = 5/6
N = 2⇒ P(A2) = 5/6 . 1/6 = **5/36**
N = 3⇒ P(A3) = 5/6 . 5/6 . 1/6 = **25/216**
P(A) = P(A1) + P(A2) + P(A3) = $\frac{1}{6} + \frac{5}{36} + \frac{25}{216} = \frac{36 + 30 + 25}{216}$

P(A) = 91/216 (D)

29. (UFPA 2006) Um grupo de 8 amigos participa de uma excursão que, no total, envolve 40 pessoas. Em um sorteio envolvendo todos os integrantes da excursão, a probabilidade de o contemplado pertencer ao grupo dos 8 amigos é:

a) 2,5% b) 5% c) 10% d) 15% e) 20%

P(A) = $\frac{n\ A}{n\ S} = \frac{8}{40}$ = 0,2 ou **20% (E)**

30. No programa do Big Brother Brasil 9, levado ao ar no dia 8/02/2009, no qual a nossa representante paraense Mirla participava. Um dos participantes iria disputar o "paredão" através de um sorteio com uma urna contendo 8 bolas brancas e 1 bola vermelha. O participante que retirasse, sem reposição, a bola vermelha iria ao "paredão". Ana Carolina efetuou na primeira retirada uma bola branca, para nossa infelicidade, a paraense Mirla na segunda retirada, puxou a bola vermelha. Naquele momento qual era a probabilidade dela não retirar essa bola vermelha?

a) 11,1% b) 12,5% c) 33,3%
d) 87,5% e) 88,9%

Espaço amostral: n(S) ⇒ Após a 1ª retirada (bola branca), ficaram na urna 7 bolas brancas e 1 vermelha = 8 bolas.
Evento A: bola branca ⇒ n(A) = 7
P(A) = $\frac{n(A)}{N(S)} = \frac{7}{8}$ = 0,875 ou **87,5%.(D)**

31. Uma urna contém 20 bolas numeradas de 1 a 20. Sorteando-se uma delas, qual é a probabilidade de que ela tenha um número múltiplo de 5?

a) 1/3 b) 1/4 c) 1/5 d) 2/5 e) 3/5

S = {1, 2, 3, 4,..., 20} ⇒ n(S) = 20
A = {5, 10, 15, 20} ⇒ n(A) = 4
P(A) = $\frac{n\ A}{n\ S} = \frac{4}{20} = \mathbf{\frac{1}{5}}$ **(C)**

32. Um dado é lançado e sua face superior é observada. Qual é a probabilidade de ocorra um número maior que 4?

a) 1/3 b) 1/4 c) 1/5 d) 2/3 e) 3/5

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} ⇒ n(S) = 6
A = {5, 6} ⇒ n A = 2
P(A) = $\frac{n\ A}{n\ S} = \frac{2}{6} = \mathbf{\frac{1}{3}}$ **(A)**

33. Uma urna contém 10 bolas numeradas de 1 a 10. Sorteando-se uma delas, qual é a probabilidade de que ela tenha um número que seja múltiplo de 2 ou de 3?

a) 1/10 b) 3/10 c) 5/10 d) 7/10 e) 9/10

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} ⇒ n(S) = 10
A = {múltiplo de 2} = {2, 4, 6, 8, 10} ⇒ n(A) = 5
B = {múltiplo de 3} = {3, 6, 9} ⇒ n(B) = 3
A ∩ B = {6}
P(A ∪ B) = P(A) + P(B) – P(A ∩ B)
P(A ∪ B) = $\frac{5}{10} + \frac{3}{10} - \frac{1}{10} = \mathbf{\frac{7}{10}}$ **(D)**

34. Uma urna contém 30 bolas numeradas 1 a 30. Sorteando-se uma delas, qual é a probabilidade de que ela tenha um número que seja múltiplo de 2 e de 3?

a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4 d) 1/5 e) 1/6

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6,..., 30} ⇒ n(S) = 30
A = {múltiplo de 2}={2, 4, 6,..., 30} ⇒ n(A) =15 ⇒ P(A) =1/2
B = {múltiplo de 3}={3, 6, 9,..., 30} ⇒ n(B) =10 ⇒ P(B) =1/3

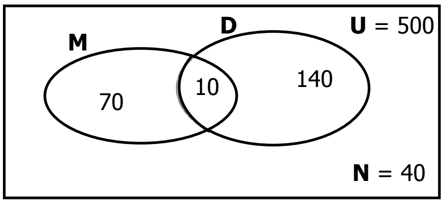
$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \mathbf{\frac{1}{6}}$ **(E)**

35. Qual é a probabilidade de que a equação ax = b tenha raiz inteira se os coeficientes a e b pertencem ao conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6}, podendo, eventualmente, ser iguais?
a) 5/36 b) 7/18 c) 7/36 d) 5/18 e) 14/35
A raiz será: x = b/a
Cálculo de n(S): Como os coeficientes podem ser iguais, teremos 6 possibilidades para **a**, 6 possibilidades para **b**, pelo princípio fundamental da contagem temos 6 x 6 = 36.
n(S) = 36
Cálculo de n(A): evento A = {raiz inteira}.
para b = 1, a = 1 (1)
para b = 2, a = 1 e 2 (2)
para b = 3, a = 1 e 3 (2)
para b = 4, a = 1, 2 e 4 (3)
para b = 5, a = 1 e 5 (2)
para b = 6, a = 1,2,3 e 6 (4)
n(A) = 14
$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{14}{36} = \mathbf{\frac{7}{18}}$ **(B)**

36. Uma urna contém 5 bolas verdes, 4 bolas brancas e 3 bolas azuis. Sorteia-se uma bola. Qual a probabilidade de que ela seja branca ou azul?
a) 7/12 b) 6/12 c) 5/12 d) 4/12 e) 3/12
S = {5V, 4B, 3A} ⇒ n(S) = 12
A = {bola branca} ⇒ n(A) = 4 ⇒ P(A) = 4/12
B = {bola azul} ⇒ n(B) = 3 ⇒ P(B) = 3/12
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
$P(A \cup B) = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \mathbf{\frac{7}{12}}$ **(A)**

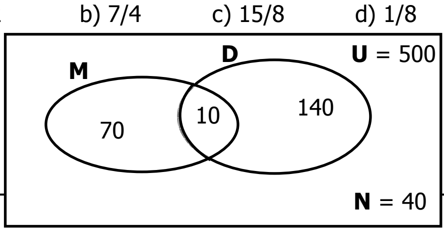
37. Uma urna contém 5 bolas verdes, 4 bolas brancas e 3 bolas azuis. Sorteia-se uma bola. Qual a probabilidade de que ela não seja branca nem azul?
a) 7/12 b) 6/12 c) 5/12 d) 4/12 e) 3/12
S = {5V, 4B, 3A} ⇒ n(S) = 12
A = {bola vermelha} ⇒ n(A) = 5 ⇒ **P(A) = 5/12 (C)**

38. Em um grupo de 500 estudantes, 80 estudam Matemática, 150 estudam Direito e 10 estudam as duas disciplinas. Um aluno é escolhido ao acaso. Qual a probabilidade de que ele estude Direito, mas não estude Matemática?
a) 3/10 b) 7/25 c) 15/23 d) 7/11 e) 15/22



Espaço Amostral: S = 500
D – M = {estude somente Direito} ⇒ n(D – M) = 140
$P(D - M) = \frac{n(D - M)}{n S} = \frac{140}{500} = \frac{14}{50} = \mathbf{\frac{7}{25}}$ **(B)**

39. Em um grupo de 500 estudantes, 80 estudam Matemática, 150 estudam Direito e 10 estudam as duas disciplinas. Um aluno é escolhido ao acaso. Qual a probabilidade de que ele estude Direito, sabendo-se que ele estuda Matemática?
a) 1/2 b) 7/4 c) 15/8 d) 1/8 e) 1/50



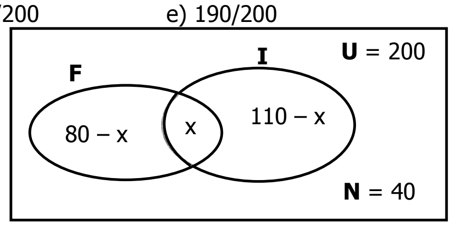
Espaço Amostral: S = 500
Evento A = {Matemática} = 80 ⇒ P(A) = 80/500
Evento B = {Direito} = 150
$A \cap B = 10 \Rightarrow P(A \cap B) = 10/500$
$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{10/500}{80/500} = \frac{10}{500} \cdot \frac{500}{80} = \mathbf{1/8}$ **(D)**

40. Com os dígitos 1, 2, 3, 4 e 5 são formados todos os números possíveis de 4 algarismos. Sorteia-se um deles. Qual é a probabilidade de que ele seja ímpar?
a) 1/2 b) 5/7 c) 2/3 d) 2/5 e) 3/5
Cálculo de n(S):
{1, 2, 3, 4, 5} $\underset{\text{milhar}}{5} \cdot \underset{\text{centena}}{5} \cdot \underset{\text{dezena}}{5} \cdot \underset{\text{unidade}}{5} = 625$
Cálculo de n(A): evento A = {número ímpar}.
{1, 2, 3, 4, 5} $\underset{\text{milhar}}{5} \cdot \underset{\text{centena}}{5} \cdot \underset{\text{dezena}}{5} \cdot \underset{\text{unidade}}{3} = 375$
$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{375\ (\div 125)}{625\ (\div 125)} = \mathbf{\frac{3}{5}}$ **(E)**

41. Uma urna contém 5 bolas verdes, e 3 bolas azuis. Duas bolas são retiradas ao acaso sem reposição. Qual a probabilidade de que as duas bolas sejam azuis?
a) 9/32 b) 3/16 c) 3/28 d) 3/32 e) 9/64
S = {5V, 3A} ⇒ n(S) = 8
A = {bola azul} ⇒ n(A) = 3 ⇒ P(A) = 3/8
B = {bola azul} ⇒ n(B) = 2 ⇒ P(B) = 2/7
$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
$P(A \cap B) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6\ (\div 2)}{56\ (\div 2)} = \mathbf{\frac{3}{28}}$ **(C)**

42. Um conjunto de 15 bolas, algumas vermelhas e outras azuis, foi distribuído entre duas caixas de modo que a caixa I ficou com 3 bolas vermelhas e 2 bolas azuis, enquanto a caixa II ficou com 2 bolas vermelhas e 8 bolas azuis. Uma das caixas é escolhida ao acaso e dela sorteia-se uma bola. Se a bola sorteada é vermelha, qual a probabilidade de que tenha vindo da caixa I?
a) 25% b) 50% c) 60% d) 75% e) 85%
P(Urna I sabendo que a bola é vermelha) = P(I/V) = ?
$P(V \cap I) = P(V) \cdot P(I/V) \Rightarrow P(I/V) = \frac{P(V \cap I)}{P(V)}$
$P(V) = P(V \cap I) + P(V \cap II)$
I : 3 V + 2A → P(I) = **1/2** → P(V/I) = **3/5**
II : 2 V + 8B → P(II) = **1/2** → P(V/II) = 2/10 =**1/5**
$P(V \cap I) = P(I) \cdot P(V/I) = 1/2 \cdot 3/5 = \mathbf{3/10}$
$P(V \cap II) = P(II) \cdot P(V/II) = 1/2 \cdot 1/5 = \mathbf{1/10}$
$P(V) = P(V \cap I) + P(V \cap II) = 3/10 + 1/10 = \mathbf{4/10}$
$P(I/V) = \frac{P(V \cap I)}{P(V)} = \frac{3/10}{4/10} =$ **3/4 ou 75%. (D)**

43. (ESAF/98) De um grupo de 200 estudantes, 80 estão matriculados em Francês. 110 em Inglês e 40 não estão matriculados nem em Inglês nem em Francês. Seleciona-se, ao acaso, um dos 200 estudantes. A probabilidade de que o estudante selecionado esteja matriculado em pelo menos uma dessas disciplinas (isto é, em Inglês ou em Francês) é igual a:
a) 30/200 b) 130/200 c) 150/200
d) 160/200 e) 190/200



200 = 80 – x + x + 110 – x
200 = 230 – x ⇒ x = 230 – 200 ⇒ x = 30
Espaço Amostral: S = 200
Evento F = {Francês} = 80 ⇒ P(F) = 80/200
Evento I = {Inglês} = 110 ⇒ P(I) = 110/200
$F \cap I = 30 \Rightarrow P(F \cap I) = 30/200$
$P(F \cup I) = P(F) + P(I) - P(F \cap I)$
$P(F \cup I) = \frac{80}{200} + \frac{110}{200} - \frac{30}{200} = \mathbf{\frac{160}{200}}$ **(D)**

44. Seis pessoas, entre elas Maria e José, são dispostas em fila ao acaso. Qual a probabilidade de Maria e José ficarem um ao lado do outro?
a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4 d) 1/5 e) 1/6
Espaço amostral: S = P_6 = 6! = 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 720
Evento E ={Maria e José lado a lado}
É como se Maria e José (MJ) fossem uma só pessoa, assim temos que permutar 5 pessoas não fixas. Porém a ordem não é especificada, podemos então, ter também José e Maria (JM) e assim temos que multiplicar por 2.
MJ = P_5 = 5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120
JM = P_5 = 5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = $\underline{120}$
240
$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{240}{720} = \mathbf{\frac{1}{3}}$ **(B)**

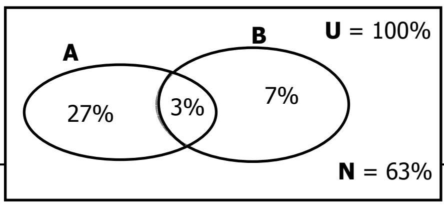
45. Uma moeda é lançada 6 vezes. Qual é a probabilidade de que ocorram exatamente 3 caras?
a) menos de 20% d) entre 40% e 50 %
b) entre 20% e 30 % e) exatamente 50 %
c) entre 30% e 40 %
Espaço amostral: S = 2^6 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 64
Evento E = {3 caras} Ca Ca Ca Co Co Co = 20
(CACACA, quantos anagramas?) $= \frac{6!}{3!.3!} = \frac{6.5.4.3!}{3!.3!} = \frac{6.5.4}{3.2.1} = 20$
$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{20}{64}\frac{(\div 4)}{(\div 4)} = \mathbf{\frac{5}{16} = 0{,}3125 = 31{,}25\%}$ **(C)**

46. Um dado é lançado 3 vezes. Qual é a probabilidade de que ocorra o número 5 exatamente duas vezes?
a) 2/3 b) 10/216 c) 12/216 d) 15/216 e) 18/216
Espaço amostral: S = 6^3 = 6 . 6 . 6 = 216
Evento E = {nº5 duas vezes} = 15

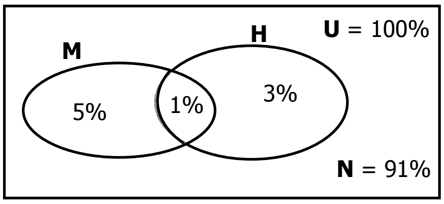
1º lanc.		2º lanc.		3º lanc.	
1	.	1	.	5	= 5 possibilidades
5	.	1	.	1	= 5 possibilidades
1	.	5	.	1	= 5 possibilidades
					15 possibilidades

$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \mathbf{\frac{15}{216}}$ **(D)**

47. (TFC 97) A probabilidade de Agenor ser aprovado no vestibular para o curso de Medicina é igual a 30%. A probabilidade de Bento ser aprovado no vestibular para o curso de Engenharia é igual a 10%. Sabendo-se que os resultados dos respectivos exames são independentes, então a probabilidade de apenas Agenor ser aprovado no vestibular para o curso de Medicina é:
a) 0,10 b) 0,20 c) 0,27 d) 0,30 e) 0,40
$P(A) = 30\% = \frac{30}{100} = 0{,}3$ / $P(B) = 10\% = \frac{10}{100} = 0{,}1$
Eventos independentes ⇒ $P(A \cap B) = P(A) . P(B)$
$P(A \cap B) = 0{,}3 . 0{,}1 = 0{,}03$ ou 3%
$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}3 - 0{,}03 = 0{,}27 =$ **27% (C)**



48. (ESAF 2004) Todos os alunos de uma escola estão matriculados no curso de Matemática e no curso de História. Do total dos alunos da escola, 6% têm sérias dificuldades em Matemática e 4% têm sérias dificuldades em História, e 1% têm sérias dificuldades em Matemática e em História. Você conhece, ao acaso, um dos alunos desta escola, que lhe diz estar tendo sérias dificuldades em História. Então a probabilidade de que este aluno esteja tendo sérias dificuldades também em Matemática é em termos percentuais, igual a:
a) 50% b) 25% c) 1% d) 33% e) 20%



Espaço Amostral: S = 100%
Evento H = {História} = 4% ⇒ P(H) = 4/100
Evento M = {Matemática} = 6%
$H \cap M = 1\% \Rightarrow P(H \cap M) = 1/100$
$P(M/H) = \frac{P(H \cap M)}{P(H)} = \frac{1/100}{4/100} =$ **1/4 ou 25% (B)**

49. (ESAF 2004) Ana é enfermeira de um grande hospital e aguarda com ansiedade o nascimento de três bebês. Ela sabe que a probabilidade de nascer um menino é igual à probabilidade de nascer uma menina. Além disso, Ana sabe que os eventos "nascimento de menino" e "nascimento de menina" são eventos independentes. Deste modo, a probabilidade de que os três bebês sejam do mesmo sexo é igual a:
a) 2/3 b) 1/8 c) 1/2 d) 1/4 e) 3/4

<u>1ª Resolução:</u>
Evento H = {nascer um menino}
Evento M = {nascer uma menina}
1º nascimento = $P(H_1) = 1/2$ $P(M_1) = 1/2$
2º nascimento = $P(H_2) = 1/2$ $P(M_2) = 1/2$
3º nascimento = $P(H_3) = 1/2$ $P(M_3) = 1/2$
$P(H_1 \cap H_2 \cap H_3) = P(H_1) . P(H_2) . P(H_3) = 1/2 . 1/2 . 1/2 = 1/8$
$P(M_1 \cap M_2 \cap M_3) = P(M_1) . P(M_2) . P(M_3) = 1/2 . 1/2 . 1/2 = 1/8$
$P(H \cup M) = P(H) + P(M) = 1/8 + 1/8 = 2/8 =$ **1/4 (D)**
<u>2ª Resolução:</u>

1º Nasc.		2º Nasc.		3º Nasc.	
2	.	2	.	2	= 8 possibilidades

Espaço Amostral: n(S) = 8
Evento A ={3 bebês do mesmo sexo} = {3H , 3M} n(A) = 2
P(A) = n(A)/n(S) = 2/8 = **1/4 (D)**

50. (MF 2009 – ESAF) Ao se jogar um dado viciado, a probabilidade de sair o número 6 é de 20%, enquanto as probabilidades de sair qualquer outro número são iguais entre si. Ao se jogar este dado duas vezes, qual o valor mais próximo da probabilidade de um número par sair duas vezes?
a) 20% b) 27% c) 25% d) 23% e) 50%
Resolução: Temos 20% de probabilidade de sair o 6, restando 80% para as outras 5 faces que possuem a mesma probabilidade (80% ÷ 5 = 16%).
S = { 1, 2, 3, 4, 5, 6} P(1) = 0,16 / P(2) = 0,16 / P(3) = 0,16
P(4) = 0,16 / P(5) = 0,16 / P(6) = 0,2
Evento A = {1ª jogada par} = {2, 4, 6}
P(A) = P(2)+P(4)+P(6) = 0,16 + 0,16 + 0,2 ⇒**P(A) = 0,52**
Evento B = {2ª jogada par} = {2, 4, 6}

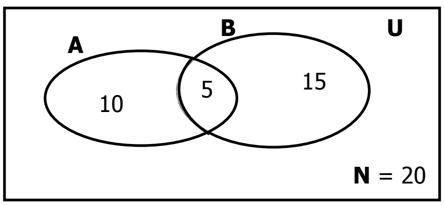
P(B) = P(2)+P(4)+P(6) = 0,16 + 0,16 + 0,2 ⇒**P(B) = 0,52**
Os eventos são independentes, portanto:
P(A ∩ B) = P(A) . P(B) = 0,52 . 0,52=0,2704= **27,04%(B)**

51. (MF 2009 – ESAF) Ao se jogar um dado honesto três vezes, qual o valor mais próximo da probabilidade de o número 1 sair exatamente uma vez?
a) 35% b) 17% c) 7% d) 42% e) 58%
Espaço amostral: S = 6^3 = 6 . 6 . 6 = 216 possibilidades
Evento A = {nº1 uma vez} = 75
$\underset{1º\ lanc.}{\underline{1}} \cdot \underset{2º\ lanc.}{\underline{5}} \cdot \underset{3º\ lanc.}{\underline{5}}$ = 25 possibilidades
$\underset{1º\ lanc.}{\underline{5}} \cdot \underset{2º\ lanc.}{\underline{1}} \cdot \underset{3º\ lanc.}{\underline{5}}$ = 25 possibilidades
$\underset{1º\ lanc.}{\underline{5}} \cdot \underset{2º\ lanc.}{\underline{5}} \cdot \underset{3º\ lanc.}{\underline{1}}$ = $\underline{25}$ possibilidades
75 possibilidades
P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{75}{216}$ = 0,347 ou **34,7% (A)**

52. Há apenas dois modos, mutuamente excludentes, de Genésio ir para Genebra participar de um congresso: ou de navio ou de avião. A probabilidade de Genésio ir de navio é de 40% e de ir de avião é de 60%. Se ele for de navio, a probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 8,5%. Se ele for de avião, a probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 1%. Sabe-se que Genésio chegou com dois dias de atraso para participar do congresso em Genebra. A probabilidade de ele ter ido de avião é de:
a) 5% b) 8% c) 10% d) 15% e) 18%
Evento C = {chegar 2 dias atrasado}
P(A/C) = $\frac{P(C \cap A)}{P(C)}$ = ?
P(C) = P(N ∩ C) + P(A ∩ C) = P(N) . P(C/N) + P(A) . P(C/A)
P(N) = 40% = 0,4 P(C/N) = 8,5% = 0,085
P(A) = 60% = 0,6 P(C/A) = 1,0% = 0,01
P(C) = 0,4 . 0,085 + 0,6 . 0,01 = 0,034 + 0,006 = 0,04
P(A ∩ C) = P(C ∩ A) = 0,006
P(A/C) = $\frac{P(C \cap A)}{P(C)} = \frac{0,006}{0,04}$ = 0,15 = **15% (D)**

53. Em uma urna há 5 bolas pretas, 4 bolas brancas e 3 bolas verdes. Deseja-se retirar, aleatoriamente, certa quantidade de bolas dessa urna. O número mínimo de bolas que devem ser retiradas para que se tenha a certeza de que entre elas haverá 2 de mesma cor é:
a) 8 b) 7 c) 5 d) 4 e) 3
A única maneira de se ter certeza de que haverá duas bolas da mesma cor, é se tivermos retirado uma de cada cor (3 retiradas), a quarta retirada com certeza será uma bola de cor repetida a uma das bolas já retiradas. Portanto o número mínimo seria **4. (D)**

54. No diagrama abaixo, os números indicados representam o número de elementos dos subconjuntos do universo U. Com esses dados, calcule P(A ∪ B):



a) 20% b) 50% c) 60% d) 40% e) 70%
U = 20 + 10 + 5 + 15 = 50 ⇒ n(S) = 50
(A ∪ B) = 10 + 5 + 15 = 30 ⇒ n(A ∪ B) = 30
P(A ∪ B) = $\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$ = 0,6 = 60% **(C)**

55. Escolhendo entre 3 casais, um elemento de cada, qual a probabilidade de que todos sejam do mesmo sexo?
a) 3/4 b) 1/4 c) 1/2 d) 1/8 e) 2/3
<u>1ª Resolução:</u>
Evento A = {Escolha de três homens}
Evento B = {Escolha de três mulheres}
Os eventos são independentes.
1º casal = P(H) = 1/2 P(M) = 1/2
2º casal = P(H) = 1/2 P(M) = 1/2
3º casal = P(H) = 1/2 P(M) = 1/2
P(A) = $P(H_1) . P(H_2) . P(H_3)$ = 1/2 . 1/2 . 1/2 = 1/8
P(B) = $P(M_1) . P(M_2) . P(M_3)$ = 1/2 . 1/2 . 1/2 = 1/8
P(A ∪ B) = P(A) + P(B) = 1/8 + 1/8 = 2/8 = **1/4 (B)**
<u>2ª Resolução:</u>
$\underset{1º\ Esc.}{\underline{2}} \cdot \underset{2º\ Esc.}{\underline{2}} \cdot \underset{3º\ Esc.}{\underline{2}}$ = 8 possibilidades
Espaço Amostral: n(S) = 8
Evento A = {3 do mesmo sexo} = {3H , 3M} n(A) = 2
P(A) = n(A)/n(S) = 2/8 = **1/4 (B)**

56. Uma classe tem 8 meninos e 4 meninas. Se três estudantes são escolhidos ao acaso, o percentual aproximado da probabilidade de que sejam todos meninos é:
a) 66% b) 55% c) 45% d) 33% e) 25%
<u>1ª Resolução:</u> S = {8H, 4M} ⇒ n(S) = 12
Evento H_1 = {Homem} ⇒ $n(H_1) = 8$ ⇒ $P(H_1) = 8/12$
Evento H_2 = {Homem} ⇒ $n(H_2) = 7$ ⇒ $P(H_2) = 7/11$
Evento H_3 = {Homem} ⇒ $n(H_3) = 6$ ⇒ $P(H_3) = 6/9$
$P(H_1 \cap H_2 \cap H_3) = P(H_1) . P(H_2) . P(H_3)$
$P(H_1 \cap H_2 \cap H_3) = \frac{8}{12} . \frac{7}{11} . \frac{6}{10} = \frac{336\ (\div 24)}{1320\ (\div 24)} = \frac{14}{55}$ **=** 0,25
$P(H_1 \cap H_2 \cap H_3)$ = 25% (E)
<u>2ª Resolução:</u>
Total de escolhas de 3 alunos entre 12 alunos:
$\underset{1º\ Esc.}{\underline{12}} \cdot \underset{2º\ Esc.}{\underline{11}} \cdot \underset{3º\ Esc.}{\underline{10}}$ = 1320 ⇒ n(S) = 1320
Evento H = {3 meninos}
$\underset{1º\ Esc.}{\underline{8}} \cdot \underset{2º\ Esc.}{\underline{7}} \cdot \underset{3º\ Esc.}{\underline{6}}$ = 336 ⇒ n(A) = 336
P(H) = $\frac{n(H)}{n(S)} = \frac{336\ (\div 24)}{1320\ (\div 24)} = \frac{14}{55}$ **=** 0,25 = **25% (E)**

57. No lançamento simultâneo de dois dados perfeitos e honestos, qual a probabilidade de não sair a soma 6?
a) 31/36 b) 25/36 c) 9/8 d) 5/36 e) 5/12
Primeiro devemos calcular a probabilidade de sair a soma 6, depois calcular a probabilidade do evento complementar.
Espaço Amostral: {lançamento de dois dados} ⇒ n(S) = 36
Evento A: {Soma 6} ⇒ A = {(1,5); (2,4); (3,3); (4,2); (5,1)}
P(A) = n(A)/n(S) = 5/36
P(~A) = 1 – P(A) = 1 – 5/36 ⇒ **P(~A) = 31/36 (A)**

58. João lança um dado sem que Antonio veja. João diz que o número mostrado pelo dado é ímpar. Qual a probabilidade de Antonio descobrir esse número?
a) 13,5% b) 23,6% c) 33,3% d) 36,3% e) 70%
Espaço Amostral: {número ímpar} = {1, 3, 5} ⇒ n(S) = 3
Evento A: {um palpite} ⇒ n(A) = 1
P(A) = n(A)/n(S) = 1/3 = 0,3333... = **33,3% (C)**

59. Uma urna tem 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10. Se retirarmos uma bola da urna, qual a probabilidade de não ser a bola número 8?
a) 95% b) 90% c) 85% d) 80% e) 70%
Espaço Amostral: {1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10} ⇒ n(S) = 10
Evento A: {não sair 8} ⇒ A = {1, 2 , 3, 4, 5, 7, 9, 10}
P(A) = n(A)/n(S) = 9/10 = 0,9 = **90% (B)**

60. Em uma bandeja há 10 pastéis, dos quais 3 são de carne, 3 são de queijo e 4 de camarão. Se Fabiana retirar aleatoriamente

e sem reposição, dois pastéis dessa bandeja, a probabilidade de que os dois pastéis retirados sejam de camarão é:
a) 3/25 b) 4/25 c) 2/15 d) 2/5 e) 4/5
Espaço amostral: {3Car, 3Que, 4Cam} ⇒ n(S) = 10
Evento A: {camarão} ⇒ n(A) = 4 ⇒ P(A) = 4/10
Como não houve reposição, ficaram 3 pastéis de camarão num espaço amostral de 9 pastéis.
Evento B: {camarão} ⇒ n(B) = 3 ⇒ P(B) = 3/9
$P(A \cap B) = P(A) . P(B)$
$P(A \cap B)$ $= \frac{4}{10} . \frac{3}{9} = \frac{12}{90} \frac{(\div 6)}{(\div 6)} = \mathbf{\frac{2}{15}}$ **(C)**

Para responder as questões de 61 a 63, considere a seguinte informação: Uma urna tem 3 bolas vermelhas e 5 verdes.

61. Uma bola é retirada ao acaso. Qual a probabilidade dela ser vermelha?
a) 1/3 b) 3/5 c) 1/8 d) 3/8 e) 5/8
Espaço amostral S: {3vermelhas, 5verdes} ⇒ n(S) = 8
Evento A: {bola vermelha} ⇒ n(A) = 3
P(A) = n(A)/n(S) = **3/8 (D)**

62. Duas bolas são retiradas, uma após a outra, **sem** reposição, qual a probabilidade de ambas serem verdes?
a) 5/8 b) 4/7 c) 5/4 d) 7/8 e) 5/14
Espaço amostral S: {3vermelhas, 5verdes} ⇒ n(S) = 8
Evento A: {bola verde} ⇒ n(A) = 5 ⇒ P(A) = 5/8
Como não houve reposição, ficaram 4 bolas verdes num espaço amostral de 7 bolas.
Evento B: {bola verde} ⇒ n(B) = 4 ⇒ P(B) = 4/7
$P(A \cap B) = P(A) . P(B)$
$P(A \cap B)$ $= \frac{5}{8} . \frac{4}{7} = \frac{20}{56} \frac{(\div 4)}{(\div 4)} = \mathbf{\frac{5}{14}}$ **(E)**

63. Duas bolas são retiradas, uma após a outra, **com** reposição, qual a probabilidade de ambas serem verdes?
a) 25/64 b) 4/7 c) 10/16 d) 5/8 e) 5/14
Espaço amostral S: {3vermelhas, 5verdes} ⇒ n(S) = 8
Evento A: {bola verde} ⇒ n(A) = 5 ⇒ P(A) = 5/8
Evento B: {bola verde} ⇒ n(B) = 5 ⇒ P(B) = 5/8
$P(A \cap B) = P(A) . P(B)$
$P(A \cap B)$ $= \frac{5}{8} . \frac{5}{8} = \mathbf{\frac{25}{64}}$ **(A)**

64. Formam-se os anagramas da palavra VESTIBULAR. Escolhe-se um anagrama aleatoriamente. Pergunta-se qual a probabilidade do anagrama escolhido começar por vogal e terminar por consoante?
a) 4/15 b) 3/16 c) 5/17 d) 8/19 e) 7/17
Espaço amostral: {total de anagramas}=10.9.8.7.6.5.4.3.2.1
Evento A: {inicio vogal,final consoante} = 4.8.7.6.5.4.3.2.1.6
P(A)$= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4 . \cancel{8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1} . 6}{10 . 9 . \cancel{8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1}} = \frac{4 . 6}{10 . 9} = \mathbf{\frac{4}{15}}$ **(A)**

65. Uma clínica especializada trata 3 tipos de moléstias: X, Y e Z. 50% dos que procuram a clínica são portadores de X, 40% são portadores de Y e 10% de Z. As probabilidades de cura são: X = 0,8; Y = 0,9 e Z = 0,95. Um enfermo saiu curado da clínica. Qual a probabilidade de que ele sofresse da moléstia Y?
a) 30% b) 36% c) 40% d) 42% e) 45%
Evento C = {enfermo curado}
$P(Y/C) = \frac{P(C \cap Y)}{P(C)} = ?$
$P(C) = P(X \cap C) + P(Y \cap C) + P(Z \cap C) =$
P(C) = P(X) . P(C/X) + P(Y) . P(C/Y) + P(Z) . P(C/Z)
P(X) = 50% = 0,5 P(C/X) = 0,8
P(Y) = 40% = 0,4 P(C/Y) = 0,9
P(Z) = 10% = 0,1 P(C/Z) = 0,95
P(C) = 0,5 . 0,8 + 0,4 . 0,9 + 0,1 . 0,95
P(C) = 0,4 + 0,36 + 0,095 = 0,855
$P(Y \cap C) = P(C \cap Y) = 0,36$
$P(Y/C) = \frac{P(C \cap Y)}{P(C)} = \frac{0,36}{0,855} = 0,42 =$ **42%**

66. (UnB/CESPE) Muitas pessoas têm buscado na atividade física uma saída para o estresse da vida moderna. Em uma pesquisa, solicitou-se a 220 pessoas que respondessem à seguinte pergunta: Você pratica algum tipo de atividade física? Os resultados da pesquisa estão descritos na tabela abaixo:

sexo	sim	não
feminino	46	82
masculino	38	54

Considerando essa amostra e escolhendo-se ao acaso uma pessoa que pratica alguma atividade física, a probabilidade de ela ser do sexo masculino:
a) é inferior a 42%;
b) está entre 42% e 46%;
c) está entre 47% e 51%;
d) está entre 52% e 56%;
e) é inferior a 56%.
Espaço Amostral: {sim} = {46 + 38} ⇒ n(S) = 84
Evento A: {sexo masculino} ⇒ n(A) = 38
P(A) = n(A)/n(S) = 38/84 = 0,4523 = **45,23% (B)**

67. A probabilidade de um gato estar vivo daqui a 5 anos é 3/5. A probabilidade de um cão estar vivo daqui a 5 anos é 4/5. Considerando os eventos independentes, a probabilidade de somente o cão estar vivo daqui a 5 anos é de:
a) 2/25 b) 8/25 c) 2/5 d) 3/25 e) 4/5
Evento G: {gato vivo} ⇒ P(G) = 3/5 e P(~G) = 2/5
Evento C: {cão vivo} ⇒ P(C) = 4/5 e P(~C) = 1/5
$P(C \cap \sim G) =$ $P(C) . P(\sim G) = \frac{4}{5} . \frac{2}{5} =$ **8/25 (B)**

68. Em uma sala de aula estão 4 meninas e 6 meninos. Três das crianças são sorteadas para constituírem um grupo de dança. A probabilidade de as três crianças escolhidas serem todas do mesmo sexo é:
a) 0,10 b) 0,12 c) 0,15 d) 0,20 e) 0,24
Total de escolhas de 3 alunos entre 10 alunos:
$\frac{10}{1^o \text{ Esc.}} . \frac{9}{2^o \text{ Esc.}} . \frac{8}{3^o \text{ Esc.}} = 720 \Rightarrow n(S) = 720$
Evento M = {3 mulheres}
$\frac{4}{1^o \text{ Esc.}} . \frac{3}{2^o \text{ Esc.}} . \frac{2}{3^o \text{ Esc.}} = 24 \Rightarrow n(M) = 24$
P(M) $= \frac{n(M)}{n(S)} = \frac{24}{720} \frac{(\div 24)}{(\div 24)} =$ **1/30**
Evento H = {3 homens}
$\frac{6}{1^o \text{ Esc.}} . \frac{5}{2^o \text{ Esc.}} . \frac{4}{3^o \text{ Esc.}} = 120 \Rightarrow n(H) = 120$
P(H) $= \frac{n(H)}{n(S)} = \frac{120}{720} \frac{(\div 120)}{(\div 120)} =$ **1/6** **(D)**
$P(M \cup H) =$ $P(A) + P(B) = \frac{1}{30} + \frac{1}{6} = \frac{1 + 5}{30} = \frac{6}{30} = 0,2 =$ **20%**

69. Um grupo de 100 moças é classificado de acordo com a cor dos cabelos e dos olhos de cada uma, segundo a tabela:

Cabelos	Cor dos Olhos	
	Azuis	Castanhos
Loira	34	18

Morena	8	28
Ruiva	6	6

Escolhendo-se uma moça ao acaso, qual a probabilidade da mesma ser loira e de olhos castanhos?

a) 9/50 b) 17/26 c) 26/50 d) 9/100 e) 9/26

Evento L: {loira} = {52} $\Rightarrow$ P(L) = 52/100

Evento C/L: {olhos cast. dentre as loiras} = {18}

P(C/L) = 18/52

$P(C \cap A) = P(L) . P(C/L) = \frac{52}{100} . \frac{18}{52} = 18/100 =$ **9/50 (A)**

70. (Unopar-PR) A probabilidade de você ganhar uma bicicleta numa rifa de 100 números da qual você comprou quatro números é:

a) 2/5 b) 1/10 c) 1/25 d) 1/30 e) 1/50

Espaço amostral: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6,..., 100} $\Rightarrow$ n(S) = 100

Evento: A = {ganhar com 4 números} $\Rightarrow$ n(A) = 4

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{100} =$ **1/25 (C)**

71. (Mackenzie-SP) Em uma urna são colocadas 60 bolas iguais, numeradas de 1 a 60. A probabilidade de sortearmos, sucessivamente, com reposição, 3 bolas com números que são múltiplos de 5, é:

a) 8% b) 0,8% c) 0,08% d) 0,008%

Espaço amostral: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6,..., 60} $\Rightarrow$ n(S) = 60

Evento: A = {múlt. de 5}

A = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60}$\Rightarrow$ n(A) = 12

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{60} = 1/5$

Evento: B = {múlt. de 5}

B = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60}$\Rightarrow$ n(B) = 12

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{12}{60} = 1/5$

Evento: C = {múlt. de 5}

C = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60}$\Rightarrow$ n(C) = 12

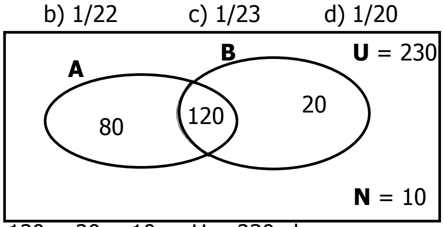
$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{12}{60} = 1/5$

$P(A \cap B \cap C) = P(A) . P(B) . P(C) = \frac{1}{5} . \frac{1}{5} . \frac{1}{5} = \frac{1}{125} = 0{,}008$

$P(A \cap B \cap C)$ = 0,8% (B)

72. (Estácio-RJ) Em um concurso caíram dois problemas, *A* e *B.* Sabe-se que 200 candidatos acertaram o problema *A,* 90 erraram o problema B, 120 acertaram os dois problemas e 100 acertaram apenas um problema. Qual a probabilidade de que um candidato, escolhido ao acaso, não tenha acertado nenhum problema?

a) 1/18 b) 1/22 c) 1/23 d) 1/20 e) 1/10



U = 80 + 120 + 20 + 10 $\Rightarrow$ U = 230 alunos

$P\sim(A \cup B)$ $= \frac{n\sim(A \cup B)}{n(S)} = 10/230 =$ **1/23 (C)**

73. (CESGRANRIO) As probabilidades de três jogadores marcarem um gol cobrando um pênalti são, respectivamente, 1/2, 2/5 e 5/6. Se cada um bater um único pênalti, a probabilidade de todos errarem é igual a:

a) 3% b) 5% c) 17% d) 20% e) 25%

P(A) = 1/2, P(B) = 2/5, P(C) = 5/6

P(A) = 1/2 $\Rightarrow$ P(~A) = 1 – P(A) = 1 – 1/2 $\Rightarrow$ P(~A) = 1/2

P(B) = 2/5 $\Rightarrow$ P(~B) = 1 – P(B) = 1 – 2/5 $\Rightarrow$ P(~B) = 3/5

P(C) = 5/6 $\Rightarrow$ P(~C) = 1 – P(C) = 1 – 5/6 $\Rightarrow$ P(~C) = 1/6

$P(\sim A \cap \sim B \cap \sim C) = P(\sim A) . P(\sim B) . P(\sim C) = \frac{1}{2} . \frac{3}{5} . \frac{1}{6} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$

$P(\sim A \cap \sim B \cap \sim C)$ = 0,05 = 5% (B)

74. Uma urna contém bolas de plástico, todas do mesmo tamanho e massa, numeradas de 2 a 21, sem repetição. A probabilidade de se sortear um número primo ao pegarmos uma única bola, aleatoriamente, é de:

a) 45% b) 40% c) 35% d) 30% e) 25%

Espaço amostral: S = {2, 3, 4, 5, 6,..., 21} $\Rightarrow$ n(S) = 20

Evento: A = {nº primo} = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19} n(S) = 8

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{20} =$ **0,4 ou 40% (B)**

75. (FGV-SP) Um lote com 20 peças contém duas defeituosas. Sorteando-se 3 peças desse lote, sem reposição, a probabilidade de que todas sejam não-defeituosas é:

a) 68/95 b) 70/95 c) 72/95 d) 74/95 e) 76/95

Espaço amostral: S = {18nd, 2d} $\Rightarrow$ n(S) = 20

Evento: A = {não defeituosa} $\Rightarrow$ P(A) = 18/20 = 9/10

Evento: B = {não defeituosa} $\Rightarrow$ P(B) = 17/19

Evento: C = {não defeituosa} $\Rightarrow$ P(C) = 16/18 = 8/9

$P(A \cap B \cap C) = P(A) . P(B) . P(C) = \frac{9}{10} . \frac{17}{19} . \frac{8}{9} = \frac{17 . 4}{5 . 19}$

$P(A \cap B \cap C)$ = 68/95 (A)

76. (UCSal-BA) Em uma travessa há 20 pastéis, sendo 20% deles recheados com carne, 30% com palmito, 25% com frango e os restantes com queijo, não sendo possível identificar o recheio sem abri-los. Uma pessoa escolheu um pastel ao acaso e o comeu. Em seguida, escolheu um outro ao acaso e também o comeu. A probabilidade de ela ter comido primeiro um pastel de carne e depois um de queijo é:

a) 1/40 b) 1/35 c) 1/28 d) 1/20 e) 1/19

Carne = 20 . 0,2 = 4

Palmito = 20 . 0,3 = 6

Frango = 20 . 0,25 = 5

Queijo = 20 – 15 = 5

Espaço amostral: S = {4c, 6p, 5f, 5q} $\Rightarrow$ n(S) = 20

Evento: A = {1º pastel de carne} $\Rightarrow$ P(A) = 4/20 = 1/5

Evento: B = {2º pastel de queijo} $\Rightarrow$ P(B) = 5/19

$P(A \cap B)$ $= P(A) . P(B) = \frac{1}{5} . \frac{5}{19} =$ **1/19 (E)**

PORCENTAGEM

1. RAZÃO CENTESIMAL

É toda razão cujo denominador é igual a 100.

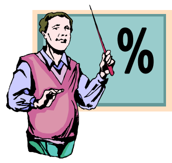
Ex: $\frac{6}{100}$, $\frac{43}{100}$, $\frac{152}{100}$, $\frac{270}{100}$

2. TAXA PORCENTUAL (i)

Quando substituímos o quociente 100 pelo símbolo % (por cento), temos uma taxa porcentual.

Ex: $\frac{6}{100}$ = 6 % (seis por cento)

$\frac{43}{100}$ = 43 % (quarenta e três por cento)



3. FORMA UNITÁRIA (DECIMAL)

Além de se expressar sob a forma de razão centesimal, ou taxa porcentual, também se pode usar a forma unitária (decimal) o que agiliza bastante os cálculos.

Ex: $6\% = \frac{6}{100} = 0{,}06$ $43\% = \frac{43}{100} = 0{,}43$

$152\% = \frac{152}{100} = 1{,}52$ $100\% = \frac{100}{100} = 1$

100 100

4. FATOR DE ATUALIZAÇÃO

O fator de atualização (f) é a razão entre dois valores de uma grandeza em tempos diferentes (passado, presente, futuro). O fator de atualização é a ferramenta mais indicada para quem quer trabalhar com Matemática Financeira, seja na preparação para os vestibulares, concursos públicos ou até mesmo na vida cotidiana.

$$f = \frac{\text{Valor novo}(V_n)}{\text{Valor velho}(V_0)}$$

Na divisão entre dois valores quaisquer, só existem três resultados possíveis. Ou resulta 1, ou maior que 1, ou menor que 1.

4.1. FATOR NEUTRO (f = 1)

Quando o resultado da divisão é igual a 1, significa que os dois valores são iguais, portanto, nenhum é maior ou menor do que o outro. **Um valor é 100% do outro**. Por isso diz-se que f = 1 é o fator neutro, ou seja, não houve variação entre o valor novo e o valor velho.

4.2. AUMENTO (f >1)

No caso da divisão resultar em um número maior do que 1, como por exemplo $V_n/V_0 = 1{,}05$ poderemos entender que V_n é 5% maior do que V_0, ou seja houve um aumento de 5% entre o valor velho (V_0) e o valor novo (V_n).

Se uma mercadoria de valor inicial V_0 for vendida com um acréscimo de ***i%***, o seu valor de venda V_n será dado por:

$V = V_0 + i\%$ de $V_0 = V_0 + i \cdot V_0 \Rightarrow \boxed{V_n = V_0.(1 + i)}$

Dizemos que i é a taxa de aumento e (1 + i) é o fator de atualização, ou seja, **para aumentar um valor, basta multiplicar por (1 + i).**

Ex: Se uma mercadoria custa R$ 200,00 e vai ser aumentada em 5% qual o seu novo valor?

Pela regra de três: 200----100%

x----5% → $x = \frac{200 \cdot 5}{100} = 10{,}00$

Como R$10,00 representa 5% de R$ 200,00, o novo valor será R$ 200 + R$ 10,00 = 210,00.

Calculando o aumento de uma maneira direta teremos:

$V = V_0.(1 + i) = 200 \cdot (1 + 0{,}05) = 200 \cdot 1{,}05 = 210{,}00$

4.3. DESCONTO (f< 1)

No caso da divisão resultar em um número menor do que 1, como por exemplo $V_n/V_0 = 0{,}90$ também poderemos entender que V_n é 10% menor do que V_0, ou seja houve um abatimento de 10% entre o valor velho(V_0) e o valor novo(V_n).

Se uma mercadoria de valor inicial V_0 for vendida com um desconto de ***i%***, o seu valor de venda ***V*** será dado por:

$V = V_0 - i\%$ de $V_0 = V_0 - i \cdot V_0 \Rightarrow \boxed{V_n = V_0.(1 - i)}$

Dizemos que i é a taxa de desconto e (1 – i) é o fator de atualização, ou seja, **para descontar um valor, basta multiplicar por (1 – i).**

Ex: Se uma mercadoria custa R$ 400,00 e vai ter um abatimento de 10% qual o seu novo valor?

Pela regra de três: 400----100%

x----10% → $x = \frac{400 \cdot 10}{100} = 40{,}00$

Como R$ 40,00 representa 10% de R$ 400,00, o novo valor será R$ 400 – R$ 40,00 = 360,00.

Calculando o desconto de uma maneira direta teremos:

$V = V_0.(1 - i) = 400 \cdot (1 - 0{,}1) = 400 \cdot 0{,}9 = 360{,}00$

5. AUMENTOS E/OU ABATIMENTOS SUCESSIVOS

Para compor vários aumentos e/ou abatimentos, basta multiplicar os vários fatores individuais e assim obter o fator "acumulado", que nada mais é que o fator de atualização entre o primeiro e o último valor considerado.

Aumentos Sucessivos ⇒ $\boxed{V_n = V_0.(1 + i_1).(1 + i_2)...(1 + i_n)}$

Ex: A produção de uma indústria automobilística é de 200.000 veículos por ano. Ela planeja aumentar a produção para 5% no próximo ano e 10% no ano seguinte. Após esses aumentos a produção da fábrica será de:

P = 200000(1+0,05)(1+0,10)
P = 200000(1,05)(1,10)
P = 200000 . 1,155 ⇒ **P = 231.000 veículos**

Abatimentos Sucessivos ⇒ $\boxed{V_n = V_0.(1 - i_1).(1 - i_2)...(1 - i_n)}$

Ex: Certa empresa demite 20% de seus 8000 empregados num determinado mês. No mês seguinte, há nova demissão de 10%. Qual o número de empregados restantes? Qual o percentual de demissões?

E = 8000(1 – 0,2)(1 – 0,1)
E = 8000 . 0,8 . 0,9
E = 8000 . 0,72 ⇒ **E = 5.760 empregados**
% = 1 – 0,72 = 0,28 (x 100) ⇒% = **28%**

Ex: Um produto teve um aumento de 15%, em seguida sofreu um abatimento de 10%. Qual o seu percentual acumulado de variação?

$f_1 = (1+0{,}15)$, $f_2 = (1 - 0{,}10)$
$f_{acumulado} = 1{,}15 \cdot 0{,}9 = 1{,}035 \cdot 100 = 103{,}5\% - 100\% =$ **3,5%**

6. OPERAÇÕES COM MERCADORIAS

Nas operações percentuais que envolvem transações comerciais com mercadorias, o cálculo pode ser feito sobre o **preço de custo** ou sobre o **preço de venda**.

Assim, numa transação com os mesmo dados, se pode ter duas taxas diferentes: uma calculada sobre o preço de custo e outra sobre o preço de venda.

OBS: Quando um problema que envolve operações percentuais sobre mercadorias, o enunciado não diz explicitamente se o cálculo foi feito **sobre o custo** ou **sobre a venda**, considera-se sempre **o custo**.

Quatro casos podem ocorrer, veja um exemplo de cada:

6.1. Lucro sobre a Compra (Valor de referência = C).

Ex: Por quanto devo vender um objeto que comprei por R$ 80,00 a fim de obter um lucro de 30% sobre a compra?

Solução: Este é caso mais simples que ocorre no cálculo de lucro. O valor de referência vale 100%, que no caso é o **preço de compra**. Sabe-se que o **preço da venda é a soma do preço de compra com o lucro** (V = C + L):

C + L = V
100% + 30% = 130%

80--------100%
L-----------30%
$L = \frac{80 \cdot 30}{100} = 24{,}00$

O objeto será vendido por: **V** = 80 + 24 = **R$ 104,00**

Cálculo direto:

V = C + L = C + 0,3C = 1,3C = 1,3 . 80 = **104,00**

6.2. Prejuízo sobre a Compra (Valor de referência = C).

Ex: Calcular o prejuízo e preço de venda de um objeto que comprei por R$ 600,00, tendo uma perda de 20% sobre a compra.

C – P = V

100% – 20% = 80%
600------100%
P----------20%
$P = \frac{600\ .\ 20}{100} = 120,00$
O objeto será vendido por: **V** = 600 – 120 = **R$ 480,00**
Cálculo direto:
V = C – P = C – 0,2C = 0,8C = 0,8 . 600 = 480,00

6.3. Lucro sobre a venda (Valor de referência = V)
Ex: Calcular o lucro e por quanto devo vender um objeto que comprei por R$ 120.000,00 para ganhar 25% sobre o preço de venda.
C + L = V
75% + 25% = 100%
120000----75%
L-----------25%
$L = \frac{120000\ .\ 25}{75} = 40.000,00$
V = 120000 + 40000 = **R$ 160.000,00**
Cálculo direto:
V = C + L = C + 0,25V ⇒ V – 0,25V = C ⇒ 0,75V = C
V = C/0,75 = 120000/0,75 = **160.000,00**

6.4. Prejuízo sobre a venda
Ex: Determinar o prejuízo e preço de venda de um objeto que comprei por R$ 230.000,00, tendo perdido 15% do preço de venda.
C – P = V
115% – 15% = 100%
230000----115%
P-------------15%
$P = \frac{230000\ .\ 15}{115} = 30.000,00$
V = 230000 – 30000 = **R$ 200.000,00**
Cálculo direto:
V = C – P = C – 0,15V ⇒ V + 0,15V = C ⇒ 1,15V = C
V = C/1,15 = 230000/1,15 = **200.000,00**

TESTES – PORCENTAGEM

01. Um atirador faz 320 disparos contra um alvo, tendo acertado 288 vezes. Qual foi a porcentagem de tiros certos e qual foi a de tiros errados?
a) 70% e 30% b) 80% e 20% c) 78% e 22%
d) 90% e 10% e) 75% e 25%
320---100%
288----- x%
$x\% = \frac{288\ .\ 100}{320}$ = **90% acertos(D)**
10% errados
Cálculo direto ⇒ $\frac{288}{320}$ = 0,9 . 100 = **90% acertos e 10% erros**

02. Numa firma, 25% dos trabalhadores são temporários e os 180 restantes são efetivos. Qual o total de trabalhadores?
a) 240 b) 230 c) 220 d) 210 e) 200
25% = Temporários / (75%) = Efetivos = 180
180 ------- 75%
x ------100%
$x = \frac{180\ .\ 100}{75}$ = **240 (A)**
Cálculo direto ⇒ $\frac{180}{0,75}$ = **240**

03. Na 6ª série B, 6 alunos foram reprovados, o que representa 15% do número de alunos da classe. Quantos alunos há na 6ª série B?
a) 38 b) 40 c) 42 d) 45 e) 50
6--------15%
x--------100%
$x = \frac{6\ .\ 100}{15}$ = **40 alunos (B)**
Cálculo direto ⇒ $\frac{6}{0,15}$ = **40 alunos.**

04. (SEAD/SEEL) Num treinamento de basquete, dos 25 lançamentos feitos por Nenê ele converteu 18; dos 50 lançamentos feitos por Oscar, ele acertou 36. Sendo assim, o aproveitamento de:
a) Oscar foi 25% melhor que o de Nenê.
b) Nenê foi 25% melhor que o de Oscar.
c) Oscar foi 50% melhor que o de Nenê.
d) Nenê foi 50% melhor que o de Oscar.
e) Nenê e Oscar foram iguais.
Nenê = 18/25 = 0,72 . 100 ⇒ **72%**
Oscar = 36/50 = 0,72 . 100 ⇒ **72% (E)**

05. (UFPA 2006) Um vendedor recebe comissão de 1,5% sobre o preço de venda de certo produto. De quanto foi a comissão desse vendedor na época natalina, quando vendeu 20 unidades desse produto, cujo preço unitário era de R$ 600,00?
a) R$ 9,00 b) R$ 45,00 c) R$ 90,00
d) R$180,00 e) R$ 360,00
600 x 20 = 12000
12000-----100%
x-----1,5%
$x = \frac{12000\ .\ 1,5}{100}$ = **180,00 (D)**
Cálculo direto ⇒ 12000 . 0,015 = **180,00**

06. Um produto com preço R$ 150,00 tem seu valor reajustado em 18%. O seu novo preço é:
a) R$ 177,00 b) R$ 175,00 c) R$ 173,00
d) R$ 171,00 e) R$ 179,00
150----100%
x----118%
$x = \frac{118\ .\ 150}{100}$ = **177,00(A)**
Cálculo direto ⇒ $V_n = V_0.(1 + i)$ = 150 . (1 + 0,18) =
V_n = 150 . 1,18 = **177,00**

07. Um produto com preço R$ 150,00 tem seu valor reduzido em 18%. O seu novo preço é:
a) R$ 121,00 b) R$ 125,00 c) R$ 123,00
d) R$127,00 e) R$ 129,00
150-----100%
x------82%
$x = \frac{82\ .\ 150}{100}$ = **123,00 (C)**
Cálculo direto ⇒ $V_n = V_0.(1 – i)$ = 150 . (1 – 0,18)
V_n = 150 . 0,82 = **123,00**

08. Um equipamento tem seu preço reajustado de R$ 2.750,00 para R$ 3.080,00. Neste caso, o percentual de acréscimo foi:
a) 10% b) 16% c) 18% d) 12% e) 14%
2750----100%
3080-------x%
$x = \frac{3080\ .\ 100}{2750}$ = 112% – 100% = **12%(D)**
Cálculo direto ⇒ $f = \frac{\text{Valor novo}(V_n)}{\text{Valor velho}(V_0)} = \frac{3080}{2750}$ = 1,12 (X100) =
f = 112% – 100% = **12%**

09. (FGV-SP) Analisando os dados para o concurso vestibular, nas modalidades Administração e Direito, uma faculdade concluiu que:
- 80% do número total de candidatos optaram pela modalidade Administração.
- 70% do total de candidatos eram do sexo masculino.
- 50% do número de candidatos em Direito eram do sexo masculino.
- 500 mulheres optaram pela modalidade Direito.

Baseado nestes dados, O número de candidatos do sexo masculino para Administração foi:
a) 4000 b) 3500 c) 3000 d) 1500 e) 1000
Montando um quadro de informações, temos:

	ADM.	DIR.	TOTAL
Homens	60%**(3000)**	50% = 10%T(500)	70%
Mulheres		500	30%
TOTAL	80%	20%(1000)	100%

Se 80% dos candidatos optaram por ADM, logo 20% optaram por DIR. Desses 20%, 50% são homens (500) e 50% são mulheres (500).
DIR. = 50%H + 500M = 500H + 500M = 1000(20%d total)
Se os 1000 candidatos em DIR representam 20% do total, os 500 homens em DIR representam 10% do total, e como 70% do total são homens, restam 60% dos homens em ADM, assim temos:

500 ----- 10%
Hom. Adm. ----- 60%
Hom. Adm. = $\frac{500 \cdot 60}{10}$ = **3000** **(C)**

Cálculo direto ⇒ $\frac{500}{0{,}1}$ = 5000 . 0,6 = **3000**

10. Uma classe mista de 20 alunos sabe-se que 80% são meninas. Numa outra classe mista com 30 alunos há 9 rapazes. A porcentagem de meninas no conjunto das duas classes é de:
a) 67% b) 82% c) 65% d) 80% e) 74%

	Rapazes	Meninas	TOTAL
Classe A	20%	80% = 16	20
Classe B	9	21	30
TOTAL		37	50

Na classe A tem:
20 -----100%
x ------- 80%
x% = $\frac{20 \cdot 80}{100}$ = 16 meninas

Total de mulheres: 16 + 21 = 37
50 -----100%
37 ------- x%
x% = $\frac{37 \cdot 100}{50}$ = **74%(E)**

Cálculo direto ⇒ 20 . 0,8 = 16 + 21 = 37/50 = **0,74**

11. Uma empresa tem a Matriz em Blumenau e filiais em Joinville e Florianópolis. 50% dos empregados trabalham na Matriz e 30% em Joinville. São mulheres 40% dos funcionários da empresa, 10% dos funcionários da matriz e 25 % dos funcionários de Florianópolis. Qual é o percentual de mulheres em Joinville?
a) 5% b) 20% c) 30% d) 50% e) 100%

	% Emp	% Mulheres	% Homens
Blumenau	50%	5%	45%
Joinville	**30%**	**30%**	0%
Florianópolis	20%	5%	15%
TOTAL	100%	40%	60%

São mulheres = 40% dos func. da emp. ⇒ 100 . 0,4 = 40%
10% dos func. da mat. ⇒ 50 . 0,1 = 5%
25% dos func. de Flo. ⇒ 20 . 0,25 = 5%

Logo em Joinville = 40% - 5% - 5% = 30%
Todos os funcionários em Joinville são mulheres, ou seja, em Joinville 100% dos funcionários são mulheres (E)

12. (PRF-98) Uma pesquisa realizada na Grã-Bretanha mostrou que no primeiro semestre deste ano 295 doentes cardíacos precisaram de transplantes, mas só 131 conseguiram doadores. O percentual aproximado de doentes que não conseguiram o transplante é:
a) 31% b) 36% c) 44% d) 56% e) 64%
295 – 131 = 164
295-----100%
164-----x%
x = $\frac{164 \cdot 100}{295}$ = 55,59 = 55,6 = **56%(D)**

Cálculo direto ⇒ $\frac{164}{295}$ = 0,5559 . 100 = 55,59 = **56%**

13. Certo dia, das 300 pessoas atendidas no período da tarde em quatro caixas de um banco, sabe-se que o Caixa 1 atendeu a 30%, o Caixa 2 não atendeu a 79%, o Caixa 3 não atendeu a 75%. O número de pessoas atendidas pelo Caixa 4 foi de:
a) 48 b) 51 c) 64 d) 72 e) 85

Caixa 1 (atendeu) = 30%
Caixa 2 (atendeu) 100% – 79% = 21%
Caixa 3 (atendeu) 100% – 75% = 25%
76%

300-----100%
x------24%
x = $\frac{300 \cdot 24}{100}$

Caixa 4 = 100% – 76% = 24% **x = 72 (D)**

14. De quantos por cento aumentou a população de um país que era de 9 milhões de habitantes e passou a ser de 11,7 milhões?
a) 30% b) 40% c) 25% d) 35% e) 20%
9 -----100%
11,7----- x%
x% = $\frac{11{,}7 \cdot 100}{9}$ = 130% – 100% = **30%** **(A)**

Cálculo direto ⇒ $\frac{11{,}7}{9}$ = 1,3 . 100 =130% – 100% = **30%**

15. (OF. Justiça) Em uma pesquisa onde foram entrevistadas 3750 pessoas, 150 preferem futebol a qualquer outro esporte. A porcentagem dos que preferem futebol é igual a:
a) 4% b) 8% c) 12% d) 15% e) 25%
3750 ----- 100%
150 ----- x%
x% = $\frac{150 \cdot 100}{3750}$ = **4% (A)**

Cálculo direto ⇒ $\frac{150}{3750}$ = 0,04 . 100 = **4%**

16. Numa prova de 50 questões, quem errou 8 acertou:
a) 8% b) 16% c) 42% d) 80% e) 84%
50 – 8 = 42 acertos
50 ----- 100%
42 ----- x%
x% = $\frac{42 \cdot 100}{50}$ = **84% (E)**

Cálculo direto ⇒ $\frac{42}{50}$ = 0,84 . 100 = **84%**

17. Dentre as 350 pessoas ouvidas numa pesquisa de opinião, 217 aprovam a administração do prefeito da cidade. A taxa de aprovação do prefeito, em porcentagem, é de:
a) 55% b) 58% c) 62% d) 66% e) 74%
350 -----100%
217 ----- x%
x% = $\frac{217 \cdot 100}{350}$ = **62% (C)**

Cálculo direto ⇒ $\frac{217}{350}$ = 0,62 . 100 = **62%**

18. Um corretor de imóveis recebe uma comissão de 5% sobre qualquer venda realizada. Qual será a comissão na venda de um terreno de R$ 17.500,00?
a) R$ 875,00 b) R$ 8.750,00 c) R$ 87,50
d) R$ 175,00 e) R$ 1.750,00
17500 -----100%
C ----- 5%
C = $\frac{17500 \cdot 5}{100}$ ⇒ **C = 875,00 (A)**

Cálculo direto ⇒ 17500 . 0,05 = **875,00**

19. Uma pessoa entrou e uma firma comercial com R$ 78.000,00 e saiu com um capital de R$ 105.300,00. De quantos por cento foi o seu lucro?
a) 2,5% b) 25% c) 350% d) 3,5% e) 35%
78000 -----100%
105300 ----- x%
x = $\frac{105300 \cdot 100}{78000}$ =135%–100% = **35%** **(E)**

Cálculo direto ⇒ $\frac{105300}{78000}$ =1,35 . 100=135% –100%=35%

20. (OF. Justiça) A tabela abaixo traz a porcentagem da população mundial que vive nas grandes cidades desde 1980.

1980	1985	1990	1995
39,9	41,6	43,6	45,8

Em 1990, em cada 1000 habitantes o número dos que viviam nas grandes cidades era de:
a) 416 b) 436 c) 458 d) 564 e) 601
1000 ----- 100%
x ----- 43,6%
x = $\frac{43{,}6 \cdot 100}{1000}$ = **436 (B)**

Cálculo direto ⇒ 1000 . 0,436 = **436**

21. Um vendedor de máquinas agrícolas ganhou uma comissão de R$ 4.850,00 na venda de uma máquina por R$ 970.000,00. A porcentagem de comissão foi:

a) 5% b) 50% c) 0,5% d) 0,05% e) 1%

970000 ----- 100%
4850 ----- x%
$x\% = \frac{4850 \cdot 100}{970000} =$ **0,5% (C)**

Cálculo direto ⇒ $\frac{4850}{970000} = 0{,}005 \cdot 100 =$ **0,5%**

22. Numa pesquisa sobre a preferência de supermercados, foram entrevistadas 1600 pessoas. Verificou-se que 60% das pessoas preferiam o supermercado **X**. Quantas pessoas não preferiam o supermercado **X**?

a) 680 b) 640 c) 620 d) 600 e) 660

100 – 60% = 40% não preferem o supermercado X.

1600 ---- 100%
x ---- 40%
$x = \frac{1600 \cdot 40}{100} =$ **640 (B)**

Cálculo direto ⇒ 1600 . 0,4 = **640**

23. O Sr. Silva teve um aumento de 22%, e assim, seu salário passou a ser de R$ 742,37. Quanto ganhava o Sr. Silva antes do aumento?

a) R$ 601,15 b) R$ 604,03 c) R$ 608,50
d) R$ 609,00 e) R$ 605,50

Se o salário foi aumentado em 22%, a quantia de 742,37, representa 122% (100% + 22%) do salário, então:

742,37 ---- 122%
x ---- 100%
$x = \frac{742{,}37 \cdot 100}{122} \Rightarrow$ **x = 608,50 (C)**

Cálculo direto ⇒ $\frac{742{,}37}{1{,}22} =$ **608,50**

24. Uma categoria profissional obteve **x**% de aumento salarial através de aumentos sucessivos de 15%, 12% e 12%. O valor aproximado de **x** é:

a) 39 b) 41 c) 43 d) 44 e) 46

$x = (1+i_1)(1+i_2)(1+i_3) = (1 + 0{,}15)(1 + 0{,}12)(1 + 0{,}12)$
$x = 1{,}15 \cdot 1{,}12 \cdot 1{,}12 = 1{,}44256 \cdot 100 = 144{,}256\% - 100\%$
$x = 44{,}256\% \Rightarrow$ **x ≅ 44%(D)**

25. Um produto, cujo preço era de R$ 220,00, teve dois aumentos sucessivos de 15% e 20 %, respectivamente. Em seguida, o valor resultante teve um desconto de 10%, apresentando um preço final de:

a) R$ 273,24 b) R$ 379,16 c) R$ 487,10 d) R$ 354,45 e) R$ 238,36

$V_n = V_0(1+i_1)(1+i_2)(1-i_3) = 220.(1 + 0{,}15)(1 + 0{,}2)(1 - 0{,}1)$
$V_n = 220.(1{,}15).(1{,}2).(0{,}9) = 220 \cdot 1{,}242 =$ **273,24 (A)**

26. Se um investimento tem um prejuízo com descontos sucessivos de 20% e 10%. Isto equivale a um único desconto de:

a) 32% b) 30% c) 28% d) 25% e) 35%

$(1 - i_1)(1 - i_2) = (1 - 0{,}2)(1 - 0{,}1) = (0{,}8 \cdot 0{,}9) = 0{,}72$
0,72 . 100 **=** 72% ⇒ 100 – 72 = **28%(C)**

27. O preço de um artigo tem reajuste de 7% e a seguir um novo reajuste. Gerando um acumulado de 12%. O valor aproximado do percentual do segundo reajuste é?

a) 5,2% b) 4,6% c) 5% d) 4,8% e) 4,2%

$(1+0{,}07)(1+i_2) = 1{,}12 \Rightarrow 1 + i_2 = \frac{1{,}12}{1{,}07} \Rightarrow i_2 = 1{,}046 - 1$
$i_2 = 0{,}046 \cdot 100 =$ **4,67%(B)**

28. Vendeu-se um carro por R$ 36.900,00 tendo-se um prejuízo de 18% sobre o preço de compra. Pagou-se pelo carro em Reais:

a) R$ 43.542,00 b) R$ 45.000,00 c) R$ 46.452,00
d) R$ 47.245,00 e) R$ 46.000,00

C – P = V
100% – 18% = 82%

36900-----82%
C-----100%
C $= \frac{36900 \cdot 100}{82} =$ **R$ 45000,00(B)**

29. Uma casa custa R$ 96.000,00, foi vendida com um prejuízo de 20% sobre o preço de venda, qual foi o preço de venda?

a) R$ 60.000,00 b) R$ 80.000,00 c) R$ 82.000,00
d) R$ 84.000,00 e) R$ 76.800,00

C – P = V
120% – 20% = 100%

96000-----120%
V-----------100%
V $= \frac{96000 \cdot 100}{120} =$ **R$ 80.000,00(B)**

30. Comprou-se um objeto por R$ 60,00 e deseja-se ganhar 25% sobre o preço de venda, qual foi o preço de venda?

a) R$ 50,00 b) R$ 60,00 c) R$ 70,00
d) R$ 80,00 e) R$ 100,00

C + L = V
75% + 25% = 100%

60--------75%
V--------100%
V $= \frac{60 \cdot 100}{75} =$ **R$ 80,00(D)**

31. Uma mercadoria foi comprada por R$ 14.000,00. Por quanto deve ser vendida para dar um lucro de 20% sobre o preço de custo. Sabendo-se que ainda deve-se pagar imposto de 10% sobre o preço de custo?

a) RS 15.100,00 b) R$ 19.000,00 c) R$ 18.200,00
d) R$ 16.400,00 e) R$ 17.200,00

C + L = V
100% + 20% +10% = 130%

14000---100%
V---130%
V $= \frac{14000 \cdot 130}{100} =$ **R$ 18.200,00 (C)**

32. (CEF) Um cordão e um relógio foram vendidos por R$ 150,00 cada um. O cordão foi vendido 25% abaixo do preço de custo e o relógio, 25% acima do custo. Para a loja, o resultado da venda foi:

a) Um lucro de R$ 40,00
b) Um prejuízo de R$ 40,00
c) Um lucro de R$ 20,00
d) Um prejuízo de R$ 20,00
e) Nem lucro nem prejuízo.

C – P = V	C + L = V	Compra=320
100% 25% 75%	100% 25% 125%	Venda = 300
C_c 150	C 150	Prejuízo= 20
$C_c = \frac{150 \cdot 100}{75} = 200{,}00$	$C_r = \frac{150 \cdot 100}{125} = 120{,}00$	**(D)**

33. (CESPE-UNB) Nas eleições do dia 3 de outubro, 25% dos eleitores de uma cidade, votaram para prefeito, no candidato **X**, 30%, no candidato **Y**, e os 1800 eleitores restantes votaram em branco ou anularam seus votos. Não houve abstenções e os votos nulos correspondem a 25% dos votos em branco. Com base na situação apresentada, é correto afirmar que:

a) O número total de eleitores da cidade é de 5000.
b) 1.100 eleitores votaram no candidato X.
c) 450 eleitores anularam seus votos.
d) Houve mais votos brancos ou nulos do que votos válidos.
e) 1.200 eleitores votaram no candidato Y.

X = 25% , Y = 30% , B/N = 45% = 1800

1800------45%
E-----100%
$E = \frac{1800 \cdot 100}{45} = 4000$ eleitores

4000-----100%
X-------25%
$X = \frac{4000 \cdot 25}{100} = 1000$

Y = 4000 – 1800 – 1000 = **1200 (E)**

34. Os índices semestrais de inflação em certo ano foram de 4,2% e 5,5%, respectivamente. O índice de inflação neste ano foi:

a) 10,99% b) 9,7% c) 9,23% d) 9,31% e) 9,93%

(1 + 0,42).(1+0,55) = 1,042 . 1,055 = 1,09931 . 100 = 109,931% – 100% = **9,931% (E)**

35. (FR-MS) em 1998 um fundo de investimentos rendeu 25%; no acumulado de 1998 a 1999 este fundo rendeu 48%. Podemos afirmar que em 1999, o fundo rendeu entre:

a) 16% e 18%. b) 18% e 19%. c) 19% e 20%.
d) 20% e 21%. e) mais de 21%.

$(1+0,25)(1+i_2) = 1,48 \Rightarrow 1 + i_2 = \frac{1,48}{1,25} \Rightarrow i_2 = 1,184 - 1$

$i_2 = 0,184 . 100 =$ **18,4%(B)**

36. (CEF) Se, em determinado ano, do início de Setembro ao início de Outubro, a onça-troy teve uma valorização de 25%, enquanto, do início de Outubro ao início de Novembro sofreu uma desvalorização de 10%, sabendo-se que, no início de Novembro a onça-troy foi cotada a $ 289,00, é correto afirmar que o valor e dólares da onça-troy no início de Setembro do referido ano era um valor entre:
a) 200 e 220. b) 220 e 240. c) 240 e 260.
d) 260 e 280. e) 280 e 300.

$P_n = P(1 + i_1)(1 - i_2) \Rightarrow 289 = P(1 + 0,25)(1 - 0,1)$

$289 = P(1,25)(0,9) \Rightarrow P = \frac{289}{1,125} \Rightarrow$ **P = $ 256,88 (C)**

37. (MPU) O Governo Federal fixou, por meio de medida provisória, os percentuais de reajuste de 12% e de 15% para o salário mínimo e para as aposentadorias, respectivamente, vigorando a partir de 1° de maio deste ano, correspondendo à reposição das perdas salariais ocorridas de maio/95 a abril/96. No entanto, segundo a Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (FIPE), o índice de inflação correspondente àquele período foi de 20,03%. De acordo com esse índice, para que se recomponha exatamente o poder de compra, seria necessário acrescentar, respectivamente, aos novos valores do salário mínimo e das aposentadorias, um reajuste de:
a) 8,03% e 5,03% d) 7,17% e 4,37%
b) 7,85% e 4,87% e) 7,03% e 4,33%
c) 7,43% e 4,73%

Inflação = 20,03% = 0,2003
Sal min $\Rightarrow$ 1,12 . x = 1,2003$\rightarrow$ x =1,2003/1,12 = **1,0717**
Aposent $\Rightarrow$1,15 . x =1,2003$\rightarrow$ x = 1,2003/1,15 = **1,0437(D)**

38. Um funcionário recebe um salário que designaremos por **S**. Se receber um aumento de 12%, seu novo salário será:
a) 0,12 s b) 0,88 s c) 1,12 s d) 1,88 s e) 12 s

S(1 + i) = S(1 + 0,12) = S(1,12) = **1,12 S (C)**

39. Se 80% do alumínio empregado na fabricação de latas pode ser reciclado, de quantas latas velhas se necessita para fabricar 1000 latas novas?
A) 1020 B) 1025 C) 1050 D) 1200 E) 1250

$\left.\begin{array}{l} 1000\text{------}80\% \\ x\text{------}100\% \end{array}\right\} x = \frac{1000 . 100}{80} = \frac{10000}{8} =$ **1250 (E)**

40. Um varejista compra um artigo por um preço superior em 60% ao custo do fabricante e o revende por um preço superior em 25% ao preço pago ao fabricante. Em quantos por cento o preço pago pelo consumidor final supera o custo do fabricante?
a) 85% b) 90% c) 92,5% d) 95% e) 100%

Fabricante = 100% + 60% = 160%
Varejista = C + L = V
100% + 25% = 125%

$\left.\begin{array}{l} 160\%\text{----}100\% \\ V\text{----}125\% \end{array}\right\} V = \frac{160 . 125}{100} = \frac{20000}{100} = 200\% - 100\% =$ **100%(E)**

41. Uma loja vende à vista, com desconto de 20% ou, para pagamento em um mês após a compra, sem desconto e "sem juros". Os que optam pelo pagamento a prazo pagam, na verdade, juros a taxa mensal igual a:
a) 25% b) 44% c) 50% d) 55% e) 60%

100,00 $\Rightarrow$ 20% = 80,00 $\Rightarrow$ juros = 20,00

$\left.\begin{array}{l} 80\text{------}100\% \\ 20\text{------}x\% \end{array}\right\} x = \frac{20 . 100}{80} = \frac{200}{8} =$ **25% (A)**

42. Dentre os inscritos em um concurso público para professores, 70% são mulheres e 30% são homens. Entretanto, apenas 20% das mulheres e 40 % dos homens foram aprovados. Logo, a porcentagem dos candidatos aprovados é:
a) 60% b) 34% c) 30% d) 26% e) 20%

inscritos aprovados
70% Mulheres 20% das Mulheres
30% Homens 40% dos Homens

$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} 70\%\text{-----}100\% \\ x\text{------}20\% \end{array}\right\} x = \frac{70 . 20}{100} = \mathbf{14\%} \\ \left.\begin{array}{l} 30\%\text{-----}100\% \\ x\text{------}40\% \end{array}\right\} x = \frac{30 . 40}{100} = \mathbf{12\%} \end{array}\right\}$ **26%(D)**

43. (CEF) É correto afirmar que um lucro de 26% sobre o preço de venda de uma mercadoria, corresponde a um acréscimo sobre o preço de compra de aproximadamente:
a) 13% b) 21% c) 35% d) 26% e) 52%

C + L = V
74% + 26% = 100%
74,00 26,00 100,00

$\left.\begin{array}{l} 74\text{-------}100\% \\ 26\text{------}x\% \end{array}\right\} x = \frac{26 . 100}{74} = \frac{2600}{74} =$ **35,13 (C)**

44. Uma peça de ouro foi vendida com um lucro de R$ 300,00. Sabe-se que essa quantia representa 25% do preço de custo da peça. Qual o preço de custo? E por quanto foi vendida essa peça?
a) 1200 e 1500 b) 1000 e 1300 c) 1180 e 1480
d) 900 e 1200 e) 1220 e 1520

C + L = V
100% + 25% = 125%

$\left.\begin{array}{l} 300\text{--------}25\% \\ C\text{---------}100\% \end{array}\right\} C = \frac{300 . 100}{25} \Rightarrow$ **C = 1200,00(A)**

V = C + L = 1200 + 300 $\Rightarrow$ **V = 1500,00 (A)**

45. (PM 2007) Se numa festa a quantidade de moças está para a quantidade de rapazes na razão 13 para 12, então a porcentagem de moças presentes é:
a) 46% b) 48% c) 50% d) 52% e) 54%

O enunciado está nos indicando que para cada 13 Moças, existem 12 Rapazes.

Moças $\rightarrow$ 13
Rapazes$\rightarrow$ 12
Total $\rightarrow$ 25

$\left.\begin{array}{l} 25\text{------}100\% \\ 13\text{------}x\% \end{array}\right\} x = \frac{13 . 100}{25} = 13.4 = 52\%$

Resposta correta: (D) 52%

46. (PM 2007) Nos jogos da Polícia Militar, a delegação de um batalhão obteve 37 medalhas. Sendo o número de medalhas de prata 20% superior das de ouro, e o número de medalhas de bronze 25% superior ao da prata, o número de medalhas de prata obtido por essa delegação foi de:
a) 17 b) 15 c) 12 d) 10 e) 8

o + p + b = 37

$p = 120\%o \Rightarrow p = \frac{120}{100} o \Rightarrow o = \frac{100}{120} p \Rightarrow o = \frac{5p}{6}$

$b = 125\%p \Rightarrow b = \frac{125}{100} p \Rightarrow b = \frac{5p}{4}$

$\frac{5p}{6} + p + \frac{5p}{4} = 37 (mmc = 12) \Rightarrow \frac{10p + 12p + 15p}{12} = 37$

$37p = 37 . 12 \Rightarrow p = \frac{37 . 12}{37} \Rightarrow$ **p = 12 (C)**

47. (PM 2008) Sabendo-se que, em uma turma de 265 novos policiais, 243 eram mulheres, é correto afirmar que:
A) Mais de 91% dos formandos dessa turma eram mulheres.
B) Se nessa turma houvesse, na verdade, 220 mulheres, a razão do número de homens para o número de mulheres seria de 9 para 40.
C) Apenas 10% dos formandos dessa turma eram homens.

D) Se 65 alunos dessa turma fossem homens, a razão do número de homens para o número de mulheres seria de 15 para 40.

Resolução: (A).
Turma = 265 policiais (mulheres = 243, então homens = 22)
Calculando o porcentual das mulheres verificamos que é superior a 91%.

265 ----- 100%
243 ----- m%
$m\% = \frac{243 \cdot 100}{265} =$ **91,7% (A)**

Cálculo direto$\Rightarrow$ $x = \frac{243}{265} = 0{,}917 \cdot 100 =$ **91,7% (A)**

48. (PM 2008) Muitos policiais são escalados para trabalhar durante as romarias oficiais do Círio de Nazaré, um dos maiores e mais tradicionais festivos religiosos do Brasil, celebrado desde 1793 em Belém. Supondo que, de cada grupo de 200 policiais escalados para trabalhar no festejo, 40 sejam do quadro administrativo, 55 do quadro da saúde e o restante do quadro de especialistas, assinale a opção correta.

A) De cada grupo de 200 policiais, 25% pertencem ao quadro administrativo.
B) De cada grupo de 200 policiais, 28% pertencem ao quadro da saúde.
C) O número de policiais do quadro da saúde está para o número de policiais do quadro de especialistas na razão de 10 para 21.
D) O número de policiais do quadro administrativo está para o número de policiais do quadro da saúde na razão de 8 para 11.

Resolução: (D).
Vamos calcular o quadro de especialistas desse grupo de 200 policiais:
Administrativo = 40 = 20% (40/200 = 0,2 ou 20%)
Saúde........... = 55 = 27,5%(55/200 = 0,275 ou 27,5%)
Especialistas... = <u>105</u> (200 – 40 – 55 = 105)
Total 200

$\frac{S}{E} = \frac{55 \div 5}{105 \div 5} = \frac{11}{21}$ $\frac{A}{S} = \frac{40 \div 5}{55 \div 5} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{11}}$ **(D)**

49. (JUCEPA 2008) Um empresário pagou 25% de uma dívida junto a JUCEPA e, dois dias depois liquidou o restante dessa dívida pagando R$ 1.500,00. Nestas condições, o empresário devia à JUCEPA a quantia de:

a) R$ 2.000,00 b) R$ 3.000,00 c) R$ 4.000,00
d) R$ 5.000,00 e) R$ 6.000,00

Se o empresário pagou 25% da dívida, os R$ 1500,00 restantes representam 75% da dívida:

1500-----75%
x-----100%
$\mathbf{x} = \frac{1500 \cdot 100}{75} =$ **2000 (A)**

Cálculo direto$\Rightarrow$ $x \cdot 0{,}75 = 1500 \Rightarrow x = \frac{1500}{0{,}75} =$ **2.000 (A)**

50. Considere que em determinado país, em certa ocasião, o preço do petróleo teve um aumento de 60%. Para manter inalterado o total de gastos com a importação desse produto, este país deverá reduzir o volume de importação do petróleo em:

a) 40% b) 37,5% c) 50%
d) 60% e) 62,5%

100 barris . U$ 10 = U$ 1000
x barris . U$ 16 = U$ 1000 (aumento de 60% = U$ 16)
$x = \frac{1000}{16} = 62{,}5$ barris
100 barris (100%) – 62,5 barris (62,5%) = **37, 5 % (B)**

51. (TRF 2008) Certo dia, Veridiana saiu às compras com certa quantia em dinheiro e foi a apenas três lojas. Em cada loja ela gastou a quarta parte da quantia que possuía na carteira e, em seguida, usou R$ 5,00 para pagar o estacionamento onde deixou seu carro. Se após todas essas atividades ainda lhe restaram R$ 49,00, a quantia que Veridiana tinha inicialmente na carteira estava compreendida entre:

a) R$ 80,00 e R$ 110,00 d) R$ 170,00 e R$ 200,00
b) R$ 110,00 e R$ 140,00 e) R$ 200,00 e R$ 230,00
c) R$ 140,00 e R$ 170,00

x = valor inicial
$x(1 - i_1)(1 - i_2)(1 - i_3) - 5 = 49$
$x(1 - 0{,}25)(1 - 0{,}25)(1 - 0{,}25) = 54$
$x(0{,}75)(0{,}75)(0{,}75) = 54$
$x \cdot 0{,}421875 = 54 \Rightarrow x = \frac{54}{0{,}421875} \Rightarrow$ **x = R$ 128,00 (B)**

52. (TRF 2008) Do total de questões de exercícios que um professor de matemática possuía, sabe-se que ele aplicou em sala de aula 8% para a turma da manhã e 8% do número restante para a turma da noite. Relativamente ao total de exercício que o professor possuía o número daqueles que deixaram de ser aplicados corresponde a:

a) 84,64% b) 85,68% c) 86,76%
d) 87,9% e) 89,94%

$(1 - i_1)(1 - i_2) = (1 - 0{,}08)(1 - 0{,}08)$
0,92 . 0,92 = 0,8464= **84,64%(A)**

53. (UFPA 2006) Sabe-se que anualmente um carro sofre a desvalorização aproximada de 10% em relação ao valor do ano anterior. Considerando V o valor de um carro zero quilômetro, 3 anos depois o valor desse carro será:

a) $0{,}1^3V$ b) $0{,}9^3V$ c) $1{,}1^3V$
d) $0{,}1^2V$ e) $0{,}9^2V$

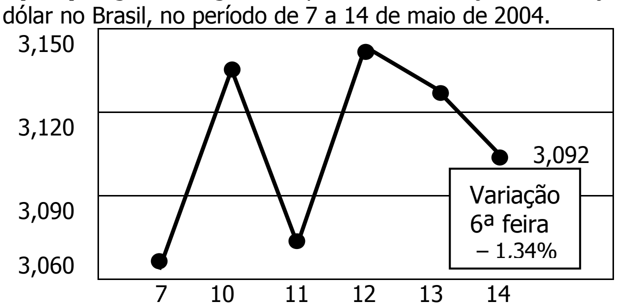
$V_n = V.(1 - i_1)(1 - i_2)(1 - i_3) = V.(1 - 0{,}1)(1 - 0{,}1)(1 - 0{,}1)$
$V_n = V.\ 0{,}9.\ 0{,}9.\ 0{,}9 \Rightarrow$ **$V_n = 0{,}9^3V$ (B)**

54. (Marituba) O valor de $(40\%)^2$ é:

a) 4% b) 8% c) 16% d) 32% e) 1600%

$(40\%)^2 = (0{,}4)^2 = 0{,}16 =$ **16% (C)**

55. (CEF) O gráfico seguinte representa a variação da cotação do dólar no Brasil, no período de 7 a 14 de maio de 2004.



Segundo os dados indicados no gráfico, do dia 13 ao dia 14 de maio houve uma variação de – 1,34%. No dia 13 de maio a cotação do dólar, em reais era:

a) 3,129 b) 3,134 c) 3,138 d) 3,145 e) 3,148

1,34% = 0,0134
$x \cdot (1 - i) = 3{,}092 \Rightarrow x \cdot (1 - 0{,}0134) = 3{,}092$
$x \cdot 0{,}9866 = 3{,}092 \Rightarrow x = \frac{3{,}092}{0{,}9866} =$ **3,134 (B)**

56. Carlos e Luisa receberam no total R$ 1.935,00 por um trabalho que realizaram. Luisa receberá 15% a mais que Carlos, já que trabalhou mais. A quantia que Luisa receberá a mais do que Carlos é:

a) R$ 135,00 b) R$ 252,00 c) R$ 290,25
d) R$ 405,00 e) R$ 900,00

1935 ----- 100%
x ----- 15%
$x = \frac{1935 \cdot 15}{100} =$ **290,25 (C)**

57. Sobre os 26 turistas que se encontram em um catamarã, sabe-se que:

- 75% dos brasileiros sabem nadar;

- 20% dos estrangeiros não sabem nadar;
- Apenas 8 estrangeiros sabem nadar.

Nessas condições, do total de turistas a bordo, somente:
a) 10 brasileiros sabem nadar.
b) 6 brasileiros não sabem nadar.
c) 12 são estrangeiros.
d) 18 são brasileiros.
e) 6 não sabem nadar.

	Nadam	Não nadam	TOTAL
Brasileiros	75% = 12	25% = 4	16
Estrangeiros	80% = 8	20% = 2	10
TOTAL	20	**6 (E)**	26

Resolução:
1º) 20% dos estrangeiros não sabem nadar ⇒ 80% sabem
8 estrangeiros sabem nadar
8 ----- 80%
x -----100%
$x = \frac{800}{80} = 10$ estrangeiros { 8 nadam; 2 ñ nadam
(x . 0,8 = 8⇒ x = 8/0,8 ⇒ x = 80/8 ⇒ x = 10).
2º) 26 turistas – 10 estrangeiros = 16 brasileiros.
3º) 75% dos brasileiros sabem nadar ⇒ 16 . 0,75 = 12 brasileiros sabem nadar ⇒ 16 – 12 = 4 ñ nadam.
Ñ nadam ⇒ 2 estrangeiros + 4 brasileiros = **6 (E).**

58. O serviço de limpeza do prédio da Câmara Municipal é feito por três funcionários. O Turno normal de trabalho é de 4 horas. João, que é o mais rápido dos três, sempre realiza sua tarefa em 75% do turno. José ocupa os 100% do tempo disponível. Antônio, o mais lento, demora 25% além do seu turno. É correto afirmar, portanto que:
a) João faz a limpeza em 2 horas e Antônio em 4 horas.
b) João faz a limpeza em 2,5 horas e Antônio em 3,5 horas.
c) João faz a limpeza em 3 horas e Antônio em 4 horas.
d) João faz a limpeza em 3 horas e Antônio em 5 horas.
e) João faz a limpeza em 3,5 horas e Antônio em 4,5 horas.
Turno = 4 horas
João 75% ⇒ 4 . 0,75 = **3 horas.**
José 100% ⇒ 4 . 1,0 = 4 horas.
Antônio 125% ⇒ 4 . 1,25 = **5 horas. (D)**

59. O índice de salinidade de uma amostra de água é uma porcentagem que indica a quantidade de sal nela dissolvido. Para testar a influência da evaporação de água na salinidade em uma das lagoas dos Lençóis Maranhenses, foram coletados 624 litros de água com índice de salinidade de 12%. Alguns dias depois, o índice de salinidade desta amostra, mantida nas mesmas condições do ambiente natural, subiu para 18%. Sendo assim, a quantidade de água que evaporou foi de:
a) 202 litros b) 204 litros c) 206 litros
d) 208 litros e) 210 litros
624 ----- 100%
x ----- 12%
$x = \frac{624 . 12}{100} = 74,88$
y ----- 100%
74,88 ----- 18%
$y = \frac{74,88 . 100}{18} = \frac{7488}{18} = 416$
624 – 416 = **208 ℓ (D)**
Cálculo direto:
$624 . 0,12 = \frac{74,88}{0,18} = \frac{7488}{18} = 416$ ⇒ 624 – 416 = **208 ℓ (D)**

60. O preço de um livro é R$ 50,00. A editora lançou uma promoção vendendo-o com 20% de desconto. Ao fim da promoção, a editora reajustou o livro em 25% sobre o preço dele em promoção. Após esse reajuste, o preço do livro passou a ser, em R$:
a) R$ 45,00 b) R$ 50,00 c) R$ 52,50
d) R$ 55,00 e) R$ 57,50

1ª resolução: V_d = Valor descontado
V_r = Valor reajustado

50 ---- 100%
V_d ---- 80%
$V_d = \frac{50 . 80}{100}$
V_d = 40,00

40 ---- 100%
V_r ---- 125%
$V_r = \frac{40 . 125}{100}$
V_d = 50,00 (B)

2ª resolução:
$V_d = V_0.(1 – i) = 50 . (1 – 0,2) = 50 . 0,8 = 40,00$
$V_r = V_0.(1 + i) = 40 . (1 + 0,25) = 40 . 1,25 =$ **50,00 (B)**

61. A última pesquisa de opinião, realizada às vésperas da eleição para prefeito de certo município, apontava as seguintes taxas de intenção de voto:
Candidato A 43%
Candidato B 37%
Candidato C 10%
Brancos / Nulos........ 10%
Se o município tem 570.000 eleitores, a diferença esperada de votos entre os candidatos A e B é:
a) 34000 b) 34100 c) 34200
d) 34300 e) 34500
43% – 37 % = 6%
570000 ----- 100%
D----- 6%
$D = \frac{570000 . 6}{100} =$ **34200 votos (C)**
Cálculo direto ⇒ 570000 . 0,06 = **34200**

62. (MOVENS) No mercado do Ver-o-Peso, 1 unidade de manga custa R$ 1,25. Jacira quer preparar uma sobremesa para o almoço, que, entre outros ingredientes, utiliza duas dúzias e meia de mangas. Na banca do Sr. José, depois de muito pechinchar, lhe foi concedido um desconto de 20% em cada manga. Quanto Jacira vai gastar para pagar as mangas?
a) R$ 30,00 b) R$ 22,50 c) R$ 37,50
d) R$ 18,00 e) R$ 24,00
2 dúzias e 1/2 = 30 mangas.
30 x 1,25 = 37,50
37,50-----100%
x---- 80%
$x = \frac{80 . 37,50}{100} = \frac{3000}{100}$ ⇒ **x = 30,00 (A)**

63. Um produto que custava R$ 100,00 teve um aumento de 20%. Mais tarde, foi posto em promoção, com um desconto também de 20%. A quanto era vendido o produto na promoção?
a) R$ 96,00 b) R$ 97,00 c) R$ 98,00
d) R$ 99,00 e) R$ 100,00
Vr = Valor reajustado / Vd = Valor descontado
100 ---- 100%
Vr ---- 120%
$Vr = \frac{120 . 100}{100}$
Vr = 120,00

120 ---- 100%
Vd ---- 80%
$Vd = \frac{120 . 80}{100}$
Vd = 96,00 (A)

Cálculo direto ⇒ 100(1 + 0,2)(1 – 0,2) = 100 . 1,2 . 0,8
100 . 0,96 = **96,00 (A)**

64. (CESGRANRIO) Em uma empresa, trabalham 40 homens e 20 mulheres. Se, do total de homens, 80% não são fumantes e, do total de mulheres, 50 % são fumantes, então o percentual de pessoas fumantes nessa empresa é:
a) 30% b) 50% c) 60% d) 70% e) 80%
Montando uma tabela de informações temos:

	Fumantes	Não fumantes	TOTAL
Homens	20% (8)	80% (32)	100% (40)
Mulheres	50% (10)	50% (10)	100% (20)
TOTAL	(18)	(42)	(60)

40 . 0,2 = 8 f
20 . 0,5 = 10 f
60----100%
18---- x%
$x = \frac{18 . 100}{60} =$ **30% (A)**

65. (SENAC 2009) Numa loja, um funcionário inexperiente vendeu uma peça de roupa por R$ 120,00, com um prejuízo de 20% sobre o custo. O preço de custo dessa peça era:

a) Menor que R$ 120,00.
b) Maior que R$ 240,00.
c) Igual a R$ 200,00.
d) Menor que R$ 165,00 e maior que R$ 145,00.
e) Igual a R$ 165,00.

C – P = V
100% – 20% = 80%

C -----100%
120----80%
$\Big\}$ $C = \frac{100 \cdot 120}{80} =$ **R$ 150,00 (D)**

Cálculo direto: C – P = V ⇒ C – 0,2C = 120 ⇒ 0,8C = 120
C = 120/0,8 ⇒ **C = R$ 150,00 (D)**

66. (DETRAN-PA) Um produto teve aumento total de preço de 61% através de dois aumentos sucessivos. Se o primeiro aumento foi de 15%, então o segundo foi de:
a) 46% b) 44% c) 42% d) 40% e) 38%

(1 + 0,15) . (1 + x) = (1 + 0,61) ⇒ 1,15 . (1 + x) = 1,61
$1 + x = \frac{1,61}{1,15}$ ⇒ x= 1,4 – 1 ⇒ x = 0,4.100%⇒ **x = 40%(D)**

67. (SENAC 2009) Dona Benedita foi ao médico, pois, estava com 25% a mais em seu peso habitual, embora, assegurasse que sua alimentação era bem reduzida. Após conversar com a paciente e fazê-la subir na balança o médico disse: "Dona Benedita, se a senhora tivesse aumentado o seu peso em 15%, estaria pesando 6 kg a menos". Nessas condições, o peso habitual de Dona Benedita é:
a) 50 kg b) 64 kg c) 56 kg d) 75 kg e) 60 kg

Peso habitual = x
25% a mais em seu peso habitual = 125%x = $\frac{125x}{100}$ =1,25x
15% a mais em seu peso habitual = 115%x = $\frac{115x}{100}$ =1,15x
1,15x = 1,25x – 6 ⇒ 6 = 1,25x – 1,15x ⇒6 = 0,1x
x = 6/0,1 ⇒ **x = 60 kg (E)**

68. (SENAC 2009) Na loja A uma bicicleta custa R$ 275,00. Na loja B ela custa 8% mais. Qual a diferença de preço dessa bicicleta nas duas lojas?
a) R$ 21,45 b) R$ 25,25 c) R$ 20,40
d) R$ 22,00 e) R$ 16,30

A diferença de preço entre as duas lojas é exatamente os 8%, para resolver a questão basta achar 8% de R$ 275,00.

275-----100%
x-----8%
$\Big\}$ $x = \frac{275 \cdot 8}{100} = \frac{2200}{100}$ ⇒ **x = R$ 22,00 (D)**

Cálculo direto⇒ x = 275 . 0,08 ⇒ **x = R$ 22,00 (D)**

69. Em um concurso havia 15.000 homens e 10.000 mulheres. Sabe-se que 60% dos homens e 55% das mulheres foram aprovados. Do total de candidatos, qual a porcentagem dos reprovados?
a) 42% b) 46% c) 48% d) 54% e) 58%

Montando uma tabela de informações temos:

	Aprovados	Reprovados	TOTAL
Homens	60%	40% (6000)	100% (15000)
Mulheres	55%	45% (4500)	100% (10000)
TOTAL		(10500)	(25000)

15000 . 0,4 = 6000
10000 . 0,45 = 4500
Total de reprovados = 6000 + 4500 = 10500

25000-----100%
10500-----x%
$\Big\}$ $x = \frac{10500 \cdot 100}{25000}$ = **42% (A)**

Cálculo direto: Homens Reprovados = 15000 . 0,4 = 6000
Mulheres Reprovadas = <u>10000</u> . 0,45 = <u>4500</u>
Total = 25000 10500

% dos reprovados= 10500/25000 = 0,42 . 100 = **42% (A)**

70. (PUC – RS) Se x% de y é igual a 20, então y% de x é igual a:
a) 2 b) 5 c) 20 d) 40 e)80

$y \cdot \frac{x}{100} = 20 \Rightarrow x \cdot \frac{y}{100} = 20$ (ao inverter a ordem, o produto não se altera).
Ex: 40% de 50 ⇒ 50 . 0,4 = 20 e 50% de 40 ⇒ 40 . 0,5 = 20

71. Estima-se que a população de certa cidade cresça 3% a cada 8 anos. Qual o crescimento estimado para um período de 24 anos?
a) 8% b) 8,24% c) 9% d) 9,27% e) 9,50%

24 ÷ 8 = 3 (a cidade tem um crescimento de 3% a cada 8 anos, portanto houve três aumentos sucessivos de 3% na população)
(1 + 0,03) . (1 + 0,03) . (1 + 0,03) = 1,03 . 1,03 . 1,03
1,092727 . 100% = 109,2727 – 100% = **9,27% (D)**

72. Dois carros foram vendidos por preços iguais. Um com lucro de 30% sobre o preço de compra, e o outro, com prejuízo de 20% sobre o preço de compra. Podemos afirmar que houve, em relação ao capital investido:
a) Lucro de 10% d) Prejuízo de 4%
b) Lucro de 5% e) Nem lucro nem prejuízo
c) Prejuízo de 2%

C + L = V 100% 30% 130% C_1 V $C_1 = \frac{100V}{130} = \frac{10V}{13}$	C – P = V 100% 20% 80% C_2 V $C_2 = \frac{100V}{80} = \frac{10V}{8}$

Para calcularmos os valores de compra, atribuímos um valor fictício de venda (o ideal é 104, pois é divisível por 13 e por 8)
$C_1 = \frac{10V}{13} = \frac{10 \cdot 104}{13} \Rightarrow C_1 = 80,00$
$C_2 = \frac{10V}{13} = \frac{10 \cdot 104}{13} \Rightarrow C_2 = 130,00$

Preço de compra = $C_1 + C_2$ = 80 + 130 = 200,00
Valor de venda = V + V = 104 + 104 = <u>208,00</u>
Prejuízo = 8,00

8,00 reais representam um prejuízo de 4% em relação a 200,00 (capital inicial), pois $\frac{8}{200}$ = 0,04 ou **4% (E)**

73. Uma cidade possui uma população de 100.000 habitantes, dos quais alguns são eleitores. Na eleição para a prefeitura da cidade havia 3 candidatos. Sabendo-se que o candidato do PXT obteve 20% dos votos dos eleitores, que o candidato do PYW obteve 30%, que o candidato do PZK obteve 12.000 votos, que os votos nulos foram 10% e que não houve abstenções, a parte da população que não é eleitora é de:
a) 30.000 habitantes d) 60.000 habitantes
b) 40.000 habitantes e) 70.000 habitantes
c) 50.000 habitantes

População = 100000 habitantes
PXT = 20% 12000-------40%
PYW = 30% x-----100%
PZK = 12000 (40%) $x = \frac{12000 \cdot 100}{40}$ = 30000 eleitores
Nulos = 10%
100000 – 30000 = **70000 não eleitores (E)**

74. (UnB/93) A soma de dois números x e y é 28 e a razão entre eles é de 75%. Qual é o maior desses números?
a) 18 b) 16 c) 14 d) 12 e) 10

$$\begin{cases} x + y = 28 \\ \frac{x}{y} = 0,75 \Rightarrow x = 0,75y \end{cases}$$

0,75y + y = 28 ⇒ 1,75y = 28 ⇒ y = 28/1,75 ⇒ **y = 16 (B)**

JUROS SIMPLES

1. DEFINIÇÃO

Juros (**J**) é a remuneração paga a um capital (**C**) aplicado a uma taxa percentual de rendimentos (**i**) durante um período de tempo(**t**).

J = C . i . t

2. MONTANTE

É o Capital acrescido dos Juros:

M = C + J

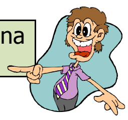
CAPITAL → **+JUROS** → **MONTANTE**

Podemos também obter o montante, conhecendo apenas o capital, a taxa e o tempo, sem necessitar do cálculo dos juros. Para isso basta fazer uma unificação das duas fórmulas até agora conhecidas:
M = C + J ⇒ Substituindo os juros (J) por J = C . i . t ficaremos com: M = C + C . i . t.
Colocando o capital (C) em evidência, teremos:

M = C (1+ i . t)

OBS: Nas fórmulas acima, a taxa **i** somente deve ser usada na forma unitária ou como razão centesimal.

OBS: A taxa **i** e o tempo **t** devem estar sempre na mesma medida de tempo.



3. JUROS COMERCIAIS E JUROS EXATOS

3.1. PRAZO COMERCIAL

Consideram-se todos os meses com 30 dias (mês comercial) e o ano com 360 dias (ano comercial). Este é o caso mais freqüente nos problemas de juros simples e os juros calculados de acordo com esta convenção são chamados de **juros comerciais** ou **juros ordinários**.

3.2. PRAZO EXATO

Consideram-se os dias transcorridos efetivamente entre as datas apresentadas. Cada mês poderá ter 30 dias (abril, junho, setembro e novembro), 28 dias (fevereiro, sendo 29 se o ano for bissexto) ou 31 dias (janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro e dezembro). O ano terá um total de 365 dias (ou 366 dias se for bissexto). Os juros calculados de acordo com esta convenção são chamados de **juros exatos**.

4. EQUIVALÊNCIA DE TAXAS

Dizemos que duas taxas são equivalentes quando, aplicadas a capitais iguais, por prazos iguais, produzem juros também iguais.

No regime de juros simples, as taxas equivalentes são facilmente obtidas com uma simples multiplicação ou divisão.

Ex 1: 60% ao ano = 5% ao mês.
60% a.a. ÷ 12 (12 meses formam um ano) = 5% a.m.
Ex 2: 20% ao trimestre = 40% ao semestre
20%a.t. x 2 (2 trimestres formam um semestre) = 40%a.s.
Ex 3: 18% ao ano = 3% ao bimestre
18% a.a. ÷ 6 (6 bimestres formam um ano) = 3% a.b.
Ex 4: 2% ao mês = 24% ao ano
2%a.m. x 12 (12 meses formam um ano) = 24% a.a.

TESTES – JUROS SIMPLES

01. O capital de R$ 1.200,00 empregado durante 2 meses à taxa de 5% ao mês, rende juros simples de:
a) R$ 240,00 b) R$ 180,00 c) R$ 60,00
d) R$ 160,00 e) R$ 120,00
C = 1.200,00 / t = 2 m / i = 5% a.m. = 0,05 / J =?
J = C . i . t ⇒ J = 1200 . 0,05 . 2 ⇒ **J = R$ 120,00 (E)**

02. João fez um empréstimo bancário de R$ 3.200,00 pelo prazo de 6 meses a uma taxa de 3% ao mês. O valor dos juros simples pagos por João neste empréstimo será de:
a) R$ 576,00 b) R$ 320,00 c) R$ 480,00
d) R$ 520,00 e) R$ 376,00
C = 3.200,00 / t = 6 m / i = 3% a.m. = 0,03 / J =?
J = C . i . t ⇒ J = 3200 . 0,03 . 6 ⇒ **J = 576,00(A)**

03. Qual o tempo de aplicação de R$ 9.600,00, sabendo-se que a 7% ao ano produziu R$ 3.024,00 de juros?
a) 6 anos e 4 meses d) 4 anos e 2 meses
b) 4 anos e 6 meses e) 3 anos e 4 meses
c) 2 anos e 6 meses
C = 9.600 / J = 3.024, t =? / i = 7%aa = 0,07
J = C . i . t ⇒ 3024 = 9600 . 0,07. t ⇒ 3024 = 672t
$t = \frac{3024}{672}$ ⇒ t = 4,5 ⇒ **t = 4 anos e 6 meses (B)**

04. Certo capital é aplicado a juros simples pelo prazo de 5 meses a uma taxa de 2% ao mês, rendendo R$ 3.000,00 de juros. Este capital é de:
a) R$ 10.000,00 b) R$ 20.000,00 c) R$ 30.000,00
d) R$ 15.000,00 e) R$ 25.000,00
C =? / t = 5 m / i = 2%a.m. = 0,02 / J = 3.000
J = C . i . t ⇒ 3000 = C . 0,02 . 5 ⇒ 3000 = 0,1C
C = 3000/0,1 ⇒ **C = 30.000 (C)**

05. Que montante receberá um aplicador que tenha investido R$ 2.800,00 durante 15 meses à taxa de 3% ao mês?
a) R$ 1.260,00 b) R$ 2.800,00 c) R$ 3.200,00
d) R$ 3.260,00 e) R$ 4.060,00
C = 2.800,00 / i = 3% a.m.= 0,03 / t = 3 m / M =?
M = C (1 + i . t) = 2800 (1 + 0,03 . 15) = 2800 . 1,45
M = 4.060,00 (E)

06. Qual o montante de uma aplicação de R$ 5.000,00 à taxa de 2% ao mês, durante 2 anos?
a) R$ 5.200,00 b) R$ 6.200,00 c) R$ 7.400,00
d) R$ 8.600,00 e) R$ 9.800,00
C = 5.000,00 / i = 2% a.m.= 0,02 / t = 2a x 12 = 24 m / M =?
M = C (1 + i . t) = 5000 (1 + 0,02 . 24) = 5000 . 1,48
M = 7.400,00 (C)

07. O capital de R$ 1.200,00 foi empregado durante 5 meses, gerando o montante de R$ 1.380,00. A taxa mensal de juros empregada foi de:
a) 2,0% b) 2,5% c) 3,0% d) 3,5% e) 4,0%
C = 1.200,00 / t = 5 m / M = 1.380,00 / i =?
M = C (1 + i . t) ⇒ 1380 = 1200 (1 + i . 5) ⇒ $\frac{1380}{1200}$ = 1 + 5i
1,15 – 1 = 5i ⇒ i = 0,15/5 ⇒ i = 0,03 ⇒ **i = 3% a.m. (C)**

08. Por quanto tempo deve ser aplicado o capital de R$ 8.000,00 à taxa de 16% ao ano, para obtermos um montante de R$ 8.320,00?
a) 5 meses b) 4 meses c) 3 meses
d) 2 meses e) 1 mês
t =? / C = 8.000 / M = 8.320 / i = 16%a.a. = 0,16
M = C (1 + i . t) ⇒ 8320 = 8000(1 + 0,16 . t)

$\frac{8320}{8000} = 1 + 0{,}16t \Rightarrow 1{,}04 - 1 = 0{,}16t \Rightarrow t = 0{,}04/0{,}16$
$t = 0{,}25$ anos . 12 m $\Rightarrow$ **t = 3 meses (C)**

09. Em um empréstimo de R$ 20.000,00, feito por um mês, uma empresa pagou o montante de R$ 25.000,00. A taxa de juros ao mês desse empréstimo foi de:
a) 8% b) 20% c) 25% d) 80% e) 125%
C = 20.000,00 / t = 1 m / M = 25.000,00 / i =?
$M = C(1 + i\,.\,t) \Rightarrow 25000 = 20000(1 + i\,.\,1) \Rightarrow \frac{25000}{20000} = 1 + i$
$1{,}25 - 1 = i \Rightarrow i = 0{,}25 \Rightarrow$ **i = 25% a.m. (C)**

10. A taxa mensal que devemos aplicar o capital de R$ 3.240,00 em 1 ano e 2 meses para produzir um juros de R$ 1.134,00 é:
a) 4,5% b) 4% c) 3,5% d) 3% e) 2,5%
C = 3.240 / J = 1.134 / t = 1 a e 2 m = 14 m / i =?
$J = C\,.\,i\,.\,t \Rightarrow 1134 = 3240\,.\,i\,.\,14 \Rightarrow 1134 = 45360.i$
$i = 1134/45360 = 0{,}025 \Rightarrow$ **i = 2,5% a.m. (E)**

11. Uma pessoa fez uma aplicação de R$ 5.000,00 e após 3 meses verificou que seu capital havia subido para R$ 5.480,00. Assim sendo, concluiu que a taxa mensal desta aplicação foi igual a:
a) 3,2% b) 2,7% c) 2,23% d) 1,68% e) 0,96%
C = 5.000,00 / t = 3 m / M = 5.480,00 / i =?
$M = C(1 + i.t) \Rightarrow 5480 = 5000(1 + i\,.\,3) \Rightarrow \frac{5480}{5000} = 1 + 3.i$
$1{,}096 - 1 = 3.i \Rightarrow i = 0{,}096/3 = 0{,}032 \Rightarrow$ **i = 3,2% a.m. (A)**

12. Indique nas opções abaixo, qual a taxa unitária anual equivalente à taxa de juros simples de 5% ao mês.
a) 1,0 b) 0,6 c) 60,0 d) 12,0 e) 5,0
5% am = 5 . 12 = 60%aa = 60/100 = **0,6 a.a. (B)**

13. Qual o capital inicial necessário para se ter um montante de R$ 17.200,00 daqui a 1 ano e seis meses a uma taxa de 48% ao ano, no regime de juros simples?
a) R$ 4.000,00 b) R$ 6.000,00 c) R$ 8.000,00
d) R$ 10.000,00 e) R$ 12.000,00
C =? / M = 17200 /t = 1 a 6 m = 18 m/ i = 48% a.a. = 4%a.m.
1ª resolução: Porcentagem
4%ao mês x 18 meses = 72% (juros)
$M = C + J \Rightarrow M = 100\% + 72\% = 172\%$
$\left.\begin{array}{l} 17200\text{-----}\ 172\% \\ C\text{-----}\ 100\% \end{array}\right\}\ C = \frac{17200\ .\ 100}{172} =$ **10.000,00 (D)**
2ª resolução: fórmula
$M = C(1 + i.t) \Rightarrow 17200 = C(1 + 0{,}04\,.\,18)$
$17200 = C(1 + 0{,}72) \Rightarrow 17200 = 1{,}72C \Rightarrow C = 17200/1{,}72$
C = 10.000,00 (D)

14. Certo capital, acrescido de juros de 24% a.a. em 1ano e 4 meses, importa em R$ 9.240,00. Qual é o valor desse capital?
a) R$ 7.000,00 b) R$ 6.800,00 c) R$ 6.600,00
d) R$ 6.300,00 e) R$ 6.000,00
C =?/ M = 9240 / t = 1 a 4 m = 16m / i = 24% a.a. = 2%a.m.
1ª resolução: Porcentagem
2% ao mês x 16 meses = 32% (juros)
$M = C + J \Rightarrow M = 100\% + 32\% = 132\%$
$\left.\begin{array}{l} 9240\text{-----}\ 132\% \\ C\text{-----}\ 100\% \end{array}\right\}\ C = \frac{9240\ .\ 100}{132} =$ **7.000,00 (A)**
2ª resolução: fórmula
$M = C(1 + i.t) \Rightarrow 9240 = C(1 + 0{,}02\,.\,16)$
$9240 = C(1 + 0{,}32) \Rightarrow 9240 = 1{,}32C \Rightarrow C = 9240/1{,}32$
C = 7.000,00 (A)

15. Uma pessoa consegue um empréstimo de R$ 75.000,00 e promete pagar ao credor, após 10 meses, a quantia de R$ 105.000,00. Qual a taxa de juros anual cobrada na operação?
a) 2% b) 4% c) 12% d) 24% e) 48%
C = 75000 / M = 105000 / t = 10 m / i =?
$M = C(1 + i.t) \Rightarrow 105\cancel{000} = 75\cancel{000}(1 + i\,.10) \Rightarrow \frac{105}{75} = 1 + 10.i$
$1{,}4 - 1 = 10.i \Rightarrow i = 0{,}4/10 = 0{,}04 \Rightarrow i = 4\%$ a.m. x 12 m
i = 48% a.a. (E)

16. (TCE-PI) Durante o mês de abril, um capital de R$ 20.000,00 foi colocado no *open market* (sistema de juros simples) pelo prazo de 24 dias, tendo produzido um montante de R$ 24.800,00. A taxa anual de juros simples a que esse capital esteve aplicado foi de:
a) 30% b) 80% c) 120% d) 360% e) 720%
C = 20.000 / M = 24.800 / t = 24 d / i = ?
$M = C(1 + i.t) \Rightarrow 24800 = 20000(1 + i.24) \Rightarrow \frac{24800}{20000} = 1 + 24.i$
$1{,}24 - 1 = 24.i \Rightarrow i = 0{,}24/24 = 0{,}01 \Rightarrow i = 1\%$ a.d. x 360d
i = 360% a.a. (D)

17. Um capital é aplicado a juros simples a uma taxa de 3% ao mês. Em quanto tempo este capital aumentaria 14% em relação ao seu valor inicial?
a) 3,5 meses. b) 4 meses. c) 4meses e 10 dias.
d) 4,5 meses. e) 4 meses e 20 dias.
1ª resolução: Porcentagem
$\left.\begin{array}{l} 3\%\_\_\_30\text{dias} \\ 14\%\_\_\_x\text{ dias} \end{array}\right\}\ x = \frac{14\ .\ 30}{3} = 140$ dias ou **4 m e 20 d (E)**
2ª resolução: fórmula
$J = C\,.\,i\,.\,t \Rightarrow 0{,}14C = C\,.\,0{,}03\,.\,t \Rightarrow 0{,}14 = 0{,}03.t$
$t = 0{,}14/0{,}03 \Rightarrow t = 4{,}66...$meses
$(0{,}66 \times 30 = 19{,}988) \Rightarrow$ **n = 4 m e 20 d (E)**

18. (CEFET) Um microcomputador que custava R$ 2.400,00 foi financiado em 6 meses com uma taxa de juros de 4,8% ao ano. Sabendo que o financiamento foi feito a juros simples, o valor pago pelo computador nesse financiamento foi:
a) R$ 2.500,00 b) R$ 2.456,40 c) R$ 2.457,20
d) R$ 2.457,60 e) R$ 2.456,80
C = 2.400 /t = 6 m / i = 4,8 a.a. ÷ 12 = 0,4% a.m. = 0,004
$M = C(1 + i.t) = 2400(1 + 0{,}004\,.\,6) = 2400\,.\,1{,}024$
M = 2.457,60 (D)

19. Uma pessoa sacou R$ 21.000,00 de um banco sob a condição de liquidar o débito ao fim de 3 meses e pagar ao todo R$ 22.575,00. A que taxa de juro anual obteve esse capital?
a) 2,5% b) 5% c) 15% d) 30% e) 48%
C = 21000 / M = 22575 / t = 3m / i =?
$M = C(1 + i.t) \Rightarrow 22575 = 21000(1 + i\,.\,3) \Rightarrow \frac{22575}{21000} = 1 + 3.i$
$1{,}075 - 1 = 3.i \Rightarrow i = 0{,}075/3 = 0{,}025 \Rightarrow i = 2{,}5\%$ a.m. x 12 m
i = 30% a.a. (D)

20. Um capital de R$ 90.000,00 foi aplicado no mercado financeiro e, após 5 anos, gerou um montante de R$ 180.000,00. Qual foi a taxa anual de juros nesta aplicação?
a) 2% b) 0,2% c) 4% d) 40% e) 20%
C = 90000 / M = 180000 / t = 5a / i =?
1ª resolução: Porcentagem
$\left.\begin{array}{l} 5\text{ anos----}\ 100\% \\ 1\text{ ano -----}\ x\% \end{array}\right\}\ x = \frac{100}{5} =$ **20%(E)**
2ª resolução: fórmula
$M = C(1 + i.t) \Rightarrow 180 = 90(1 + i.5) \Rightarrow \frac{180}{90} = 1 + 5.i$
$2 - 1 = 5.i \Rightarrow i = 1/5 = 0{,}2 \Rightarrow$ **i = 20% a.a. (E)**

21. (JUCEPA-2008) Um funcionário público pagou 50% de uma dívida e, o restante, financiou a 10% ao mês, pagos ao final de 60 dias, a juros simples. Ao final de 60 dias ele pagou um montante de R$ 7.200,00. O valor inicial da dívida era de:
a) R$ 13.000,00 b) R$ 12.000,00 c) R$ 11.000,00
d) R$ 10.000,00 e) R$ 9.000,00

C =? / M = 7200 / t = 60 d = 2m / i = 10% a.m.= 0,1

1ª resolução: Porcentagem

10% ao mês x 2 meses = 20% (juros)

M = C + J ⇒ M = 100% + 20% = 120%

$\left.\begin{array}{l}7200\text{----}120\% \\ C\text{---- }100\%\end{array}\right\}$ $C = \dfrac{7200 \,.\, 100}{120} = 6.000{,}00$ (= 50%)

6000 . 2 = **R$ 12.000,00 (=100%) (B)**

2ª resolução: fórmula

M = C (1 + i.t) ⇒ 7200 = C (1 + 0,1.2) ⇒ 7200 = 1,2C

C = 7200/1,2 ⇒ C = 6000 (= 50%)

6000 . 2 = **R$ 12.000,00 (=100%) (B)**

22. (BESC) Um artigo é vendido, à vista por R$ 150,00 ou em dois pagamentos de R$ 80,00 cada, o primeiro no ato da compra e o segundo, um mês após a compra. Os que optam pelo pagamento parcelado pagam juros mensais de taxa aproximadamente igual a:

a) 14,29% b) 13,33% c) 9,86% d) 7,14% e) 6,67%

Se a empresa não cobrasse juros, ao diminuir a entrada do valor do artigo (150 – 80 = 70) faltaria pagar somente 70 reais. Porém, como há a cobrança de juros no parcelamento, o valor a pagar será de 80 reais, ou seja, juros de 10 reais. Portanto temos:

C = 70 / J = 10 / t = 1 m / i = ?

J = C . i . t ⇒ 10 = 70 . i . 1 ⇒ 10/70 = i ⇒ i = 0,1428

i = 14,29% a.m. (A)

23. (FT-ES) Uma loja de eletrodomésticos vende uma televisão por R$ 1.500,00 à vista. A prazo, a loja vende por R$ 1.800,00, sendo R$ 300,00 de entrada e o restante após 1 ano. Sabendo-se que a loja opera com juros simples, a taxa cobrada ao ano é de:

a) 10% b) 16% c) 20% d) 25% e) 40%

Se a loja não cobrasse juros, ao diminuir a entrada do valor da televisão (1500 – 300 = 1200) faltaria pagar somente 1200 reais. Porém, como há a cobrança de juros no parcelamento, o valor a pagar será de 1500 reais, ou seja, juros de 300 reais. Portanto temos:

C = 1200 / J = 300 / t = 1 a / i = ?

J = C . i . t ⇒ 300 = 1200 . i . 1 ⇒ $3\cancel{00}/12\cancel{00}$ = i ⇒ i = 0,25

i = 25% a.a. (D)

24. Um comerciante anuncia uma mercadoria por certo valor e oferece a seus fregueses duas formas de pagamento: à vista com 10 % de desconto, ou o preço anunciado reajustado em 20% e dividido em duas parcelas iguais, sendo uma no ato da compra e a outra 30 dias depois. Qual é a taxa mensal de juros efetivamente cobrada no pagamento parcelado?

a) 15% b) 20% c) 30% d) 50% e) 100%

Vamos criar um valor fictício para a mercadoria ⇒ R$ 100,00

À vista (10% desconto) esta mercadoria custa ⇒ R$ 90,00

A prazo (aumento de 20%) esta mercadoria custa = R$ 120,00 (entrada de R$ 60,00 + R$ 60,00 após 30 dias).

Note que o valor de venda da mercadoria é um "artifício comercial" para ludibriar o cliente, pois nem à vista nem a prazo se irá pagar o valor anunciado. Ou se paga R$ 90,00 ou se paga R$ 120,00. Portanto se não houvesse a cobrança de juros, ao diminuir o valor da entrada da mercadoria (90 – 60 = 30) faltaria pagar somente 30 reais. Porém, como há a cobrança de juros no parcelamento, o valor a pagar será de 60 reais, ou seja, juros de 30 reais. Portanto temos:

C = 30 / J = 30 / t = 1 m / i = ?

J = C. i . t ⇒ 30 = 30. i . 1 ⇒ i = 30/30 ⇒ i = 1

i = 100% a.m. (E)

25. Uma concessionária vende um automóvel por R$ 15.000,00 à vista. A prazo, vende por R$ 16.540,00, sendo R$ 4.000,00 de entrada e o restante após 4 meses. Qual é a taxa de juros mensal cobrada?

a) 2% b) 3,2% c) 3,5% d) 32% e) 0,35%

Se a concessionária não cobrasse juros, ao diminuir a entrada do valor do automóvel (15000 – 4000 = 11000) faltaria pagar somente 11000 reais. Porém, como há a cobrança de juros no parcelamento, o valor a pagar será de 12540 reais, ou seja, juros de 1540 reais. Portanto temos:

C = 11000 / J = 1540 / t = 4 m / i = ?

J = C . i . t ⇒ 1540 = 11000 . i . 4 ⇒ 1540 = 44000i

i = $\dfrac{154\cancel{0}}{4400\cancel{0}}$ ⇒ i = 0,035 ⇒ **i = 3,5% a.m. (C)**

26. O tempo necessário para se obter 1/10 de um capital aplicado a juros simples à taxa de 2,5% ao mês é:

a) 2 meses b) 2 bimestres c) 1 semestre
d) 3 trimestres e) 4 bimestres

1ª resolução: Porcentagem

Juros = 1/10 do Capital = 10%

$\left.\begin{array}{l}2{,}5\%\text{---- 1 mês} \\ 10\%\text{----- t meses}\end{array}\right\}$ 2,5t = 10 .1 ⇒ t = $\dfrac{10}{2{,}5}$ ⇒ **t = 4 meses (B)**

2ª resolução: fórmula

t = ? / J = C/10 / i = 2,5% a.m. = 0,025

J = C . i . t ⇒ $\dfrac{\cancel{C}}{10} = \cancel{C} \,.\, 0{,}025 \,.\, t$ ⇒ $\dfrac{1}{10 \,.\, 0{,}025} = t$ ⇒ t = $\dfrac{1}{0{,}25}$

t = 4 meses ou 2 bimestres (B)

27. Certo tipo de aplicação duplica o capital em 8 meses. Qual a taxa mensal de juros simples?

a) 10% b) 11% c) 12% d) 12,5% e) 11,5%

Para um capital dobrar de valor, é necessário que os juros sejam de 100%, então J = C / t = 8 m / J = C / i =?

J = C . i . t ⇒ $\cancel{C} = \cancel{C}$. i . 8 ⇒ 1 = 8.i ⇒ i = 1/8 ⇒ i = 0,125

i = 12,5% a.m. (D)

28. Um capital é aplicado a juros simples do dia 10/02/98 a 24/04/98, a uma taxa de 24% ao ano. Nessas condições, calcule o juro simples exato ao fim do período, como porcentagem do capital inicial, desprezando as casas decimais superiores à segunda.

a) 4,70% b) 4,75% c) 4,80% d) 4,88% e) 4,93%

C =? (Exato 1998 não é bissexto) Fev = 28 – 10 = 18
t = 10/02 a 24/04 (73 dias) Mar = 31
i = 24%aa= 0,24/365 ad Abr = 24
J = C. i. t = C . $\dfrac{0{,}24}{365}$. 73 = $\dfrac{17{,}52C}{365}$ = 0,048C 73 dias

J = 0,048C . 100% ⇒ **J = 4,80%C (C)**

29. (AFTN) A quantia de R$ 10.000,00 foi aplicada a juros simples exatos de 12 de abril ao dia 5 de setembro do mesmo ano. Calcule os juros obtidos, à taxa de 18% ao ano, desprezando os centavos:

a) R$ 705,00 b) R$ 720,00 c) R$ 725,00
d) R$ 715,00 e) R$ 735,00

C =10.000,00 Abr = 30 –12 = 18
t = 12/04 a 05/09 (146 dias) Mai = 31
i = 18%aa= 0,18/365 ad Jun = 30
J = C. i. t = $\dfrac{10000.0{,}18.146}{365} = \dfrac{1800.146}{365}$ Jul = 31
Ago = 31
J = $\dfrac{360 \,.\, 146}{73}$ ⇒ J = 360 . 2 ⇒ **J = 720,00 (B)** Set = 5
146 dias

30. (AFRF/98) Um capital é aplicado do dia 5 de Maio ao dia 25 de Novembro do mesmo ano, a uma taxa de juros simples ordinário de 36% ao ano produzindo um montante de R$ 4.800,00. Nessas condições, calcule o capital aplicado, desprezando os centavos:

a) R$ 4.067,00 b) R$ 3.986,00 c) R$ 3.996,00
d) R$ 3.941,00 e) R$4.000,00

Atenção: O texto pede juros simples ordinários, ou seja, todos os meses têm 30 dias e o ano 360 dias.

C =? MAI = 30 –5 = 25
t = 05/05 a 25/1 1(200 dias) JUN = 30

i = 36%aa = 36/360= 0,1%ad = 0,001
M = 4.800,00
$M = C\,(1+it) \Rightarrow 4800 = C\,(1+0{,}001.200)$
$C = \frac{4800}{1{,}2} = 4000{,}00$ (E)

JUL = 30
AGO = 30
SET = 30
OUT = 30
NOV = 25
200 dias

31. (AFTN) João colocou metade do seu capital a juros simples pelo prazo de seis meses e o restante, nas mesmas condições, pelo período de quatro meses. Sabendo-se que ao final das aplicações os montantes eram de R$ 117.000,00 e R$ 108.000,00, respectivamente, o capital inicial de João era:
a) R$150.000,00 b) R$160.000,00 c) R$170.000,00
d) R$180.000,00 e) R$200.000,00
Aplicação 1: $C_1 = C/2$, $t_1 = 6$ m / $M_1 = 117000$ / $i_1 = i_2$
Aplicação 2: $C_2 = C/2$, $t_2 = 4$ m / $M_1 = 108000$ / $i_1 = i_2$
A diferença de 2 meses (6 m – 4 m) provocou uma diferença de 9000 entre os montantes (117000 – 108000), podemos efetuar uma regra de três:
9000----2 meses
x----1 mês
$x = \frac{9000}{2} = 4500$ (Cada capital está rendendo 4500 de juros ao mês)
Portanto a aplicação 1 rendeu juros de:
$J_1 = 4500 . 6\text{ m} = 27000$
$C_1 = M_1 - J_1 = 117000 - 27000 \Rightarrow C_1 =$ **90000**
$C_1 = C/2 \Rightarrow C = 2.\,C_1 = 2 . 90000 \Rightarrow$ **C = R$ 180.000 (D)**

32. (FAPAN) Um capital somado a seus juros simples de 1 ano e 3 meses, é igual a R$ 13.000,00. Este mesmo capital diminuído de seus juros simples de 1 ano e 6 meses é igual R$ 6.400,00. Qual é este capital?
a) R$ 9.000,00 b) R$ 9.500,00 c) R$ 10.000,00
d) R$ 10.500,00 e) R$ 11.000,00
t_1 = 1ano e 3meses = 15 meses
t_2 = 1ano e 6 meses = 18 meses
$C + J = 13000 \Rightarrow C + Cit = 13000 \Rightarrow \begin{cases} C + 15Ci = 13000 \\ C - 18Ci = 6400(-1) \end{cases}$
$C - J = 6400 \Rightarrow C - Cit = 6400 \Rightarrow$
$\begin{cases} \cancel{C} + 15Ci = 13000 \\ -\cancel{C} + 18Ci = -6400 \end{cases}$
$33Ci = 6600 \Rightarrow Ci = 6600/33 \Rightarrow Ci = 200$
$C + 15Ci = 13000 \Rightarrow C + 15 . 200 = 13000$
$C + 3000 = 13000 \Rightarrow C = 13000 - 3000 \Rightarrow$ **C = 10.000 (C)**

33. (CVM) Determinado capital foi aplicado a prazo fixo, durante um período à taxa de juros simples de 30% ao ano. Decorrido o prazo, o montante o valor de R$ 23.400,00 foi aplicado por mais um período igual ao da aplicação inicial, à taxa de juros simples de 36% ao ano. Sendo o montante final de R$ 26.910,00, o capital da 1ª aplicação corresponde a:
a) R$ 18.000,00 b) R$ 20.700,00 c) R$ 20.800,00
d) R$ 21.000,00 e) R$ 22.000,00
Aplicação 1: C_1 = ? / M_1 = 23400 / i_1 = 30%aa = 2,5%am / t =?
Aplic, 2: C_2 = 23400/M_2 = 26.910,00/i_2 = 36%aa = 3%am/ t=?
Calculando o tempo **t** na aplicação 2 (que é o mesmo tempo **t** da aplicação 1), temos:
$J_2 = M_2 - C_2 = 26910 - 23400 = 3510$
$J_2 = C . i . t \Rightarrow 3510 = 23400 . 0{,}03 . t \Rightarrow 3510 = 702t$
$t = 3510/702 \Rightarrow$ **t = 5 meses**
Agora que já temos o valor do tempo, calculamos o Capital inicial (C_1) através de:
$M = C\,(1 + it) \Rightarrow 23400 = C\,(1 + 0{,}025 . 5) \Rightarrow 23400 = 1{,}125C$
$C = \frac{23400}{1{,}125} \Rightarrow$ **C = R$ 20.800,00(C)**

34. (CEF) Um capital foi aplicado a juros simples e, ao completar um período de um ano e quatro meses, produziu um montante equivalente a 7/5 de seu valor. A taxa mensal dessa aplicação foi de:
a) 2% b) 2,2% c) 2,5% d) 2,6% e) 2,8%
1ª resolução: Porcentagem
Juros = $M - C = \frac{7C}{5} - C = \frac{7C - 5C}{5} = \frac{2C}{5} = 0{,}4C$ = 40% do capital
Tempo = 1 ano e quatro meses = 16 meses
40%----- 16 meses
i%----- 1 mês
$i = \frac{40 .1}{16} \Rightarrow$ **i = 2,5% a.m. (C)**
2ª resolução: fórmula
C = C , M = 7C/5 , t = 1 a e 4 m = 16 m , i =? %am
$M = C\,(1 + it) \Rightarrow \frac{7\cancel{C}}{5} = \cancel{C}\,(1 + 16i) \Rightarrow 7/5 = 1 + 16i$
$7/5 - 1 = 16i \Rightarrow 2/5 = 16i \Rightarrow \frac{2}{5 . 16} = i \Rightarrow i = 2/80$
$i = 0{,}025 \Rightarrow i =$ **2,5%a.m. (C)**

35. (CEF) Certo capital aplicado a juros simples durante 15 meses rendeu um determinado juro. Se aplicarmos o triplo desse capital à mesma taxa, em que prazo o juro obtido será igual ao dobro obtido na primeira aplicação?
a) 5 meses. b) 7,5 meses. c) 10 meses.
d) 12 meses. e) 18 meses.
Aplicação 1: C_1 / t_1 = 15 m / i
$J_1 = C_1 . i . t_1 \Rightarrow J_1 = C_1 . i. 15 \Rightarrow J_1 = 15.C_1.i$
Aplicação 2: $C_2 = 3C_1$ / i / t_2 = ? / $J_2 = 2J_1$
$J_2 = C_2 . i . t_2 \Rightarrow 2J_1 = 3C_1 . i . t_2$ (substituindo J_1 por $15.C_1.i$),
$2.\ 15.\cancel{C_1.i} = 3\cancel{C_1 . i} . t_2 \Rightarrow 30 = 3 . t_2$
$t_2 = 30/3 \Rightarrow$ **t_2 = 10 meses (C)**

36. (CVM) Determinado capital aplicado a juros simples durante 18 meses rendeu R$ 7.200,00. Sabe-se que, se o dobro deste capital fosse aplicado a juros simples com a mesma taxa anterior, geraria ao final de 2 anos, o montante de R$ 40.000,00. O valor do capital aplicado na primeira situação foi:
a) R$24.000,00 b) R$20.800,00 c) R$15.200,00
d) R$12.500,00 e) R$10.400,00
Temos 2 aplicações: $\begin{cases} C_1 =?\ /\ t_1 = 18\text{ m}\ /\ J_1 = 7200 \\ C_2 = 2C_1\ \mathbf{/}\ t_2 = 24\text{ m}\ /\ M_2 = 40000 \end{cases}$
Calculando a taxa **i** na primeira aplicação, temos:
$J_1 = C_1. i . t_1 \Rightarrow 7200 = C_1. i . 18 \Rightarrow i = \frac{7200}{18C_1} \Rightarrow i = 400/C_1$
Agora substituímos o valor da taxa i em:
$M_2 = C_2\,(1 + i.t_2) \Rightarrow 40000 = 2C_1\,(1 + \frac{400}{C_1} . 24)$
$40000 = 2C_1 + 2\cancel{C_1} . \frac{400}{\cancel{C_1}} . 24 \Rightarrow 40000 = 2C_1 + 19200$
$40000 - 19200 = 2C_1 \Rightarrow$ **C_1 = R$ 10.400,00 (E)**

37. (FT-ES) Um banco comercial empresta R$ 10.000,00 a um cliente, pelo prazo de 3 meses, com uma taxa de 5% ao mês, juros simples, cobrados antecipadamente. Dessa forma, o valor líquido liberado pelo banco é de R$ 8.500,00, e o cliente deve pagar os R$ 10.000,00 no final do 3° mês. Além disso, o banco exige um saldo médio de R$ 1.000,00 ao longo de todo o empréstimo. Com base nestas informações podemos afirmar que a taxa de rentabilidade mensal do banco é:
a) 6,67% b) 9,80% c) 11,11% d) 20,00% e) 33,33%

VL = 8.500,00 –	$J = C . i . t \Rightarrow 1500 = 7500 . i .3$
SM = <u>1.000,00</u>	$i = \frac{1500}{3 . 7500} \Rightarrow i = \frac{15}{3.75} = \frac{5}{75}$
C = 7.500,00	
J = 1.500,00	i = 0,0666 = **6,66% (A)**
t = 3m	

38. (CVM) Em determinada data, uma pessoa aplica R$ 10.000,00 à taxa de juros simples de 2% ao mês. Decorridos 2 meses, outra pessoa aplica R$ 8.000,00 à taxa de juros simples de 4% ao mês. No momento em que o montante referente ao valor aplicado pela primeira pessoa for igual ao montante referente ao valor aplicado pela segunda pessoa, o total de juros correspondentes à aplicação da primeira pessoa será de:

a) R$ 4.400,00 b) R$ 4.000,00 c) R$ 3.600,00
d) R$ 3.200,00 e) R$ 2.800,00
1ª pessoa: $C_1 = 10000$ / t_1 / i_1 = 2%am = 0,02
2ª pessoa: $C_2 = 8000$ / $t_2 = t_1 - 2$ / i_2 = 4%am = 0,04
$M_1 = M_2 \Rightarrow 100\cancel{0}(1 + 0{,}02t_1) = 80\cancel{0}(1+ 0{,}04(t_1-2))$
$1000 + 20t_1 = 800 + 32(t_1 - 2) \Rightarrow$
$1000 + 20t_1 = 800 + 32t_1 - 64$
$1000 - 800 + 64 = 32t_1 - 20t_1 \Rightarrow 264 = 12t_1 \Rightarrow$
$t_1 = 264/12 \Rightarrow t_1 = 22$ meses
Agora que já temos o tempo da 1ª aplicação, calculamos os juros da 1ª aplicação:
$J_1 = C_1 i_1 n \Rightarrow J = 10000 \cdot 0{,}02 \cdot 22 \Rightarrow$ **J = R$ 4.400,00 (A)**

39. Carla aplicou 3/5 de certo capital C a uma taxa de 10% ao ano, aplicou o restante a uma taxa de 15% ao ano. Ao final de um ano Carla recebeu R$ 2.400,00 de juros. O valor de C é:
a) R$ 6.400,00 b) R$ 14.400,00 c) R$ 16.000,00
d) R$ 18.400,00 e) R$ 20.000,00
Carla dividiu o Capital em duas partes 3/5 e 2/5 e fez 2 aplicações:
1ª aplicação: $C_1 = 3C/5$, i_1 = 10% a.a.= 0,1 , t_1 = 1 ano
2ª aplicação: $C_2 = 2C/5$, i_2 = 15% a.a. = 0,15 , t_2 = 1 ano
Ao final de 1 ano, os juros das duas aplicações totalizaram 2400:
$J_T = 2400 \Rightarrow J_1 + J_2 = 2400 \Rightarrow C_1 \cdot i_1 \cdot t_1 = C_2 \cdot i_2 \cdot t_2$
$\frac{3C}{5} \cdot 0{,}1 \cdot 1 + \frac{2C}{5} \cdot 1{,}5 \cdot 1 = 2400 \Rightarrow \frac{0{,}3C + 0{,}3C}{5} = 2400$
$0{,}6C = 2400 \cdot 5 \Rightarrow C = \frac{2400 \cdot 5}{0{,}6} = \frac{12000}{0{,}6} \Rightarrow$ **C = 20.000(E)**

40. Um investidor norte-americano traz para o Brasil 50.000 dólares, faz a conversão desse dinheiro em reais, aplica os reais por um ano à taxa de 20% ao ano e no resgate, converte os reais recebidos em dólares e os envia para os Estados Unidos. Sabendo que, no dia da aplicação um dólar valia R$ 1,10 e, um ano depois, na data do resgate um dólar valia R$ 1,20, a quantia em dólares que ele remeteu foi:
a) $ 50.000,00 b) $ 55.000,00 c) $ 60.000,00
d) $ 66.000,00 e) $ 79.200,00
$ 50.000,00 . R$ 1,10 = R$ 55.000,00
C = 55000 / i = 20% a.a. = 0,2 / t = 1 ano
$M = C(1 + it) = 55000(1 + 0{,}2 \cdot 1) = 55000 \cdot 1{,}2 = 66000$
R$ 66.000,00/1,20 = **$ 55.000,00 (B)**

41. (CEF) Uma aplicação bancária remunera a importância aplicada com juros simples de 14,4% ao ano. Supondo-se que um indivíduo aplicou a quantia de R$ 30.000,00, pelo prazo de 3 meses. Qual o valor dos juros a receber ao final dos 3 meses de aplicação?
a R$ 31.080,00 b) R$ 31.093,01 c) R$ 1.080,00
d) R$ 1.093,01 e) R$ 1.800,00
i = 14,4% aa ÷ 12 = 1,2% am = 0,012 / t = 3 m / C = 30000
$J = C \cdot i \cdot t = 30000 \cdot 0{,}012 \cdot 3 \Rightarrow$ **J = 1.080,00 (C)**

42. (CEF) Numa aplicação a juro simples um capital produz em 2 meses o montante de R$ 5.460,00. Se aplicado à mesma taxa mensal, o mesmo capital produziria, ao final de 5 meses o montante de R$ 5.850,00. O valor desse capital é:
a) R$ 5.280,00 b) R$ 5.200,00 c) R$ 5.180,00
d) R$ 5.100,00 e) R$ 5.008,00
Aplicação 1: $C_1 = C$, t_1 = 2 m / $M_1 = 5460$ / $i_1 = i_2$
Aplicação 2: $C_2 = C$, t_2 = 5 m / $M_1 = 5850$ / $i_1 = i_2$
A diferença de 3 meses (5 m – 2 m) provocou uma diferença de 390 entre os montantes (5850 – 5460), podemos efetuar uma regra de três:
390----3 meses
x----1 mês
$x = \frac{390}{3} = 130$ (Cada capital está rendendo 130 de juros ao mês)
Portanto a aplicação 1 rendeu juros de:
$J_1 = 130 \cdot 2\text{ m} = 260$
$C_1 = M_1 - J_1 = 5460 - 260 \Rightarrow$ **C_1= C = 5200 (B)**

43. Um capital com os juros correspondentes a 5 meses, eleva-se a R$ 748,25. O mesmo capital aplicado à mesma taxa, com juros correspondentes a 8 meses, eleva-se a R$ 759,20. Esse capital é:
a) R$ 770,00 b) R$760,00 c) R$ 750,00
d) R$ 740,00 e) R$730,00
Aplicação 1: $C_1 = C$, t_1 = 5 m / $M_1 = 748{,}25$ / $i_1 = i_2$
Aplicação 2: $C_2 = C$, t_2 = 8 m / $M_1 = 759{,}20$ / $i_1 = i_2$
A diferença de 3 meses (8 m – 5 m) provocou uma diferença de 10,95 entre os montantes (759,20 – 748,25), podemos efetuar uma regra de três:
10,95----3 meses
x----1 mês
$x = \frac{10{,}95}{3} = 3{,}65$ (Cada capital está rendendo 130 de juros ao mês)
Portanto a aplicação 1 rendeu juros de:
$J_1 = 3{,}65 \cdot 5\text{ m} = 18{,}65$
$C_1 = M_1 - J_1 = 748{,}25 - 18{,}25 \Rightarrow$ **C_1= C = 730,00 (E)**

44. Determinar a que taxa mensal esteve aplicado um capital de R$ 48.000,00 que em 3 meses e 20 dias, rendeu R$ 440,00?
a) 0,25% b) 0,40% c) 0,34%
d) 0,21% e) 0,49%
i =? / C = 48000 / t = 3m 20 d = 110 dias / J = 440
Resolução por regra de três:
Juros = 440,00 ÷ 110 dias = 4,00 ao dia
4 x 30 dias = 120,00 ao mês
48000-----100%
120-----x%
$x = \frac{120 \cdot 100}{48000} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4} =$ **0,25% a.m.**
Resolução pela fórmula:
$J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow 440 = 48000 \cdot i \cdot 110 \Rightarrow 4 = 48000i$
$i = \frac{4 \cdot 30}{48000} = \frac{12\cancel{0}}{4800\cancel{0}} \Rightarrow i = 0{,}0025 \Rightarrow$ **i = 0,25%a.m. (A)**

45. Uma pessoa aplicou R$ 110.000,00 do seguinte modo: R$ 68.000,00 a 5% a.a. e R$ 42.000,00 a uma taxa desconhecida. Sabendo-se que, ao fim de meio ano, a primeira importância tinha rendido R$ 125,00 a mais do que a segunda, pergunta-se: a que taxa anual esta última foi aplicada?
a) 8,3% b) 7,5% c) 6,7%
d) 6,9% e) 7,8%
1ª quantia
$C_1 = 68000$ / i_1 = 5%a.a. = 0,05 / t = 0,5 anos
$J_1 = C_1 \cdot i_1 \cdot t \Rightarrow J_1 = 68000 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}5 \Rightarrow J_1 = 68 \cdot 5 \cdot 5 = 1700$
$J_2 = J_1 - 125 = 1700 - 125 \Rightarrow J_2 = 1575$
2ª quantia
$C_2 = 42000$ / i_2 =? / t = 0,5 anos / $J_2 = 1575$
$J_2 = C_2 \cdot i_2 \cdot t \Rightarrow 1575 = 42000 \cdot i_2 \cdot 0{,}5 \Rightarrow 1575 = 21000i_2$
$i_2 = 1575/21000 \Rightarrow i_2 = 0{,}075 \Rightarrow$ **i_2 = 7,5% a.a.(B)**

46. Certo capital foi aplicado a uma taxa mensal de juro simples de 2,5% ao mês, durante um determinado período, rendendo, de juros, ao final da aplicação, uma quantia igual a 1/4 do capital inicialmente aplicado. Conclui-se que esse capital ficou aplicado durante:
a) 18 meses b) 14 meses c)12 meses
d) 10 meses e) 8 meses
1ª solução: J = 1/4 C = 25%
2,5%-----1mês
25%----- x
x = $\frac{25}{2{,}5}$ **= 10 meses (D)**
2ª solução: C / i = 2,5 a.m. = 0,025 / J = C/4
$J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow \frac{C}{4} = C \cdot 0{,}025 \cdot t \Rightarrow \frac{1}{4} = 0{,}025t$
$t = \frac{0{,}25}{0{,}025} \Rightarrow t = \frac{250}{25} \Rightarrow$ **t = 10 meses (D)**

47. Uma empresa vende uma mercadoria e vai receber em duas prestações. Supondo que o preço à vista da mercadoria seja C reais, e que o primeiro pagamento no ato da compra seja C/3 reais e que a inflação nesses 30 dias seja 25%, calcule o valor

que deve ser cobrado no segundo pagamento efetuado após 30 dias da compra de modo a compensar a inflação no período?
a) 5c/6 b) 6c/5 c) 3c/5 d) 2c/3 e) c/3
1° pagamento = C/3 2° pagamento = 2C/3
C = 2C/3 , i = 25% a.m. = 0,25 , t = 30dias = 1 mês
$M = C(1+it) \Rightarrow M = \frac{2C}{3}(1+0,25 . 1) \Rightarrow M = \frac{2C}{3} . 1,25$
$M = \frac{2,5C}{3} \Rightarrow$ $\mathbf{M = \frac{5C}{6}}$ **(A)**

48. Uma loja está vendendo uma câmera fotográfica digital por R$ 1.270,00 à vista, ou por R$ 1.350,00 divididos em duas parcelas, sendo que a parcela menor dada como entrada, no ato da compra, é igual à quarta parte da parcela maior, que deverá ser paga 60 dias após a data da compra. No caso da venda parcelada, a taxa mensal de juros simples cobrada pela loja é:
a) 3% b) 4% c) 5% d) 6% e) 8%
Dividindo 1350 em cinco partes (1350 ÷ 5 = 270), temos que: a 1ª parcela será de R$ 270,00, enquanto a 2ª será de R$ 1080,00 (4 vezes maior que a 1ª). Se a loja não cobrasse juros, ao diminuir a entrada do valor da câmera (1270 – 270 = 1000) faltaria pagar somente 1000 reais. Porém, como há a cobrança de juros no parcelamento, o valor a pagar será de 1080 reais, ou seja, juros de 80 reais. Portanto temos:
C = 1000 / J = 80 / t = 60 dias = 2 meses / i = ?
$J = C . i . t \Rightarrow 80 = 1000 . i . 2 \Rightarrow 80 = 2000i$
$i = \frac{8\cancel{0}}{200\cancel{0}} \Rightarrow i = 0,04 \Rightarrow$ **i = 4% a.m. (B)**

49. Um automóvel foi vendido por R$ 16.500,00 e essa quantia foi aplicada em um banco, durante 3 anos e 4 meses e produziu R$ 3.300,00 de juros. A que taxa foi aplicado esse capital?
a) 12% a.a. b) 4% a.m. c) 6% a.a.
d) 12% a.m. e) 6% a.m.
C = 16.500 / J = 3.300 / t = 3a e 4m = 40m / i =?
$J = C. i. t \Rightarrow 3300 = 16500 . i .40 \Rightarrow 3300 = 660000.i$
$i = \frac{33\cancel{00}}{6600\cancel{00}} \Rightarrow i = 0,005 \Rightarrow i = 0,5\%$ a.m. . $12 \Rightarrow$ **i = 6% a.a. (C)**

50. (CEFET) A título de remuneração por um empréstimo de R$ 5.000,00 durante 3 meses foi pago R$ 375,00 de juros, calculados na forma de juros simples. Neste caso, a taxa mensal aplicada no cálculo dessa remuneração foi de:
a) 2,5% b) 0,25% c) 5,2% d) 0,52% e) 2,05%
C = 5.000 , J = 375 , t = 3m , i =?
$J = C. i. t \Rightarrow 375 = 5000 . i .3 \Rightarrow 375 = 150i$
$i = \frac{375}{150} \Rightarrow$ **i = 2,5% a.m. (A)**

51. (CEF) Um indivíduo adquiriu um veículo cujo valor à vista é de R$ 20.000,00. Optou em fazer o pagamento de uma entrada no valor de R$ 11.000,00 no ato da compra e uma parcela de R$ 11.000,00 após 60 dias. Utilizando o regime de juros simples, qual a taxa de juros mensal que foi paga na negociação?
a) 0,11% b) 11,1% c) 10% d) 11% e) 22,2%
Se a concessionária não cobrasse juros, ao diminuir a entrada do valor do veículo (2000 – 11000 = 9000) faltaria pagar somente 9000 reais. Porém, como há a cobrança de juros no parcelamento, o valor a pagar será de 11000 reais, ou seja, juros de 2000 reais. Portanto temos:
C = 9000 / J = 2000 / t = 60 dias = 2 meses / i = ?
$J = C. i. t \Rightarrow 2000 = 9000. i . 2 \Rightarrow 2000 = 18000i \Rightarrow i = \frac{2\cancel{000}}{18\cancel{000}}$
$i = 0,1111 \Rightarrow$ **i = 11,11% a.m. (B)**

52. (AFRF/2002) Uma conta no valor de R$ 2.000,00 deve ser paga em um banco na segunda- feira, dia 8. O não pagamento no dia do vencimento implica em multa fixa de 2% sobre o valor da conta mais o pagamento de uma taxa de permanência de 0,2% por dia útil de atraso, calculada como juros simples, sobre o valor da conta. Calcule o valor do pagamento devido no dia 22 do mesmo mês, considerando
que não há nenhum feriado bancário no período.
a) R$ 2.080,00 b) R$ 2.084,00 c) R$ 2.088,00
d) R$ 2.096,00 e) R$2.100,00

S	T	Q	Q	S	S	D	
							Conta = 2.000,00
8	9	10	11	12	13	14	Multa 2%= 40,00
15	16	17	18	19	20	21	Tx.0,2%.10= 40,00
22							Total = 2.080,00

10 dias úteis de atraso **(A)**

53. (PM 2007) Para se obter um saldo de R$ 20.000,00, aplicando um capital de R$ 10.000,00 a 2% ao mês, no sistema de juros simples, são necessários:
a) 4 anos e 1 mês d) 4 anos e 4 meses
b) 4 anos e 2 meses e) 4 anos e 5 meses
c) 4 anos e 3 meses
M = 20.000 / C = 10.000 / i = 2%am = 0,02 / t = ?
$M = C(1+i.t) \Rightarrow 20000 = 10000(1 + 0,02t)$
$\frac{2000\cancel{0}}{1000\cancel{0}} = 1 + 0,02t \Rightarrow 2 - 1 = 0,02t \Rightarrow t = \frac{1}{0,02} \Rightarrow t = \frac{100}{2}$
t = 50 meses ÷ 12meses = **4 anos e 2 meses (B)**

54. (CESGRANRIO 98) Um capital de R$ 15.000,00 foi aplicado a juro simples à taxa bimestral de 3%. Para que seja obtido um montante de R$ 19.050,00, o prazo dessa aplicação deverá ser de:
a) 1 ano e 10 meses d) 1 ano e 6 meses
b) 1 ano e 9 meses e) 1 ano e 4 meses
c) 1 ano e 8 meses
M = 19.050 / C = 15.000 / i = 3%ab = 0,03 / t = ?
$M = C(1+it) \Rightarrow 19050 = 15000(1 + 0,03t)$
$\frac{19050}{15000} = 1 + 0,03t \Rightarrow 1,27 - 1 = 0,03t \Rightarrow t = \frac{0,27}{0,03} = \frac{27}{3}$
t = 9 bimestres . 2m = 18 m ou **t = 1 ano e 6 meses (D)**

55. Um investidor aplicou R$ 1.600,00 a uma taxa de 24% a.a. Ao final de 7 meses o montante resgatado por ele foi de:
a) R$ 1.824,00 b) R$ 1.792,00 c) R$ 1.760,00
d) R$ 1.728,00 e) R$ 1.696,00
C = 1.600 / i = 24%a.a. / n = 7 m / M =?
i = 24% a.a. ÷ 12 = 2% a.m = 0,02
$M = C(1+i.t) \Rightarrow M = 1600(1 + 0,02 . 7) \Rightarrow M = 1600 . 1,14$
M= R$ 1.824,00 (A)

56. Uma quantia aplicada em um banco a uma taxa de 6% a.a., durante 10 meses, gerou uma importância total de R$ 54.000,00. A quantia inicialmente aplicada era de:
a) R$ 50.000,00 b) R$ 50.728,00 c) R$ 51.429,00
d) R$ 51.643,00 e) R$ 52.000,00
M = 54000 / i = 6%a.a. / t = 10 m / C =?
i = 6% a.a. ÷ 12 = 0,5% a.m = 0,005
$M = C(1+i.t) \Rightarrow 54000 = C(1 + 0,005 .10) \Rightarrow 54000 = C . 1,05$
$C = \frac{54000}{1,05} \Rightarrow$ **C = R$ 51.428,57 (C)**
Pela porcentagem:
10 meses x 0,5% = 5%
$\left.\begin{matrix} 54000\text{----- } 105\% \\ C\text{----- } 100\% \end{matrix}\right\}$ $C = \frac{54000 . 100}{105} \Rightarrow$ **C=R$ 51.428,57 (C)**

57. (SENAC 2009) Um grupo de 20 amigos paraenses fez um "bolão". Cada um contribuiu com R$ 5.000,00 e indicou quais as doze cidades brasileiras que seriam sede da Copa do Mundo de 2014. Seu José ganhou sozinho o valor total arrecadado. Aplicou uma parte, à taxa de 5% a.a., durante 6 meses e o restante a 7% a.a., durante 10 meses. Ao final observou que os rendimentos tinham sido iguais. Qual o valor da maior parte aplicada?

a) R$ 48.000,00 b) R$ 69.450,00 c) R$ 58.450,00
d) R$ 65.000,00 e) R$ 70.000,00
Valor do "bolão" = 20 . 5000 = R$ 100.000.00
$C_1 + C_2 = 100000$ $(C_1 > C_2) \Rightarrow C_2 = 100000 - C_1$
i_1 = 5% a.a. = 0,05 a.a. = 0,05/12 a.m. / t_1 = 6 meses
i_2 = 7% a.a. = 0,07 a.a. = 0,07/12 a.m. / t_2 = 10 meses
$J_1 = J_2 \Rightarrow C_1 \cdot \frac{0,05}{\cancel{12}} \cdot 6 = C_2 \cdot \frac{0,07}{\cancel{12}} \cdot 10$
$0,3C_1 = 0,7C_2 \Rightarrow 3C_1 = 7C_2 \Rightarrow 3C_1 = 7(100000 - C_1)$
$3C_1 = 700000 - 7C_1 \Rightarrow 3C_1 + 7C_1 = 700000 \Rightarrow 10C_1 = 700000$
$C_1 = 700000/10 \Rightarrow$ **C_1 = R$ 70.000,00 (E)**

58. (SENAC 2009) A quantia de R$ 10.000,00, colocada a juros simples em um ano e seis meses, produziu um montante R$ 10.600,00. Qual a taxa anual praticada?
a) 6% b) 3,6% c) 4% d) 4,8% e) 5,4%
C = 10000 / t = 1 ano e 6 meses = 1,5 anos / M = 10600
$M = C(1+i.t) \Rightarrow 10600 = 10000(1 + i .1,5)$
$\frac{10600}{10000} = 1 + 1,5i \Rightarrow 1,06 - 1 = 1,5i \Rightarrow \frac{0,06}{1,5} = i \Rightarrow i = 0,04$ **i = 4% a.a. (C)**

59. (PM 2008) Considere que uma pessoa após receber seu salário, tenha aplicado, no banco, R$ 2.200,00 durante 2 meses, para ter rendimentos a uma taxa mensal de 1,95%. De acordo com os dados apresentados, assinale a opção correta.
a) Se essa pessoa tivesse aplicado a mesma quantia, com a mesma taxa durante 3 meses, receberia no final um total, aplicação mais juros, de R$ 2.370,80.
b) A quantia total, aplicação mais juros, que essa pessoa receberá no final desses 2 meses será de R$ 2.280,50.
c) Essa pessoa receberá R$ 88,50 de juros nos 2 meses.
d) No primeiro mês, essa pessoa receberá R$ 42,90 de juros.
Resolução: (D)
Como as alternativas se referem a 1, 2 e 3 meses, é mais prático, calcular o valor de juros de um mês e multiplicar por 2 e 3 meses.
J = C . i . t = 2200 . 0,0195 . 1 = 42,90
1 mês = **42,90 (D)**
2 meses = 42,90 . 2 = 85,80 (2200 + 85,80 = 2.285,80)
3 meses = 42,90 . 3 = 128,70 (2200 + 128,70 = 2.328,70)

60. Em um mesmo dia são aplicados a juros simples: 2/5 de um capital a 2,5% ao mês e o restante, a 18% ao ano. Se, decorridos 2 anos e 8 meses da aplicação, obtém-se um juro total de R$ 7.600,00, o capital inicial era:
a) R$ 12.500,00 b) R$ 12.750,00 c) R$ 14.000,00
d) R$ 14.500,00 e) R$ 17.750,00
$C_1 = \frac{2C}{5}$ e $C_2 = \frac{3C}{5}$ t = 2 anos e 8 meses = 32 meses
i_1 = 2,5% ao mês = 0,025
i_2 = 18% ao ano ÷ 12 = 1,5% ao mês = 0,015
$J_T = J_1 + J_2 = 7600 \Rightarrow J_1 + J_2 = 7600$
Se $J_1 = C_1 . i_1 . t$ e $J_2 = C_2 . i_2 . t$, então:
$\frac{2C}{5} . 0,025 . 32 + \frac{3C}{5} . 0,015 . 32 = 7600 \Rightarrow \frac{1,6C + 1,44C}{5} = 7600$
$3,04C = 7600 . 5 \Rightarrow C = \frac{38000}{3,04} \Rightarrow$ **C = R$ 12.500,00 (A)**

61. Uma parte de um capital de R$ 18.000,00 foi aplicada a juros simples à taxa de 6% a.a. durante 5 anos e rendeu os mesmos juros que a outra parte, que foi também aplicada a juros simples à 12% a.a. por 2 anos. A diferença entre a maior e a menor das aplicações foi de:
a) R$ 2.000,00 b) R$ 1.980,00 c) R$ 2.200,00
d) R$ 1.880,00 e) R$ 1.900,00
O capital de R$ 18.000,00 foi dividido em duas partes:
C_1 e C_2, portanto, **$C_1 + C_2 = 18000$**
Os juros das duas partes foram iguais: $J_1 = J_2$
Pela fórmula dos juros temos que:
J = C . i . t, então: $C_1 . i_1 . t_1 = C_2 . i_2 . t_2$
$C_1 . 0,06 . 5 = C_2 . 0,12 . 2 \Rightarrow 0,3C_1 = 0,24C_2 \Rightarrow 30C_1 = 24C_2$
$5C_1 = 4C_2$
Substituindo o valor de C_1 por $C_1 = 18000 - C_2$, temos:
$5(18000 - C_2) = 4C_2 \Rightarrow 90000 - 5C_2 = 4C_2$
$90000 = 10C_2 \Rightarrow$ **C_2 = R$ 10.000,00**
$C_1 + C_2 = 18000 \Rightarrow C_1 + 10000 = 18000$
$C_1 = 18000 - 10000 \Rightarrow$ **C_1 = R$ 8.000,00**
$C_2 - C_1 = 10000 - 8000 \Rightarrow$ **$C_2 - C_1$ = R$ 2.000,00 (A)**

62. Um capital de R$ 3.200,00 foi aplicado a juros simples da seguinte forma:
- 1/4 do total à taxa de 2% ao mês por 3 meses e meio;
- 3/5 do total à de 3% ao mês por 2 meses;
- E o restante à taxa de 3,5% ao mês;

Se o montante dessas aplicações foi de R$ 3.413,20, então o prazo de aplicação da última parcela foi de:
a) 2 meses d) 2 meses e 20 dias
b) 2 meses e 10 dias e) 3 meses
c) 2 meses e 15 dias

1ª Parcela	**2ª Parcela**
C = 1/4 . 3200 = 800	C = 3/5 . 3200 = 1920
i = 2%am = 0,02	i = 3%am = 0,03
t = 3,5 m	t = 2 m
M = C(1 + i.t)	M = C(1 + i.t)
M = 800(1 + 0,02 . 3,5)	M = 1920(1 + 0,03 . 2)
M = 800(1 + 0,07)	M = 1920(1 + 0,06)
M = 800 . 1,07 = 856	M = 1920 . 1,06 = 2035,20

Cálculo da Terceira Parcela:
C = 3200 – 800 – 1920 = 480
M = 3413,20 – 856 – 2035,20 = 522
i = 3,5%am = 0,035
t = ?
$M = C(1 + i.t) \Rightarrow 522 = 480(1 + 0,035t)$
$\frac{522}{480} - 1 = 0,035t \Rightarrow 1,0875 - 1 = 0,035t \Rightarrow \frac{0,0875}{0,035} = t$
t = 2,5 meses ou **2meses e 15 dias (C)**

63. (CEASA 2009) O montante resultante da aplicação de R$ 5.000,00 à taxa de 1,00% a.m., durante 5 meses, em regime de juros simples é:
a) R$ 5.300,00 b) R$ 5.180,00 c) R$ 5.340,00
d) R$ 5.250,00 e) R$ 5.900,00
C = 5000 / i = 1% a.m. = 0,01/ t = 5 m
M = C(1 + i.t) = 5000(1 + 0,01 . 5) = 5000 . 1,05
M = R$ 5.250,00 (D)

64. Paulo aplicou no Banco Postal, um capital de R$ 100,00, a uma taxa de juros simples de t% ao ano. Os juros obtidos após um ano foram aplicados à mesma taxa de juros simples de t% ao ano, durante mais um ano. Se o juro total foi de R$ 17,25, qual a taxa de juros simples anual que Paulo aplicou seu dinheiro?
a) 25% a.a. b) 20% a.a. c) 18% a.a.
d) 15% a.a. e) N.R.A.
1ª Aplicação: C = 100 / i = t% a.a. = t/100 / t = 1 ano
$J_1 = C . i . t \Rightarrow J_1 = \cancel{100} . \frac{t}{\cancel{100}} . 1 \Rightarrow$ **$J_1 = t$**
2ª Aplicação: C = t / i = t% a.a.= t/100 / t = 1 ano
$J_2 = C . i . t \Rightarrow J_2 = t . \frac{t}{100} . 1 \Rightarrow J_2 =$ **$t^2/100$**
Juro Total: $J_1 + J_2 = 17,25 \Rightarrow t + \frac{t^2}{100} = 17,25$ (x100)
$100t + t^2 = 1725 \Rightarrow t^2 + 100t - 1725 = 0$
$\left.\begin{array}{l} S = -100 \\ P = 1725 \end{array}\right\}$ **t' = 15% a.a. (D)** ~~t'' = −115~~

65. Qual o valor dos juros correspondentes a um empréstimo de R$ 30.000,00 feito pelo prazo de 3 meses, à taxa de juros simples de 24%a.a.?
a) R$ 1.800,00 b) R$ 180,00 c) R$ 2.000,00
d) R$ 1.500,00 e) R$ 800,00
C = 30000 / i = 24%aa ÷ 12= 2%a.m.= 0,02 / t = 3 meses
J = C . i. t = 30000 .0,02 .3 = 300.6 ⇒ **J = R$ 1.800,00 (A)**

66. Que taxa mensal de juros simples faz com que um capital triplique de valor em 2 anos e 1 mês?
a) 20% b) 2% c) 0,08 d) 8% e) 0,8
2 anos e 1 mês = 25 meses
Para um capital triplicar de valor ele deve passar para 300% do que valia, ou seja, render um juro de 200% em 25 meses.
Para calcular a taxa mensal basta dividir 200% por 25:
$i = \frac{200\%}{25}$ ⇒ **i = 8% a.m. (D)**

67. Que quantia devo aplicar a 3% aa para, no mesmo prazo, render os mesmos juros simples que US$ 15.000,00 a 4% aa? (US$ 1,00 = R$ 1,50)
a) R$ 10.000,00 b) R$ 20.000,00 c) R$ 25000,00
d) R$ 28.000,00 e) R$ 30.000,00
$J_1 = J_2$ ⇒ C . 0,03 . t = 15000 . 0,04 . t
$C = \frac{15000 . 0,04}{0,03}$ ⇒ C = US$ 20000
US$ 20000 . 1,5 = **R$ 30.000,00 (E)**

68. Determine os juros de R$ 450,00 a 10% ao ano, em 2 anos.
a) R$ 90,00 b) R$ 30,00
c) R$ 60,00 d) R$ 45,00
C = 450 / i = 10% a.a. = 0,1 / t = 2 anos
J = C . i . t = 450 . 0,1 . 2 ⇒ **J = R$ 90,00 (A)**

69. Qual será o capital que em 6 anos, a 24% ao ano, renderá R$ 7.200,00 de juros?
a) R$ 5.000,00 b) R$ 3.600,00
c) R$ 4.000,00 d) R$ 2.500,00
C = ? / t = 6 anos / i = 24% a.a. = 0,24 / J = 7.200
J = C . i . t ⇒ 7200 = C . 0,24 . 6 ⇒ 7200 = 1,44C
C = 720000/1,44 ⇒ C = 720000/144 ⇒ **C = 5000 (A)**

70. A que taxa se deve colocar o capital de R$ 60.000,00 para render R$ 8.100,00 de juros em 9 meses?
a) 1,5% a.a. b) 9%a.a.
c) 18%a.a. d) 22%a.a.
C = 60.000 / J = 8.100 / t = 9 meses / i = ?
J = C . i . t ⇒ 8100 = 60000 . i . 9 ⇒ 8100 = 540000.i
i = $81\cancel{00}/5400\cancel{00}$ ⇒ i = 0,015 = 1,5% a.m. x 12
i = 18% a.a. (C)

71. Calcular os juros produzidos pelo capital de R$ 5.200, à taxa de 5% ao ano, durante 4 anos:
a) R$ 1.000 b) R$ 1.100
c) R$ 1.040 d) R$ 900
C = 5200 / i = 5% a.a.= 0,05 / t = 4 anos
J = C . i . t = 5200 . 0,05 . 4 ⇒ **J = R$ 1.040,00 (C)**

72. A taxa que deve ser empregado certo capital para que no fim de 8 anos, dobre de valor, é
a) 9,5% a.a b) 6,5% a.a
c) 12,5% a.a d) 15,5% a.a
Para um capital dobrar de valor, é necessário que os juros sejam de 100%, então J = C.
J = C . i . t ⇒ $\cancel{C}$ = $\cancel{C}$. i . 8 ⇒ i = 1/8 = 0,125**= 12,5% a.a.(C)**

73. A que taxa anual se deve colocar o capital de R$ 500 para que em 20 anos ele se triplique?
a) 5% aa b) 10% aa
c) 8% aa d) 3% aa
Para um capital triplicar de valor, é necessário que os juros sejam de 200%, ou seja, J = 2C.
J = C . i . t ⇒ 2$\cancel{C}$ = $\cancel{C}$. i . 20 ⇒ i = 2/20 = 0,1 **= 10% a.a.(B)**

74. A que taxa devemos emprestar certa quantia para que no fim de 6 anos, os juros sejam iguais a 3/4 do capital?
a) 6,5% a.a b) 12,5% a.a
c) 18,5% a.a d) 9% a.a
J = 3C/4 / t = 6 a / i = ?
J = C . i . t ⇒ $\frac{3\cancel{C}}{4}$ = $\cancel{C}$. i . 6 ⇒ i = $\frac{3}{24}$ ⇒ i = 0,125 **i = 12,5% a.a. (B)**

75. Um capital foi colocado a juros de 5% a.a. No fim de 2 anos e 4 meses, o capital e os juros perfaziam o total de R$ 134.000. Calcular o capital?
a) R$ 120.000 b) R$ 117.000
c) R$ 125.000 d) R$ 110.000
i = 5% a.a. = 0,05/12 a.m. / t = 2 a 4 m = 28 m / M = 134000
M = C(1 + i.t) ⇒ 134000 = C(1 + 0,05/12 . 28)
134000 = C(1 + 1,4/12) ⇒ 134000 = 13,4C/12
134000 . 12 = 13,4C ⇒ C = $\frac{134000 . 12}{13,4}$ ⇒ C = $\frac{1340000 . 12}{134}$
C = 10000 . 12 ⇒ **C = 120.000 (A)**

76. (CFO-PM) O capital de R$ 6.300,00 foi dividido em duas partes. A primeira foi aplicada à taxa de 3% ao ano durante 4 anos e rendeu os mesmos juros que a segunda a 2,5% ao ano durante 6 anos. O valor da maior parte é:
a) R$ 4.200,00 b) R$ 3.500,00 c) R$ 2.800,00
d) R$ 2.500,00 e) R$ 2.100,00
O capital de R$ 6.300,00 foi dividido em duas partes.
C_1 e C_2, portanto, **$C_1 + C_2 = 6300$**
Os juros das duas partes foram iguais: $J_1 = J_2$
$C_1.i_1.t_1 = C_2.i_2.t_2$ ⇒ C_1. 0,03. 4 = C_2. 0,025. 6 ⇒ 0,12C_1 = 0,15C_2
12C_1 = 15**C_2 (C_2 é a menor parte)** ⇒ $C_2 = \frac{12C_1}{15} = \frac{4C_1}{5}$
Substituindo o valor de **C_2** em $C_1 + C_2$ = 6300, temos:
$C_1 + \frac{4C_1}{5}$ = 6300 (x5) ⇒ 5C_1 + 4C_1 = 31500
9C_1 = 31500 ⇒ C_1 = 31500/9 ⇒ **C_1 = R$ 3.500,00 (B)**

77. (CFO-PM) O capital que diminuído dos seus juros simples de 18 meses, à taxa de 6% ao ano se reduz a R$ 4.550,00 é:
a) R$ 5.000,00 b) R$ 7.200,00 c) R$ 7.500,00
d) R$ 8.000,00 e) R$ 9.000,00
i = 6% a.a. ÷ 12 = 0,5% a.m.= 0,005 / t = 18 meses
C – J = 4550 ⇒ C – C .i . t = 4550 ⇒ C – C . 0,005 . 18 = 4550
C – 0,09C = 4550 ⇒ 0,91C = 4550 ⇒ C = 4550/0,91
C = 455000/91 ⇒ **C = 5000 (A)**

78. (CFO-PM) Os juros produzidos por um capital de R$ 20.000,00, à taxa de 3% ao mês, durante três meses e vinte dias, em reais, é
a) 2.200 b) 3.300
c) 4.400 d) 5.500
C = 20000 / i = 3% a.m. ÷ 30 = 0,1% a.d = 0,001
t = 3 m 20 d = 110 d
J = C . i . t = 20000 .0,001. 110 = 20 . 110 ⇒ **J = R$ 2200 (A)**

79. (CFO-PM) Para que um capital triplique de valor, durante 16 meses em juros simples, ele deverá ser aplicado a uma taxa mensal de
a) 20,5% b) 18,5% c) 15,5%
d) 12,5% e) 10,5%
Para um capital triplicar de valor, é necessário que os juros sejam de 200%, ou seja, J = 2C.
J = C . i . t ⇒ 2$\cancel{C}$ = $\cancel{C}$. i . 16 ⇒ i = 2/16 ⇒ i = 0,0125
i=12,5% a.a.(D)

80. (UNAMA) Um equipamento que custava **R$ 12.000,00** foi adquirido da seguinte forma: **30%** de entrada e o restante pago ao final de **3** meses, sendo cobrado juro simples de **10%** ao mês. O valor pago por esse equipamento foi de:
a) R$ 10.920,00 b) R$ 12.520,00
c) R$ 14.520,00 d) R$ 15.600,00
12000 . 0,3 = 3600 (entrada)
12000 – 3600 = 8400 (Capital)
M = C(1 + i.t) = 8400(1 + 0,1 . 3) = 8400 . 1,3 = 10920
Valor pago = 3600 + 10920 = **R$ 14.520,00 (C)**

81. (UNAMA) O presidente de uma empresa negociou a dívida no valor de **R$ 12.000,00**, correspondente à exibição de um comercial de televisão da seguinte maneira: uma entrada de **R$ 4.000,00** e o restante para **60** dias, a juro simples de **5%** ao mês. O valor total pago por esta empresa para veiculação de seu comercial foi de:
a) R$ 12.400,00. b) R$ 12.800,00.
c) R$ 13.600,00. d) R$ 13.200,00.
12000 – 4000 = 8000 (Capital)
M = C(1 + i.t) = 8000(1 + 0,05 . 2) = 8000 . 1,1 = 8800,00
Valor pago = 4000 + 8800 = **R$ 12.800,00 (B)**

DESCONTOS SIMPLES

1. DEFINIÇÃO

Desconto é o abatimento que se faz no valor de uma dívida, quando ela é negociada antes da data de vencimento.

O documento que atesta a dívida é denominado genericamente por **título de crédito.**

São exemplos de títulos de crédito as **notas promissórias**, as **duplicatas** e as **letras de câmbio**.

2. VALOR NOMINAL (valor de face) (N)

É o valor do título, ou seja, aquele que está escrito no título e que seria pago na data de vencimento do título.

3. VALOR ATUAL (valor líquido, valor descontado) (A)

É o valor pelo qual o título acabou sendo negociado antes da data de vencimento do mesmo (aplicado o desconto). **É sempre menor que o valor nominal**, pois o título sofreu um desconto.

4. PRAZO DE ANTECIPAÇÃO (n)

É o intervalo de tempo entre a data em que o título é negociado e a data de vencimento do mesmo.

Chamando de **D** para o desconto, **N** para o valor nominal e **A** para o valor atual, temos:

$$\mathbf{D = N - A}$$

Resumindo o que temos até agora em um esquema:

(Antes do Vencimento) (Vencimento)

Valor Atual $\xrightarrow[\textbf{Desconto}]{\text{(Prazo de Antecipação)}}$ **Valor Nominal**

5. TIPOS DE DESCONTO

O desconto pode ser feito considerando-se como capital, o valor nominal ou o valor atual. No primeiro caso, é denominado **desconto comercial**; no segundo, **desconto racional**.

5.1. DESCONTO COMERCIAL (Desconto p/fora) (D)

Chamamos de **desconto comercial, bancário ou por fora** o equivalente ao juro simples, produzido pelo valor nominal do título no período de tempo correspondente, e à taxa fixada.

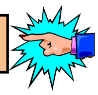
Valor do desconto comercial: $\mathbf{D = N . i . n}$

onde:
D: o valor do desconto comercial
N: o valor nominal do título
$\mathbf{A_c}$: o valor atual comercial ou valor descontado comercial
n: o tempo
i: a taxa de desconto

$$\mathbf{D = N - A_c}$$

Valor atual comercial:

$$\mathbf{A_c = N(1 - in)}$$



Também chamado de valor descontado comercial.

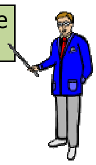
NOTA: o desconto comercial só deve ser empregado para **períodos curtos**, pois para prazos longos o valor do desconto pode até ultrapassar o valor nominal do título.

Taxa de juro efetiva (i_{ef})

É a taxa de juro que no período **n** torna o capital **A** igual ao montante **N**. É a taxa que realmente está sendo cobrada na operação de desconto. Essa taxa é denominada **taxa de juro efetiva, também chamada de taxa implícita da operação ou taxa de rentabilidade para o banco.**

$$\mathbf{i_{ef} = \frac{D}{A_c . n}} \quad \textbf{ou} \quad \mathbf{i_{ef} = \frac{i_c}{1 - i_c . n}}$$

Obs.: A taxa efetiva é sempre maior que a taxa de desconto comercial.



5.2. DESCONTO RACIONAL (Desconto p/dentro) (d)

Chamamos de **desconto racional**, **matemático** ou **por dentro** o equivalente ao juro produzido pelo valor atual do título numa taxa fixada e durante o tempo correspondente.

Valor do desconto racional: $\mathbf{d = A_r . i . n}$

onde:
d: o valor do desconto racional.
$\mathbf{A_r}$: o valor atual ou valor descontado racional.

$$\mathbf{d = N - A_r}$$

Valor atual racional em função do valor nominal:

$$\mathbf{A_r = \frac{N}{(1 + in)}}$$

Valor do desconto racional em função do valor nominal:

$$\mathbf{d = \frac{N . i . n}{(1 + in)}}$$

Observação: Lembrando que **D = N·i·n** e substituindo em $d = \frac{N \cdot i \cdot n}{1 + i \cdot n}$, o que nos permite concluir que o **desconto racional (d) é menor que o desconto comercial (D).**

$$\mathbf{d < D}$$

6. RELAÇÃO ENTRE OS DESCONTOS

$$\mathbf{d = \frac{D}{(1 + in)}} \qquad \mathbf{N = \frac{D . d}{D - d}}$$

TESTES – DESCONTOS SIMPLES

01. (TCDF/94) Um título com valor de R$ 110.000,00 foi resgatado dois meses antes de seu vencimento, sendo-lhe concedido um desconto racional simples à taxa de 60% a.m. Nesse caso, de quanto foi o valor pago pelo título?
a) R$ 44.000,00 b) R$ 50.000,00 c) R$ 60.000,00
d) R$ 66.000,00 e) R$ 68.750,00
$\mathbf{A_r} = \frac{N}{(1 + in)} = \frac{110.000}{2,2} = \frac{1100000}{22} =$ **R$ 50.000,00 (B)**

02. (CEB/94) Um título com valor nominal de R$ 3.836,00 foi resgatado 4 meses antes de seu vencimento, tendo sido concedido um desconto racional simples à taxa de 10% a.m. De quanto foi o valor pago pelo título?
a) R$ 1.534,40 b) R$ 2.301,60 c) R$ 2.740,00
d) R$ 2.550,00 e) R$ 2.860,40
$\mathbf{A_r} = \frac{N}{(1 + in)} = \frac{3836}{1,4} = \frac{38360}{14} =$ **R$ 2.740,00 (C)**

03. (METRÔ/94) Um título com valor nominal de R$ 7.420,00 foi resgatado dois meses antes de seu vencimento, sendo-lhe concedido um desconto racional simples à taxa de 20% a.m. Nesse caso, de quanto foi o valor pago pelo título?
a) R$ 4.452,00 b) R$ 5.300,00 c) R$ 6.180,00
d) R$ 4.850,00 e) R$ 5.000,00
$\mathbf{A_r} = \frac{N}{(1 + in)} = \frac{7420}{1,4} = \frac{74200}{14} =$ **R$ 5.300,00 (B)**

04. (METRÔ/94) Uma pessoa pretende saldar uma dívida cujo valor nominal é de R$ 2.040,00, quatro meses antes de seu vencimento. Qual o valor que deverá pagar pelo título se a taxa racional simples usada no mercado é 5% a.m.?
a) R$ 1.700,00 b) R$ 1.850,00 c) R$ 1.900,00
d) R$ 1.632,00 e) R$ 1.500,00
$\mathbf{A_r} = \frac{N}{(1 + in)} = \frac{2040}{1,2} = \frac{20400}{14} =$ **R$ 1.700,00 (A)**

05. Qual o desconto por dentro sofrido por uma letra de câmbio de R$ 8.320,00, negociada a uma taxa de 6% a.a., 8 meses antes de seu vencimento?
a) R$ 224,86 b) R$ 250,00 c) R$ 499,20
d) R$ 320,00 e) R$ 350,00
$\mathbf{d} = \frac{N \,.\, i \,.\, n}{(1 + in)} = \frac{8320 \,.\, 0,04}{1,04} = \frac{332,8}{1,04} = \frac{33280}{104} =$ **320 (D)**

06. Qual o prazo de antecipação de um título que descontado racionalmente, à taxa de juros de 8% a.m. produziu um desconto equivalente a 1/6 do seu valor nominal?
a) 3 meses b) 2meses e 20dias c) 1mês e 15 dias
d) 2 meses e) 2meses e 15dias
$d = \frac{N \,.\, i \,.\, n}{(1 + in)} \Rightarrow \frac{N}{6} = \frac{N \,.\, 0,08 \,.\, n}{1 + 0,08n} \Rightarrow 1 + 0,08n = 6 \,.\, 0,08n$
$1 = 0,48n - 0,08n \Rightarrow n = 1/0,4 \Rightarrow$ **n = 2,5 meses (E)**

07. O valor atual racional de um título é igual a 4/5 de seu valor nominal. Calcular a taxa anual de desconto, sabendo-se que o pagamento desse título foi antecipado de 6 meses.
a) 4,17% b) 10% c) 50% d) 25% e) 20%
$A_r = \frac{N}{(1 + in)} \Rightarrow \frac{4\cancel{N}}{5} = \frac{\cancel{N}}{(1 + 6i)} \Rightarrow 4(1 + 6i) = 5$
$4 + 24i = 5 \Rightarrow 24i = 5 - 4 \Rightarrow i = \frac{1}{24}$ mensal
$i_{\text{anual}} = \frac{1}{24} \text{x } 12 \Rightarrow$ **i = 1/2 ou 50%a.a. (C)**

08. Aceitei um título vencível a 1 ano, 1mês e 10 dias. Tendo sido descontado por dentro a 9% a.a., deu R$ 1.000,00 de desconto. Qual era o valor nominal do título?
a) R$ 10.000,00 b) R$ 7.000,00 c) R$ 9.000,00
d) R$ 11.000,00 e) R$ 13.000,00
Prazo = 360 + 30 + 10 = 400 dias.
Taxa = 9% a.a. = 9÷ 360 = 0,025% a.d.= 0,00025
$d = \frac{N \,.\, i \,.\, n}{(1 + in)} \Rightarrow 1000 = \frac{N \,.\, 400.\ 0,00025}{1+ 400.0,00025} \Rightarrow 1000 = \frac{N \,.\, 0,1}{1,1}$
$N = \frac{1000 \,.\, 1,1}{0,1} = 1000 \,.\, 11 \Rightarrow$ **N = R$ 11.000,00 (D)**

09. Uma nota promissória foi descontada comercialmente à taxa simples de 5% a.m., 15 meses antes do seu vencimento. Se o desconto fosse racional simples, qual deveria ser a taxa adotada para produzir um desconto de igual valor?
a) 20% b) 25% c) 45% d) 50% e) 75%
Se os descontos são iguais (D = d), então os valores atuais racionais e comerciais também são iguais, logo:
$A_r = A_c \Rightarrow \frac{\cancel{N}}{(1 + i_r n)} = \cancel{N}(1 - i_c n) \Rightarrow \frac{1}{(1 + 15i_r)} = (1 - 0,05.15)$
$\frac{1}{(1 + 15i_r)} = (1 - 0,75) \Rightarrow 1 + 15i_r = \frac{1}{0,25} \Rightarrow 15i_r = 4 - 1$
$i_r = 3/15 = 1/5 = 0,2 \Rightarrow$ $\mathbf{i_r}$ **= 20% a.m.(A)**

10. Em suas operações de desconto de duplicatas, um banco cobra uma taxa mensal de 2,5% de desconto simples comercial. Se o prazo de vencimento for de 2 meses, a taxa mensal efetiva nessa operação, cobrada pelo banco, será de aproximadamente:
a) 5,26% b) 3,76% c) 3,12% d) 2,75% e) 2,63%
$i_{ef} = \frac{i_c}{1 - in} = \frac{0,025}{1 - 0,025.2} = \frac{0,025}{0,950} = \frac{25}{950} = 0,0263$
$\mathbf{i_{ef}}$ **= 2,63% a.m. (E)**

11. Qual a taxa anual que dá a um título de R$ 2.000,00, em 6 meses, R$ 400,00 de desconto por fora?
a) 10% b) 20% c) 30% d) 40% e) 50%
$D = N \,.\, i \,.\, n \Rightarrow 400 = 2000 \,.\, i \,.\, 0,5 \Rightarrow 400 = 1000i$
$i = 400/1000 \Rightarrow i = 0,4 \Rightarrow$ **i = 40% a.a. (D)**

12. Descontado por fora, à taxa de 4% a.m., três meses antes do vencimento, um título sofreu um desconto de R$ 24.000,00. Qual era o valor nominal desse título?
a) R$ 160.000,00 b) R$ 176.000,00 c) R$ 180.000,00
d) R$ 193.000,00 e) R$ 200.000,00
$D = N \,.\, i \,.\, n \Rightarrow 24000 = N \,.\, 0,12 \Rightarrow N = 24000/0,12$
N = R$ 200.000,00 (E)

13. Uma nota promissória de R$ 1.800,00, tem valor líquido de R$ 1.200,00 quando descontada por fora três meses antes de seu vencimento. Qual a taxa mensal de desconto?
a) 11,11% b) 13,33% c) 16,66%
d) 22,22% e) 33,33%
$D = N \,.\, i \,.\, n \Rightarrow 600 = 1800 \,.\, i \,.\, 3 \Rightarrow i = 600/5400$
$i = 0,1111 \Rightarrow$ **i = 11,11% (A)**

14. Um título de R$ 8.400,00 produziu um desconto por fora de R$ 105,00, quando descontado um mês e meio antes do seu vencimento. Qual é a taxa anual desse desconto?
a) 5% b) 10% c) 15% d) 20% e) 25%
$D = N \,.\, i \,.\, n \Rightarrow 105 = 8400 \,.\, i \,.\, 1,5 \Rightarrow 105 = 12600i$
$i = \frac{105}{12600}$ mensal $\Rightarrow i_{\text{anual}} = \frac{105}{12600} \text{x } 12 \Rightarrow$ **i = 10%a.a (B)**

15. Um título com valor nominal de R$ 2.400,00 é descontado por fora a uma taxa de 4,5% ao mês, com antecedência de 6 meses. O valor de desconto concedido foi de:
a) R$ 473,00 b) R$ 528,00 c) R$ 648,00
d) R$ 325,00 e) R$ 450,00
$D = N \,.\, i \,.\, n \Rightarrow D = 2400 \,.\, 0,045 \,.\, 27 \Rightarrow$ **D = 648 (C)**

16. Uma nota promissória foi descontada por fora, três meses e dez dias antes do seu vencimento, à taxa de 10%.am.,

produzindo um desconto de R$ 400,00. Neste caso, podemos afirmar que o valor de face da promissória era de:
a) R$ 900,00 b) R$ 1.000,00 c) 1.100,00
d) R$ 1.200,00 e) R$ 1.300,00
i = 10% a.m. = 0,1/30 a.d.
n = 3m e 10d = 100d
$D = N . i . n \Rightarrow 400 = N . \frac{0,1}{30} . 100 \Rightarrow 400 = N/3$
N = R$ 1.200,00 (D)

17. (BACEN) O valor do desconto simples por fora, de um título de R$ 2.000,00, com vencimento para 120 dias à taxa de 3% ao mês é:
a) R$ 320,00 b) R$ 120,00 c) R$ 240,00
d) R$ 340,00 e) R$ 420,00
i = 3% a.m. = 0,03
n = 120d = 4m
$D = N . i . n \Rightarrow D = 2000 . 0,03 . 4 \Rightarrow$ **D = R$ 240,00 (C)**

18. (CVM) Uma nota promissória no valor nominal de R$ 50.000,00 vence no dia 30 de abril. Uma negociação para resgatá-la no dia 10 de abril, a uma taxa de desconto comercial simples de 4,5% ao mês, implicaria num desembolso de:
a) R$ 44.000,00 b) R$ 45.500,00 c) 47.000,00
d) R$ 48.500,00 e) R$ 50.000,00
n = 30 abril – 10 abril = 20dias
i = 4,5% a.m. ÷ 30 = 0,15% a.d. = 0,0015
$A_c = N(1 – in) \Rightarrow A_c = 50000.(1 – 0,0015 . 20)$
$A_c = 50000 . (1 – 0,03) = 50000 . 0,97 \Rightarrow$ **A_c = 48.500 (D)**

19. (CVM) Certa empresa desconta em um banco três duplicatas na mesma data, à taxa de desconto comercial simples de 6% ao mês, conforme abaixo:

Duplicata	Valor nominal (R$)	Prazo até o vencimento
1	10.000,00	30 dias
2	12.000,00	75 dias
3	20.000,00	90 dias

O valor líquido recebido pela empresa foi de:
a) R$ 42.000,00 b) R$ 39.000,00 c) 36.720,00
d) R$ 36.000,00 e) R$ 25.620,00

Duplicata	Valor nominal (R$)	Prazo até o vencimento
1	10.000,00	30 d = 1 m . 0,06 = 0,06
2	12.000,00	75 d = 2,5 m . 0,06 = 0,15
3	20.000,00	90 d = 3 m . 0,06 = 0,18

$A_{c1} = N_1(1 – in_1) = 10000 (1 – 0,06) = 9.400$
$A_{c2} = N_2(1 – in_2) = 12000 (1 – 0,15) = 10.200$
$A_{c3} = N_3(1 – in_3) = 20000 (1 – 0,18) = \underline{16.400}$
A_{ct} = 36.000 (D)

20. (BB 2006) Uma empresa desconta em um banco um título com vencimento daqui a 4 meses, recebendo no ato o valor de R$ 19.800,00. Sabe-se que a operação utilizada foi a desconto comercial simples. Caso tivesse sido aplicada a de desconto racional simples, com mesma taxa de desconto anterior **i** (i > 0), o valor que a empresa receberia seria de R$ 20.000,00. O valor nominal deste título é de:
a) R$ 21.800,00 b) R$ 22.000,00 c) R$ 22.400,00
d) R$ 22.800,00 e) R$ 24.000,00
$A_c = N(1 – in) \Rightarrow N = A_c/(1 – in) \Rightarrow N = 19800/(1 – 4i)$
$A_r = \frac{N}{(1 + in)} \Rightarrow N = A_r(1 + in) \Rightarrow N = 20000(1 + 4i)$
$\frac{19800}{(1 – 4i)} = 20000 (1 + 4i) \Rightarrow \frac{19800}{20000} = (1 – 4i)(1 + 4i)$
$\frac{198}{200} = 1 – 16i^2 \Rightarrow 0,99 = 1 – 16i^2 \Rightarrow 16i^2 = 1 – 0,99$
$i^2 = 0,01/16 \Rightarrow i^2 = 1/1600 \Rightarrow i = 1/40 \Rightarrow i = 0,025$
N = 20000 (1 + 0,025 . 4) = 20000 . 1,1
N = R$ 22.000,00 (B)

21. (BB) Uma pessoa quer descontar hoje um título de valor nominal R$ 11.000,00, com vencimento para daqui a 60 dias, e tem as seguintes opções:
I. Desconto Simples Racional, taxa de 5% ao mês.
II. Desconto Simples Comercial, taxa de 3% ao mês.
A diferença dos valores líquidos a receber entre as duas opções é de:
a) R$ 340,00 b) R$ 440,00 c) R$ 580,00
d) R$ 1.000,00 e) R$ 660,00
I) $A_r = \frac{N}{(1 + in)} = \frac{11000}{(1 + 0,05 . 2)} = \frac{11000}{1,1} = 10000$
II) $A_c = N(1 – in) = 11000.(1 – 0,03 . 2) = 11000 . 0,94$
$A_c = 10340$
$A_c – A_r = 10340 –10000 =$ **340,00 (A)**

22. (Contador-Pe) Uma nota promissória é resgatada dois meses antes do seu vencimento com um desconto comercial simples de R$ 330,00 a uma taxa de 5% ao mês. Calcule o valor do desconto caso este fosse um desconto racional simples à mesma taxa:
a) R$ 360,00 b) R$ 330,00 c) R$ 300,00
d) R$270,00 e) R$ 240,00
$D = N . i . n \Rightarrow 330 = N . 0,05 . 2 \Rightarrow N = 330/0,1$
N = 3300
d $= \frac{N . i . n}{(1 + in)} = \frac{3300 . 0,05 . 2}{(1 + 0,05 . 2)} = \frac{3300 . 0,1}{1,1} = \frac{330}{1,1} =$ **300 (C)**

23. (TCI) Dois títulos com o mesmo valor nominal foram descontados cinco meses antes do vencimento, aplicando-se uma taxa simples de desconto de 2% ao mês. O primeiro foi descontado pela modalidade de desconto racional simples, e o segundo pelo desconto comercial simples. Se o desconto sofrido totalizou R$ 23.100,00, o valor nominal de cada título é de:
a) R$ 111.000,00 d) R$ 117.000,00
b) R$ 112.000,00 e) R$ 121.000,00
c) R$ 114.000,00
I) $d = \frac{N . i .n}{(1 + in)} = \frac{N . 0,02 . 5}{(1 + 0,02 . 5)} = \frac{0,1N}{1,1} \Rightarrow d = \frac{N}{11}$
II) $D = N. i .n = N . 0,02 . 5 \Rightarrow D = 0,1N$
$d + D = 23100 \Rightarrow \frac{N}{11} + 0,1N = 23100 \Rightarrow \frac{2,1N}{11} = 23100$
$N = \frac{23100 . 11}{2,1} = 11000 . 11 \Rightarrow$ **N = 121.000,00 (E)**

24. (TCM-RJ) Um título de crédito foi descontado pela modalidade de desconto comercial simples seis meses antes de seu vencimento a uma taxa de desconto de 10% ao mês, totalizando um desconto de R$ 30.000,00. Se fosse aplicada a modalidade de desconto racional simples, o valor descontado totalizaria:
a) R$ 50.000,00 b) R$ 18.750,00 c) R$ 20.000,00
d) R$ 31.250,00 e) R$ 20.500,00
$D = N . i . n \Rightarrow 30000 = N . 0,1 . 6 \Rightarrow N = 30000/0,6$
N = 50000
$A_r = \frac{N}{(1 + in)} = \frac{50000}{(1 + 0,1 . 6)} = \frac{50000}{1,6} \Rightarrow$ **A_r= 31.250,00 (D)**

25. Determinar a taxa mensal para que sejam equivalentes hoje os capitais de R$ 1.000,00 vencível em dois meses e R$ 1.500,00 vencível em três meses, considerando-se o desconto simples comercial.
a) 15% b) 20% c) 25% d) 30% e) 33,33%
$A_{c1} = N(1 – in) = 1000 (1 – 2i)$
$A_{r2} = N(1 – in) = 1500 (1 – 3i)$
$A_{r1} = A_{r2} \Rightarrow 1000(1 – 2i) = 1500(1 – 3i)$

$10(1 - 2i) = 15(1 - 3i) \Rightarrow 10 - 20i = 15 - 45i$
$45i - 20i = 15 - 10 \Rightarrow 25i = 5 \Rightarrow i = 5/25 = 1/5$
$i = 0{,}2 \Rightarrow$ **i = 20% a.m. (B)**

26. (Auditor Munic.-CE) Qual o valor hoje de um título de valor nominal de R$ 24.000,00, vencível ao fim de 6 meses, a uma taxa de 40% ao ano, considerando um desconto simples comercial?
a) R$ 19.200,00 b) R$ 20.000,00 c) R$ 20.400,00
d) R$ 21.000,00 e) R$ 21.600,00
N = R$ 24000 /n = 6 m = 0,5 a /i = 40% a.m.= 0,4
$A_c = N(1 - in) = 24000.(1 - 0{,}4 \,.\, 0{,}5) = 24000.(1 - 0{,}2)$
$A_c = 24000 \,.\, 0{,}8 \Rightarrow$ **A_c = R$ 19.200,00 (A)**

27. (BACEN) Um título deve sofrer um desconto comercial simples de R$ 560,00 três meses antes do seu vencimento à uma taxa de 4% ao mês. Todavia uma negociação levou à troca do desconto comercial por um desconto racional simples. Calcule o novo desconto, considerando a mesma taxa de desconto.
a) R$ 500,00 b) R$ 540,00 c) R$ 560,00
d) R$ 600,00 e) R$ 620,00
D = 560/ n = 3 / i = 4%a.m. = 0,04 / d = ?
$d = \dfrac{D}{(1 + in)} = \dfrac{560}{(1 + 0{,}04 \,.\, 3)} = \dfrac{560}{1{,}12} = \dfrac{56000}{112} \Rightarrow$ **d = 500,00 (A)**

28. (Anal. Sist. CVM 2000) Um título de valor de face de R$ 100.000,00 vence no dia 31 de julho. O pagamento deste título no dia 11 do mesmo mês, a uma taxa de desconto de 6% a.m., acarreta em um desconto comercial simples de:
a) R$ 1.000,00 b) R$ 1.500,00 c) R$ 2.000,00
d) R$ 3.000,00 e) R$ 4.000,00
N = 100000/n = 20 dias/ i = 6%a.m. ÷ 30d = 0,2%a.d.= 0,002
$D = N \,.\, i \,.\, n \Rightarrow D = 100000 \,.\, 0{,}002 \,.\, 20 \Rightarrow$ **D = 4.000 (E)**

29. (AFRF 2001) O desconto racional simples de uma nota promissória, cinco meses antes do vencimento, é de R$ 800,00, a uma taxa de 4% ao mês. Calcule o desconto comercial simples correspondente, isto é considerando o mesmo título, a mesma taxa e o mesmo prazo.
a) R$ 960,00 b) R$ 666,67 c) R$ 973,32
d) R$ 640,00 e) R$ 800,00
d = 800/ n = 5 / i = 4%a.m. = 0,04 / D = ?
$d = \dfrac{D}{(1 + in)} \Rightarrow D = d(1 + in) = 800(1 + 0{,}04.5) = 800(1 + 0{,}2)$
$D = 800 \,.\, 1{,}2 \Rightarrow$ **D = 960,00 (A)**

30. Um título de R$ 6.000 vai ser descontado à taxa de 2,1% ao mês. Faltando 45 dias para o vencimento do título, determine o valor do desconto comercial.
a) R$ 145,00 b) R$ 183,00 c) R$ 189,00
d) R$ 225,00 e) R$ 250,00
N = R$ 6000 / i = 2,1% a.m. = 0,021 / n = 45 dias = 1,5 m
$D = N.i.n = 6000 \,.\, 0{,}021 \,.\, 1{,}5 \Rightarrow$ **D = R$ 189,00 (C)**

31. Uma duplicata de R$ 6.900 foi resgatada antes de seu vencimento por R$ 6.072. Calcule o tempo de antecipação, sabendo que a taxa de desconto comercial foi de 4% ao mês.
a) 1 mês b) 2 meses c) 4 meses d) 3 meses
N = R$ 6900 / A_c = R$ 6072 / i = 4% a.m. = 0,04 / n = ?
$D = N - A_c = 6900 - 6072 \Rightarrow$ D = R$ 828,00
$D = N.i.n \Rightarrow 828 = 6900 \,.\, 0{,}04 \,.\, n \Rightarrow 828 = 276n$
$n = 828/276 \Rightarrow$ **n = 3 meses (D)**

32. Um título de R$ 6.000 foi descontado à taxa de 2,1% ao mês, faltando 45 dias para o seu vencimento. Sabendo que o desconto comercial foi de R$ 189,00, calcule a taxa de juro efetiva.
a) 2,07% a.m. c) 2% a.m.
b) 2,17% a.m. d) 1,9% a.m.
N = R$ 6000 / i = 2,1% a.m. = 0,021 / n = 45 dias = 1,5 mês
Resolução pela 1ª fórmula:
$A_c = N - D = 6000 - 189 =$ R$ 5.811,00
$i_{ef} = \dfrac{D}{A_c.n} = \dfrac{189}{5811 \,.\, 1{,}5} = \dfrac{189}{8716{,}5} = 0{,}021683 =$ **i_{ef} = 2,17% a.m. (B)**
Resolução pela 2ª fórmula:
$i_{ef} = \dfrac{i_c}{1 - i_c.n} = \dfrac{0{,}021}{1 - 0{,}021 \,.\, 1{,}5} = \dfrac{0{,}021}{1 - 0{,}0315} = \dfrac{0{,}021}{0{,}9685} = 0{,}021683$
i_{ef} = 2,17% a.m. (B)

33. Uma duplicata de R$ 23.000 foi resgatada 112 dias antes de seu vencimento por R$ 21.068. Determine a taxa de desconto e a taxa efetiva.
a) 2,25% a.m e 2,46% a.m
b) 2,05% a.m e 2,16% a.m
c) 2% a.m e 2,4% a.m
d) 2,5% a.m e 2,5% a.m
N = R$ 23000 / n = 112 dias / Ac = R$ 21068 / i = ?
$D = N - A_c = 23000 - 21068 \Rightarrow$ D = R$ 1.932,00
$D = N.i.n \Rightarrow 1932 = 23000 \,.\, i \,.\, 112$
$1932 = 2576000i \Rightarrow i = 0{,}00075$ a.d. x 30 = 0,0225
i_c = 2,25% a.m.(A)
$i_{ef} = \dfrac{D}{A_c.n} = \dfrac{1932}{21068 \,.\, 112} = \dfrac{1932}{2359626} = 0{,}0008187$ a.d.
$i_{ef} = 0{,}024561 \Rightarrow$ **i_{ef} = 2,46% a.m. (A)**

34. Um título de R$ 6.000 vai ser descontado à taxa de 2,1% ao mês. Faltando 45 dias para o vencimento do título, determine o valor do desconto racional.
a) R$ 145,00 b) R$ 183,00 c) R$ 189,00
d) R$ 225,00 e) R$ 250,00
N = R$ 6000 / i = 2,1% a.m. = 0,021 / n = 45 dias = 1,5 m
$d = \dfrac{N \,.\, i \,.\, n}{(1 + in)} = \dfrac{6000 \,.\, 0{,}021 \,.\, 1{,}5}{(1 + 0{,}021 \,.\, 1{,}5)} = \dfrac{6000 \,.\, 0{,}0315}{1{,}0315} = \dfrac{189}{1{,}0315} =$
d = 183,23 (B)

35. Determine o valor do desconto e o valor atual racionais de um título de R$ 50.000, disponível dentro de 40 dias, à taxa de 3% ao mês.
a) R$ 1.900 e R$ 48.000 b) R$ 1.923 e R$ 48.000
c) R$ 1.923 e R$ 47.088 d) R$ 1.923 e R$ 48.077
N = R$ 50000 /n = 40 dias /i = 3% a.m.= 0,03 ÷ 30 = 0,001
$d = \dfrac{N \,.\, i \,.\, n}{(1 + in)} = \dfrac{50000 \,.\, 0{,}001 \,.\, 40}{(1 + 0{,}001 \,.\, 40)} = \dfrac{50000 \,.\, 0{,}04}{1{,}04} = \dfrac{2000}{1{,}04}$
d = R$ 1.923,00
$A_r = N - d = 50000 - 1923 \Rightarrow$ **A_r = R$ 48.077,00 (D)**

36. (FCC-BB/06) Um título de valor nominal igual a R$ 25.000,00 foi descontado por uma empresa 40 dias antes de seu vencimento, segundo a operação de desconto comercial simples, à taxa de desconto de 3% ao mês. Considerando a convenção do ano comercial, a empresa recebeu, no ato da operação:
a) R$ 24.000,00 b) R$ 23.850,00 c) R$ 23.750,00
d) R$ 23.500,00 e) R$ 22.500,00
N = R$ 25000 /n = 40 dias /i = 3% a.m.= 0,03 ÷ 30 = 0,001
$A_c = N(1 - in) = 25000.(1 - 0{,}001.40) = 25000.(1 - 0{,}04)$
$A_c = 25000 \,.\, 0{,}96 \Rightarrow$ **A_c = R$ 24.000,00 (A)**

37. O valor atual de uma duplicata é cinco vezes o valor de seu desconto comercial simples. Sabendo-se que a taxa de juros adotada é de 60% a.a., o vencimento do título expresso em dias é:
a) 100 b) 120 c) 130 d) 140 e) 150
$A_c = 5D$ / i = 60% a.a.$\Rightarrow$ 0,6/360 a.d. = 6/2600 = 1/600
$D = N - A_c \Rightarrow N = D + A_c = D + 5D = 6D \Rightarrow D = N/6$
$D = N.i.n \Rightarrow \dfrac{N}{6} = N \,.\, \dfrac{1}{600} \,.\, n \Rightarrow n = \dfrac{600N}{6N} \Rightarrow$ **n = 100 dias (A)**

38. José descontou duas duplicatas em um banco, no regime de juros simples comerciais, a uma taxa de juros de 15% a.a. O primeiro título vencia em 270 dias e o segundo em 160 dias, sendo que o último era de valor nominal 50% superior ao primeiro. Sabendo-se que os dois descontos somaram o valor de R$ 382,50, o título que produziu o maior desconto tinha valor nominal em R$ de:

a) 1.800,00 b) 1.700,00 c) 1.900,00
d) 1.850,00 e) 1.750,00

i = 15% a.a. = 0,15/360 = 15/36000 = 1/2400
n_1 = 270d / n_2 = 160d / N_2 = 1,5N_1 / $D_1 + D_2$ = 382,50
D = N . i . n

$N_1.i.n_1 + N_2.i.n_2 = 382{,}50 \Rightarrow \dfrac{N_1 . 1 . 270}{2400} + \dfrac{N_2 . 1 . 160}{2400} = 382{,}50$

$270N_1 + 160N_2 = 382{,}50 . 2400$
$270N_1 + 160 . 1{,}5N_1 = 918000 \Rightarrow 270N_1 + 240N_1 = 918000$
$510N_1 = 918000 \Rightarrow N_1 = 918000/510 \Rightarrow$ **N_1 = 1800 (A)**
$N_2 = 1{,}5N_1 = 1{,}5 . 1800 \Rightarrow N_2 = 2700$

39. Utilizando o desconto racional, o valor que devo pagar por um título com vencimento daqui a seis meses, se o seu valor nominal for de $ 29.500,00 e eu desejo ganhar 36% ao ano, é de:

a) $ 24.000,00 b) $ 25.000,00 c) $ 27.500,00
d) $ 18.880,00 e) $ 24.190,00

n = 6m / N = 29500 / i = 36% a.a. ÷ 12 = 3% a.m. = 0,03

$A_R = \dfrac{N}{(1 + in)} = \dfrac{29500}{(1 + 0{,}03 . 6)} = \dfrac{29500}{1{,}18} \Rightarrow$ **A_R = 25000 (B)**

40. O valor atual racional de um título é igual à metade de seu valor nominal. Calcular a taxa de desconto, sabendo-se que o pagamento desse título foi antecipado de cinco meses.

a) 200% a.a. b) 20% a.m. c) 25% a.m.
d) 28% a.m. e) 220% a.a.

A_R= N/2 / n = 5m / i = ?

$A_R = \dfrac{N}{(1 + in)} \Rightarrow \dfrac{N}{2} = \dfrac{N}{(1 + 5i)} \Rightarrow N(1 + 5i) = 2N \Rightarrow 1 + 5i = 2$

$5i = 2 - 1 \Rightarrow i = 1/5 = 0{,}2 \Rightarrow$ **i = 20% a.m.**

JUROS COMPOSTOS

1. DEFINIÇÃO

Chamamos de regime de juros compostos aquele onde os juros de cada período são calculados sobre o montante do período anterior. Ou seja, os juros produzidos ao fim de cada período passam a integrar o Capital ou Montante que serviu de base para o seu cálculo de modo que o total assim conseguido será base do cálculo dos juros do próximo período.

2. CAPITALIZAÇÃO

A incorporação dos juros ao capital ou montante, é chamada de **capitalização**.

Contudo, é comum encontrarmos nos enunciados das questões, as expressões ***regime de capitalização simples*** e ***regime de capitalização composta*** no lugar de ***regime de juros simples*** e ***regime de juros compostos***, respectivamente.

Freqüentemente encontraremos, nos enunciados, outras expressões usadas para indicar o regime de juros compostos:

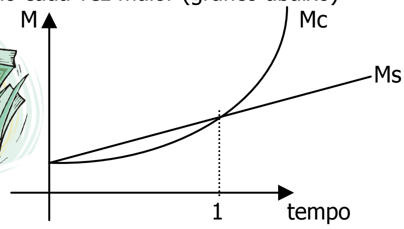
- ***Taxa composta de x% a.m.*** – indicando juros compostos com capitalização mensal.
- ***Taxa de x% a.a. capitalizados semestralmente*** – indicando juros compostos e capitalização semestral;
- ***Capitalização composta, montante composto*** – indicando o regime de juros compostos.

Ex: Vamos acompanhar os montantes, mês a mês, de uma aplicação de R$ 1.000,00 à taxa de 10% a.m. por um período de 4 meses.

Período	Juros no fim do período	Montante
1º mês	10% de R$ 1.000,00 = R$ 100,00	R$ 1.100,00
2º mês	10% de R$ 1.100,00 = R$ 110,00	R$ 1.210,00
3º mês	10% de R$ 1.210,00 = R$ 121,00	R$ 1.331,00
4º mês	10% de R$ 1.331,00 = R$ 133,10	R$ 1.464,10

Observe que:

- Os juros e montante, no fim do 1º mês, são iguais aos que seriam produzidos no regime de juros simples.
- Cada novo montante é obtido calculando-se um aumento de 10% sobre o montante anterior, o que resulta em **aumentos sucessivos** a uma taxa fixa de 10%(no caso do exemplo acima).
- Os juros vão se tornando maiores a cada mês, de modo que, após o 1º mês, a diferença entre um montante calculado no regime de juros compostos (Mc) e o correspondente valor no regime de juros simples (Ms) vai se tornando cada vez maior (gráfico abaixo)



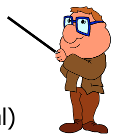
3. MONTANTE NO REGIME DE JUROS COMPOSTOS

Como vimos acima, no regime de juros compostos, o montante ao fim de um determinado período resulta de um cálculo de aumentos sucessivos. Então, sejam:

C = capital aplicado
M = Montante da aplicação ao fim de n períodos
i = forma decimal da taxa efetiva da aplicação
t = número de períodos de capitalizações

Poderemos expressar o montante (M) em função dos outros três elementos do seguinte modo:

$M = C . \underbrace{(1 + i) . (1 + i) . (1 + i) . (1 + i) \ldots (1 + i)}_{t \text{ períodos}}$



Ou seja: $\boxed{M = C\,(1 + i)^t}$ (fórmula fundamental)

Ex: Um capital de R$ 200,00 foi aplicado em regime de juros compostos a uma taxa de 20% ao mês. Qual o montante após três meses de aplicação?

C = 200 / i = 20%a.m. = 0,2 / t = 3
$M = C\,(1 + i)^t = 200\,(1 + 0{,}2)^3 = 200.\,(1{,}2)^3 = 200 . 1{,}728$
M = R$ 345,60

OBS: Você deve estar imaginando como será o cálculo de 20 meses por exemplo. Não se assuste, existem as chamadas tabelas financeiras (anexo) criadas justamente para se evitar cálculos tão dispendiosos.

4. TAXA EFETIVA E TAXA NOMINAL

Quando a unidade de tempo indicada pela taxa de juros ***coincide*** com a unidade de tempo do período de capitalização dizemos que a taxa é ***efetiva***.

Taxas Efetivas

Ex: Taxa de 2% ***ao mês*** capitalizados ***mensalmente.***
Taxa de 6% ***ao trimestre*** capitalizados ***trimestralmente.***

Taxas Nominais

Ex: Juros de 72% ***ao ano*** capitalizados ***mensalmente***.
Taxa de ***24%*** ao ano capitalizados ***bimestralmente***.

Podemos entender a taxa nominal como uma "*taxa falsa*", geralmente dada com período em anos, que não devemos utilizar diretamente nos cálculos de juros compostos, pois não produzem resultados corretos. Em seu lugar devemos usar uma taxa efetiva.

4.1. Conversão da Taxa Nominal em Efetiva

A conversão da taxa nominal em efetiva é feita ajustando-se o valor da taxa nominal proporcionalmente ao período de capitalização. Isto pode ser feito através de uma regra de três simples e direta.

Ex: Juros de ***72% ao ano*** capitalizados ***mensalmente***.

$\left.\begin{array}{l} 72\% \text{ -----12 meses} \\ x\% \text{--------1 mês} \end{array}\right\} \quad x = \frac{72}{12} = 6\% \text{ a.m.}$

Ex: Taxa de ***24% ao ano*** capitalizados ***bimestralmente***.

$\left.\begin{array}{l} 24\% \text{ -----12 meses} \\ x\% \text{--------2 mês} \end{array}\right\} \quad x = \frac{24.2}{12} = 4\% \text{ a.b.}$

5. EQUIVALÊNCIA DE TAXAS A JUROS COMPOSTOS

Dizemos que duas taxas são equivalentes quando, aplicadas a capitais iguais, por prazos iguais, produzem juros também iguais.

Ex: Qual a taxa trimestral de juros compostos equivalentes à taxa composta de 20% a.m.?

Queremos encontrar uma taxa **trimestral** ($\mathbf{i_t}$) equivalente a uma taxa **mensal** dada ($\mathbf{i_m}$ = 0,20)

Como 1 trimestre equivale a 3 meses, teremos 1 e 3 como expoentes.

$(1+ \mathbf{i_{at}})^1 = (1+ \mathbf{i_{am}})^3 = (1 + 0{,}20)^3 = 1{,}2^3 = 1{,}728$

$1 + \mathbf{i_{at}} = 1{,}728 \Rightarrow \mathbf{i_{at}} = 1{,}728 - 1 = 0{,}728 \Rightarrow \mathbf{i_{at} = 72{,}8\%}$

6. TAXA REAL E TAXA APARENTE

Consideremos que um banco tenha oferecido uma determinada aplicação pagando uma taxa efetiva de 10% a.a.

Se no mesmo período for registrada uma inflação de 6% a.a., então diremos que a taxa de 10% a.a. oferecida pelo banco não foi uma taxa real de remuneração do investimento, mas sim uma taxa aparente, pois os preços, no mesmo período, tiveram um aumento de 6%.

Vamos comparar dois investimentos de R$ 100,00, o primeiro remunerado a 10% a.a. e o segundo recebendo apenas a correção monetária devida à inflação:

Montante de 10%a.a.: 100,00 . 1,10 = R$ 110,00
Montante de 6%a.a.: 100,00 . 1,06 = R$ 106,00
O ganho real do investidor foi de = R$ 4,00

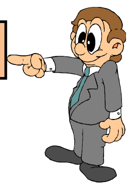
Observe que o ganho real de R$ 4,00 foi em relação a R$ 106,00, ou seja: $\frac{4}{106} = 0{,}0377...$ ou 3,77...%

Sejam as taxas unitárias e referentes a um mesmo prazo:

i_R = Taxa real
i_I = Taxa de inflação
i_A = Taxa aparente

Poderíamos chegar ao mesmo resultado utilizando a relação:

$$\boxed{\mathbf{i_A = i_I + i_R + (i_I \,.\, i_R)}}$$



Ex: $i_A = i_I + i_R + (i_I \,.\, i_R)$

$0{,}10 = 0{,}06 + i_R + 0{,}06 i_R$

$0{,}10 - 0{,}06 = 1{,}06 i_R$

$i_R = \frac{0{,}04}{1{,}06} = 0{,}0377...$ ou 3,77...%

TESTES – JUROS COMPOSTOS

01. Um comerciante consegue um empréstimo de R$ 60.000,00 que deverão ser pagos, ao fim de um ano, acrescidos de juros compostos de 2% ao mês. Quanto o comerciante deverá pagar ao fim do prazo combinado?

a) R$ 74.400,00 b) R$ 76.094,40 c) R$ 78.084,00
d) R$ 80.562,00 e) R$ 82.324,00

C = 60.000 / i = 2% a.m. = 0,02 / t = 12 meses

$M = C (1 + i)^t = 60000(1 + 0{,}02)^{12} = 60000 \,.\, 1{,}02^{12}$

$M = 60000 \times 1{,}26824 \Rightarrow$ **M = R$ 76.094,40 (B)**

02. Qual o Montante de um Capital de R$ 10.000,00 aplicado a juros compostos de 6% a.a. durante 8 anos e 4 meses?

a) R$ 12.456,30 b) R$ 13.234,00 c) R$ 14.527,00
d) R$ 16.257,27 e) R$ 17.204,40

C = 10.000 / i = 6% a.a. = 0,06 / t = 8 . 1/3

OBS: Quando t não é inteiro, calcula-se o montante pela Convenção Linear:

1° Calcula-se o montante composto normalmente usando a parte inteira de t.

2° Acrescentar ao resultado da 1ª os juros simples proporcionais à parte fracionária de n, calculados sobre o montante obtido na 1ª etapa.

$M = C (1 + i)^t = 10000(1 + 0{,}06)^8 = 10000 \,.\, 1{,}06^8$

$M = 10000 \times 1{,}59385 \Rightarrow M =$ R$ 15.938,50

Se em 1 ano.....temos 6% de juros
Em 4 meses(1 quad = 1/3)...........temos 2% de juros

$M = 15938{,}50 \,.\, 1{,}02 \Rightarrow$ **M = R$ 16.257,27 (D)**

03. Qual o capital que aplicado à taxa composta de 2% a.m. daria origem a um montante de R$ 3.656,97 ao fim de 10 meses?

a) R$ 2.600,00 b) R$ 2.800,00 c) R$ 3.000,00
d) R$ 3.200,00 e) R$ 3.250,00

M = 3656,97 / i = 2% a.m. = 0,02 / t = 10

$M = C (1 + i)^t \Rightarrow C = \frac{M}{(1 + i)^t} \Rightarrow C = \frac{3656{,}97}{(1{,}02)^{10}}$

$C = \frac{3656{,}97}{1{,}21899} \Rightarrow$ **C = R$ 3.000,00 (C)**

04. Quanto tempo leva um capital de R$ 8.000,00, aplicado a uma taxa composta de 12% a.a., para gerar um montante de R$ 15.790,56?

a) 6 anos b) 5,5 anos c) 5 anos
d) 4,5 anos e) 3 anos

C = 8000 / M = 15790,56 / i = 12% a.a. = 0,12 / t =?

$M = C (1 + i)^t \Rightarrow 15790{,}56 = 8000 (1{,}12)^t$

$(1{,}12)^t = \frac{15790{,}56}{8000} = 1{,}97382$

(Na tabela 1, na coluna 12%, você achará 1,97382 correspondente a $\Rightarrow$ **t = 6 anos) (A)**

05. Certa loja anunciou um aparelho de som por R$ 466,56 com pagamento somente após 60 dias da compra, sem entrada. Porém, se o comprador resolvesse pagar à vista, o mesmo aparelho sairia por R$ 400,00. Qual a taxa de mensal de juros compostos praticada pela loja?

a) 4% b) 5% c) 6% d) 7% e) 8%

C = 400 / M = 466,56 / t = 2 meses

$M = C (1 + i)^t \Rightarrow 466{,}56 = 400 (1 + i)^2$

$(1 + i)^2 = \frac{466{,}56}{400} = 1{,}1664$

(Na tabela 1, na linha 2, você achará 1,1664 correspondente a $\Rightarrow$ **i = 8%) (E)**

06. Qual o montante de um capital de R$ 5.000,00 aplicado por 2 anos a um taxa de 32% ao ano capitalizados trimestralmente?

a) R$ 8.456,30 b) R$ 6.234,50 c) R$ 8.527,30
d) R$ 9.254,65 e) R$ 7.204,40

$\left.\begin{array}{l} 32\% \text{-----12 meses} \\ i_e \% \text{----- 3 meses} \end{array}\right\} \quad i_e = \frac{32 \,.\, 3}{12} = 8\% \text{ a.t.}$

t = 2 anos x 4 = 8 trimestres.

C = 5000 / i = 8% a.t. = 0,08 / t = 8 trimestres

$M = C (1 + i)^t \Rightarrow M = 5000 (1{,}08)^8 = 5000 \,.\, 1{,}85093$

M= R$ 9.254,65 (D)

07. A taxa efetiva anual correspondente a 40 % ao ano com capitalização semestral é:

a) 40% b) 42% c) 44% d) 48% e) 56%

$\left.\begin{array}{l} 40\% \text{-----12m} \\ i_e \% \text{------6m} \end{array}\right\} \quad i_e = \frac{40 \,.\, 6}{12} = 20\% \text{a.s.}$

$(1+i_{aa}) = (1 + i_{as})^2 = (1 + 0,2)^2 = 1,2^2 = 1,44$
$1 + i_{aa} = 1,44 \Rightarrow i_{aa} = 1,44 - 1 = 0,44 \Rightarrow$ **i_{aa} = 44% (C)**

08. (AAP-PREVRIO) Uma aplicação semestral foi remunerada à taxa de 30%. Se nesse período a inflação foi de 25% o ganho real desse investimento corresponde a:
a) 3,5% b) 4,0% c) 4,5% d) 5,0% e) 5,5%
$i_A = i_I + i_R + (i_I \,.\, i_R) \Rightarrow 0,3 = 0,25 + i_R + 0,25i_R$
$0,3 - 0,25 = 1,25i_R \Rightarrow 0,05/1,25 = i_R \Rightarrow$ **i_R= 0,04 = 4% (B)**

09. (BESC) Uma rentabilidade de 80% em um período em que a inflação foi de 20%, equivale a uma rentabilidade real de:
a) 20% b) 44% c) 50% d) 55% e) 60%
$i_A = i_I + i_R + (i_I \,.\, i_R) \Rightarrow 0,8 = 0,2 + i_R + 0,2i_R$
$0,8 - 0,2 = 1,2\, i_R \Rightarrow 0,6/1,2 = i_R \Rightarrow$ **i_R= 0,5 = 50% (C)**

10. (FR–MS) A taxa de inflação acumulada medida pelo IGPM em 1999 foi de 20,10%. Um investidor afirma ter auferido, em uma aplicação financeira, um rendimento real de 12% ao longo de 1999, usando o IGPM como índice de inflação. Sua taxa efetiva de juros auferida em 1999 foi aproximadamente:
a) 34,5% b) 33,8% c) 33,1% d) 32,1% e) 34,2%
$i_A = i_I + i_R + (i_I \,.\, i_R) \Rightarrow i_A = 0,201 + 0,12 + 0,201 \,.\, 0,12$
$i_A = 0,321 + 0,02412 = 0,34512 \Rightarrow$ **i_A = 34,512% (A)**

11. (AF-GO) Com uma inflação anual de 12%, admitindo-se que o salário foi corrigido em 8%, a variação real do poder de compra de um assalariado é de:
a) –3,57% b) +3,57% c) –3,70% d) +3,70% e) –4,00%
$i_A = i_I + i_R + (i_I \,.\, i_R) \Rightarrow 0,08 = 0,12 + i_R + 0,12i_R$
$0,08 - 0,12 = 1,12\, i_R \Rightarrow \frac{-0,04}{1,12} = i_R \Rightarrow i_R = -0,0357$
i_R= – 3,57% (A)

12. (CVM) A inflação acumulada no primeiro trimestre de determinado ano foi de 20%. Uma pessoa aplicou R$ 12.000,00 no início deste período e resgatou R$ 18.000,00 no final. A taxa real de retorno no período de aplicação foi de:
a) 25% b) 27,5% c) 30% d) 45% e) 50%
Aplicação = 12.000,00
Resgate = 18.000,00
Ganho de 50%
$i_A = i_I + i_R + (i_I \,.\, i_R) \Rightarrow 0,5 = 0,2 + i_R + 0,2i_R$
$0,5 - 0,2 = 1,2\, i_R \Rightarrow 0,3/1,2 = i_R \Rightarrow i_R = 0,25$ ou **25% (A)**

13. (CEF) Sabe-se que a remuneração da Caderneta de Poupança é igual à variação da TR (Taxa Referencial de Juros) mais juros de 6% a.a. capitalizados mensalmente. O montante de uma aplicação de R$ 2.000,00 por um mês, em que a TR foi igual a 0,65% é igual a:
a) R$ 2.200,00 b) R$ 2.133,78 c) R$ 2.113,65
d) R$ 2.023,07 e) R$ 2.013,00
6%-----12 m
i% -----1
$i = \frac{6}{12} = 0,5\%$ a.m. = 0,005
$M = C\,(1 + TR)(1 + 0,005) = 2000 \,.\, 1,0065 \,.\, 1,005$
$M = 2013 \,.\, 1,005 \Rightarrow$ **M = R$ 2.023,07 (D)**

14. (TCDF) No Brasil as cadernetas de poupança pagam além de correção monetária, juros compostos à taxa nominal de 6% a.a. com capitalização mensal. A taxa efetiva bimestral é:
a) 1,00025% a.b. b) 1,0025% a.b. c) 1,025% a.b.
d) 1,25% a.b. e) nenhuma resposta está correta
$ia = \frac{6\%}{12}$ a.a. $\Rightarrow im = 0,5\%$ a.m. = 0,005
$(1 + i_b) = (1 + i_m)^2 = (1 + 0,005)^2 = 1,005^2$
$(1 + i_b) = 1,010025 \Rightarrow i_b = 1,010025 - 1 = 0,010025$
i_b = 0,010025 . 100 = **1,0025% a.b. (B)**

15. A taxa de 30% ao trimestre, com capitalização mensal, corresponde a uma taxa efetiva bimestral de:
a) 20% b) 21% c) 22% d) 3% e) 24%
30% a.t. $\Rightarrow$ 10% a.m.
$(1 + i_b) = (1 + i_m)^2 = (1 + 0,1)^2 = 1,1^2$
$(1 + i_b) = 1,21 \Rightarrow i_b = 1,21 - 1 = 0,21 \Rightarrow$ **i_b = 21% (B)**

16. (AFTN/91) Uma aplicação é realizada no dia 1º de um mês, rendendo uma taxa de 1% ao dia útil, com capitalização diária. Considerando que o referido mês possui 18 dias úteis, no fim do mês o montante será o capital inicial aplicado mais:
a) 20,324% b) 19,6147% c) 19,196%
d) 18,1745%. e) 18%
$M = C\,(1 + i)^t \Rightarrow M = C\,(1,01)^{18} \Rightarrow M = C \,.\, 1,19615$
1,19615 – 1 = 0,19615 . 100 = **19,615% (B)**

17. (CESPE/UnB) Para que se obtenha R$ 242,00, ao final de seis meses, a uma taxa de juros de 40% a.a. capitalizados trimestralmente, deve-se investir hoje a quantia de:
a) R$ 171,43 b) R$ 172,86 c) R$ 190,00
d) R$ 200,00 e) R$ 220,00
40%-----12 meses
i_t %----- 3 meses
$i_t = \frac{40 \,.\, 3}{12} = 10\%$ a.t.
t = 6 meses = 2 trimestres.
M = 242 / i = 10% a.t. = 0,1 / t = 2 trimestres
$M = C\,(1 + i)^t \Rightarrow C = \frac{M}{(1 + i)^t} \Rightarrow C = \frac{242}{(1,1)^2} = \frac{242}{121}$
C = R$ 200,00 (D)

18. (TCU/92) Certo tipo de aplicação duplica o valor da aplicação a cada dois meses. Essa aplicação renderá 700% de juros em:
a) 5,5 meses b) 6meses c) 3,5 meses
d) 5 meses e) 3 meses
J = 7C / M = C + J $\Rightarrow$ M = 8C / i = 100% a.b.= 1
$M = C\,(1 + i)^t \Rightarrow 8C = C\,(2)^t \Rightarrow 8 = 2^t \Rightarrow 2^3 = 2^t$
t = 3 bimestres $\Rightarrow$ **t = 6 meses (B)**

19. (CEB) A aplicação de R$ 5.000,00 à taxa de juros compostos de 20% a.m. irá gerar, após 4 meses, o montante de:
a) R$ 10.358,00 b) R$ 10.368,00 c) R$ 10.378,00
d) R$ 10.388,00 e) R$ 10.398,00
C = 5000 / i = 20% a.m. = 0,2 / t = 4 m / M =?
$M = C\,(1 + i)^t \Rightarrow M = 5000\,(1,2)^4 \Rightarrow M = 5000 \,.\, 2,0736$
M = R$ 10.368,00 (B)

20. (Metrô) Um investidor aplicou a quantia de R$ 20.000,00 à taxa de juros compostos de 10% a.m. Que montante este capital irá gera após 3 meses?
a) R$ 26.420,00 b) R$ 26.520,00 c) R$ 26.620,00
d) R$ 26.720,00 e) R$ 26.820,00
C = 20000 / i = 10% a.m. = 0,10 / t = 3 m / M =?
$M = C\,(1 + i)^t \Rightarrow M = 20000\,(1,1)^3$
M = 20000 . 1,331 $\Rightarrow$ **M = R$ 26.620,00 (C)**

21. (Metrô) Um capital de US$ 2.000,00 aplicado à taxa racional composta de 5% a.m. em 1 ano produz um montante de quantos dólares? (Dado: $1,05^{12} = 1,79586$)
a) US$ 3.291,72 b) US$ 3.391,72 c) US$ 3.491,72
d) US$ 3.591,72 e) US$ 3.691,72
C = 2000 / i = 5% a.m. = 0,05 / t = 1 a = 12 m / M =?
$M = C\,(1 + i)^t \Rightarrow M = 2000\,(1,05)^{12}$
M = 2000 . 1,79586 $\Rightarrow$ **M = US$ 3.591,72 (D)**

22. (ESAF) A aplicação de um capital de R$ 10.000,00, no regime de juros compostos, pelo período de três meses, a uma taxa de 10% ao mês, resulta, no final do terceiro mês, num montante acumulado:
a) de R$ 3.000,00
b) de R$ 13.000,00
c) Inferior a R$ 13.000,00

d) Superior a R$ 13.000,00
e) Menor do que aquele que seria obtido pelo regime de juros simples.
C = 10000 / i = 10% a.m. = 0,10 / t = 3 m / M =?
$M = C\,(1 + i)^t \Rightarrow M = 10000\,(1{,}1)^3$
$M = 10000 \,.\, 1{,}331 \Rightarrow$ **M = R$ 13.310,00 (D)**

23. (ESAF) Se um capital cresce sucessiva e cumulativamente durante 3 anos, na base de 10% ao ano, seu montante final é:
a) 30% superior ao capital inicial.
b) 130% do valor do capital inicial.
c) Aproximadamente 150% do capital inicial.
d) Aproximadamente 133% do capital inicial.
e) Menor do que aquele que seria obtido pelo regime de juros simples.
i = 10% a.a. = 0,10 / t = 3 a / M =?
$M = C\,(1 + i)^t \Rightarrow M = C\,(1{,}1)^3$
$M = C \,.\, 1{,}331 \Rightarrow M = 1{,}331C \Rightarrow$ **M = 133,1%C (D)**

24. (TCDF) Um investidor aplicou a quantia de R$ 100.000,00 à taxa de juros compostos de 10% a.m. Que montante este capital irá gerar após 4 meses?
a) R$ 140.410,00 d) R$ R$ 146.410,00
b) R$ 142.410,00 e) R$ R$ 148.410,00
c) R$ 144.410,00
C = 100000 / i = 10% a.m. = 0,10 / t = 4 m / M =?
$M = C\,(1 + i)^t \Rightarrow M = 100000\,(1{,}1)^4$
$M = 100000 \,.\, 1{,}4641 \Rightarrow$ **M = R$ 146.410,00 (D)**

25. (CEB) A caderneta de poupança remunera seus aplicadores à taxa nominal de 6% a.a., capitalizada mensalmente no regime de juros compostos. Qual é o valor do juro obtido pelo capital de R$ 80.000,00 durante 2 meses?
a) R$ 801,00 b) R$ 802,00 c) R$ 803,00
d) R$ 804,00 e) R$ 805,00
C = 80000 / i = 6% a.a. / t = 2 m / M =?
6%-----12 m
i_m% -----1 } $i = \frac{6}{12} = 0{,}5\%$ a.m. = 0,005
$M = C\,(1 + i)^t \Rightarrow M = 80000\,(1{,}005)^2$
$M = 80000 \,.\, 1{,}010025 \Rightarrow M =$ R$ 80.802,00
$J = M - C = 80802 - 80000 \Rightarrow$ **J = R$ 802,00(B)**

26. (ESAF) Se para um mesmo capital, aplicado durante qualquer período de tempo maior que zero e a certa taxa, chamamos: M_1 – Montante no regime de Juros Simples.
M_2 – Montante no regime de Juros Compostos.
Teremos:
a) $M_1 = M_2$ para qualquer $t > 0$
b) $M_1 > M_2$ para $t > 1$
c) $M_1 < M_2$ para $t = 1$
d) $M_1 < M_2$ para $0 < t < 1$
e) $M_1 = M_2$ para $t = 1$
E) M1 = M2 para t = 1(V)

27. Num regime de capitalização composta, o montante **M**, resultante da aplicação de um Capital **C** à taxa porcentual **i**, por **n** períodos, é dado pela lei **M = C (1 + i)^t**. Assim, dados M, C e t, a taxa **i** pode ser calculada pela expressão:
a) $i = (M/C)^{1/t}$ d) $i = \dfrac{M^t - C^t}{C^t}$
b) $i = \left[\dfrac{M - C}{C}\right]^{1/t}$ e) $i = \left[\dfrac{M + C^t}{C}\right]$
c) $i = \dfrac{M^{1/t} - C^{1/t}}{C^{1/t}}$
$M = C\,(1 + i)^t \Rightarrow (1 + i)^t = \dfrac{M}{C} \Rightarrow 1 + i = \sqrt[t]{M/C}$
$i = \dfrac{M^{1/t}}{C^{1/t}} - 1 \Rightarrow$ **$i = \dfrac{M^{1/t} - C^{1/t}}{C^{1/t}}$ (C)**

28. Um capital de R$ 500,00 foi aplicado a juro simples por 3 meses, à taxa de 4% a.m. O montante obtido nessa aplicação foi aplicado a juros compostos por 2 meses à taxa de 5% a.m. Ao final da segunda aplicação, o montante obtido era de:
a) R$ 560,00 b) R$ 585,70 c) R$ 593,20
d) R$ 616,00 e) R$ 617,40
Aplicação 1: Juros Simples
C = 500 / i = 4% a.m. = 0,04 / t = 3 m / M =?
$M_1 = C\,(1 + it) \Rightarrow M_1 = 500 \,.\, (1 + 0{,}04 \,.\, 3)$
$M_1 = 500 \,.\, 1{,}12 \Rightarrow M_1 = 560{,}00$
Aplicação 2: Juros Compostos
C = 560 / i = 5% a.m. = 0,05 / t = 2 m / M =?
$M_2 = C\,(1 + i)^t \Rightarrow M_2 = 560 \,.\, 1{,}05^2 = 560 \,.\, 1{,}1025$
M_2= R$ 617,40 (E)

29. (ESAF) Um título de valor inicial R$ 1.000,00. Vencível em um ano com capitalização mensal a uma taxa de juros de 10% ao mês deverá ser resgatado um mês antes de seu vencimento. Qual o desconto comercial simples à mesma taxa de 10% ao mês?
a) R$ 313,84 b) R$ 285,31 c) R$ 281,26
d) R$ 259,37 e) R$ 251,81
C = R$ 1.000,00 / i = 10% a.m. = 0,1 / t = 12 m
$M = C\,(1 + i)^t \Rightarrow M = 1000 \,.\, 1{,}1^{12} = 1000 \,.\, 3{,}13843$
M = 3.138,43
$D = N \,.\, i \,.\, n = 3138{,}43 \,.\, 0{,}1 \,.\, 1 \Rightarrow$ **D = 313,84 (A)**

30. (AFTN) Um capital de R$ 100.000,00 foi depositado por um prazo de 4 trimestres à taxa de juros de 10% ao trimestre, com correção monetária trimestral igual à inflação. Admitamos que as taxas de inflação trimestrais observadas fossem de 10%, 15%, 20% e 25% respectivamente. A disponibilidade do depositante ao final do terceiro trimestre é de aproximadamente:
a) R$ 123.065,00 b) R$ 153.065,00 c) R$ 202.045,00
d) R$ 212.045,00 e) R$ 222.045,00
C = R$ 100.000,00 / i = 10% a.t = 0,1 + CM
$I_{ac} = (1 + 0{,}1)(1 + 0{,}15)(1 + 0{,}2) = 1{,}1 \,.\, 1{,}15 \,.\, 1{,}2 = 1{,}518$
$M = 100000\,(1{,}1)^3(1{,}518) = 100000\,(1{,}331)(1{,}518)$
$M = 100000 \,.\, 2{,}020458 =$ **202.045,80 (C)**

31. (BB 2006) A taxa efetiva trimestral referente a uma aplicação foi igual a 12%. A correspondente taxa de juros nominal (i) ao ano com capitalização mensal poderá ser encontrada calculando:
a) $i = 4.[(1{,}12)^{1/3} - 1]$ d) $i = (1{,}04)^{12} - 1$
b) $i = 12.[(1{,}12)^{1/4} - 1]$ e) $i = 12.[(0{,}04) + 3]$
c) $i = 12.[(1{,}12)^{1/3} - 1]$
$i_t = 12\% = 0{,}12$
$(1 + i_m)^3 = (1 + i_t) \Rightarrow (1 + i_m) = (1 + 0{,}12)^{1/3} \Rightarrow i_m = 1{,}12^{1/3} - 1$
A taxa mensal acima é uma taxa efetiva mensal, para se ter uma taxa nominal anual, basta multiplicar por 12, então:
$i = 12.[(1{,}12)^{1/3} - 1]$ (C)

32. (BB 2006) Um financiamento foi contratado, em uma determinada data, consistindo de pagamentos a uma taxa de juros positiva e ainda corrigida pela taxa de inflação desde a data de realização do compromisso. O custo efetivo dessa operação foi de 44% e o custo real efetivo de 12,5%. Tem-se então, que a taxa de inflação acumulada no período foi de:
a) 16% b) 20% c) 24% d) 28% e) 31,5%
1ª forma de resolução:
$i_A = i_I + i_R + (i_I \,.\, i_R) \Rightarrow 0{,}44 = i_I + 0{,}125 + (i_I \,.\, 0{,}125)$
$0{,}44 - 0{,}125 = i_I + 0{,}125\, i_I \Rightarrow 1{,}125\, i_I = 0{,}315$

$i_I = \frac{0,315}{1,125} = 0,28$ ou **28% (D)**

2ª forma de resolução: (aumentos sucessivos)

$1,125 \cdot x = 1,44 \Rightarrow x = \frac{1,44}{1,125} = 1,28$ ou **28% (D)**

33. O montante de um principal de R$ 300,00 em 2 meses e 10 dias, a juros compostos de 10% pela convenção linear é igual a:
a) R$ 370,00 b) R$ 373,00 c) R$ 373,00
d) R$ 375,10 e) R$ 377,10

Convenção Linear:

1° Calcula-se o montante composto para o maior número possível de períodos inteiros.

$M = C(1 + i)^t = 300.(1,1)^2 = 300 \cdot 1,21 = 363,00$

2° Acrescentar ao resultado da 1ª os juros simples proporcionais à parte fracionária de t, calculados sobre o montante obtido na 1ª etapa.

$M = 363(1 + 0,1/3) = 363 \cdot 3,1/3 = 1125,3 / 3$

M = 375,10 (D)

34. João negociou uma dívida em duas parcelas: 25% no ato da negociação, e o restante em 60 dias a juros compostos de 4% ao mês. Sabendo que a segunda parcela paga por João foi de R$ 1.622,40, a dívida inicial era de:
a) R$ 500,00 b) R$ 1000,00 c) R$ 1500,00
d) R$ 2000,00 e) R$ 2500,00

A segunda parcela paga por João é um Montante de juros compostos. Com esse montante (1.622,40) poderemos calcular o capital (C) que representa 75% da dívida inicial.

M =1.622,40 / i = 4% a.m. = 0,04 / t = 60 d = 2 m / C =?

$M = C(1 + i)^t$	$D \cdot 0,75 = 1500$
$1622,40 = C(1,04)^2$	$D = \frac{1500}{0,75}$
$C = \frac{1.622,40}{1,0816}$	**D = R$ 2.000,00 (D)**
$C = 1500,00$	

35. Colocando R$ 6.000,00 em um investimento que paga uma taxa de juros compostos de 10% a.m durante 4 meses forma-se um montante de:
a) R$ 8.784,60 c) R$ 6.800,00
b) R$ 8.000,00 d) R$ 8.664,80

C = 6000 / i = 10% a.m. = 0,10 / t = 4 m / M =?

$M = C(1 + i)^t = 6000(1 + 0,1)^4 = 6000 \cdot 1,1^4$

$M = 6000 \cdot 1,4641 \Rightarrow$ **M = R$ 8.784,60 (A)**

36. Um capital de R$ 400,00 foi aplicado a juros simples por 3 meses, à taxa de 36% ao ano. O montante obtido nessa aplicação foi aplicado a juros compostos à taxa de 3% ao mês, por um bimestre. O total de juros obtidos nessas duas aplicações foi:
a) R$ 149,09 b) R$ 125,10 c) R$ 65,24
d) R$ 62,55 e) R$ 62,16

Juros Simples	Juros Compostos
C = 400,00	C = 436,00
t = 3 meses	t = 1 bimestre = 2 meses
i = 36%a.a.÷12 = 3%a.m.	i = 3%a.m. = 0.03
J = C. i . t	$M = C(1 + i)^t$
J = 400 . 0,03 . 3	$M = 436(1,03)^2$
J_1 = **36,00**	M = 436 . 1,06090
M = C + J	M = 462,55
M = 400 + 36 = 436,00	J_2 = 462,55 – 436 = **26,55**

$J_{total} = J_1 + J_2 = 36,00 + 26,55 \Rightarrow$ **J_{total} = 62,55 (D)**

37. Considerando-se 1,42 o valor aproximado de $1,04^9$, a aplicação de R$ 5.000,00 à taxa de juros compostos de 4% a.m. irá gerar, após 9 meses, o montante de:
a) R$ 7.846,00 c) R$ 6.845,00
b) R$ 7.100,00 d) R$ 7.986,00

C = 5000 / i = 4% a.m. = 0,04 / t = 9 m / M =?

$M = C(1 + i)^t = 5000(1 + 0,04)^9 = 5000 \cdot 1,04^9$

$M = 5000 \cdot 1,42 \Rightarrow$ **M = R$ 7.100,00 (B)**

38. Considerando-se 1,79 o valor aproximado de $1,05^{12}$, um capital de US$ 2.000,00, aplicado à taxa racional composta de 5% a.m., em 1 ano produz um montante de
a) US$ 3.290,00 b) US$ 3.340,00
c) US$ 3.400,00 d) US$ 3.580,00

C = 2000 / i = 5% a.m. = 0,05 / t = 1a = 12 m / M =?

$M = C(1 + i)^t = 2000(1 + 0,05)^{12} = 2000 \cdot 1,05^{12}$

$M = 2000 \cdot 1,79 \Rightarrow$ **M = R$ 3.580,00 (D)**

39. Calcule os juros compostos de R$ 20.000,00, aplicados durante 3 meses à taxa de 10% a.m.
a) R$ 6.000,00 b) R$ 26.620,00
c) R$ 6.620,00 d) R$ 8.620,00

C = 20000 / i = 10% a.m. = 0,10 / t = 3 m / M =?

$M = C(1 + i)^t = 20000(1 + 0,1)^3 = 20000 \cdot 1,1^3$

$M = 20000 \cdot 1,331 \Rightarrow M = R\$ 26.620,00$

J = M – C = 26.620 – 20000 = **R$ 6.620,00 (C)**

40. A taxa de 72% a.a com capitalização mensal corresponde a uma taxa mensal de:
a) 6,0% a.m b) 7,2% a.m c) 6,6% a.m d) 7% a.m

72% ***ao ano*** capitalizado ***mensalmente***.

72% -----12 meses
x%--------1 mês
x = $\frac{72}{12}$ = **6% a.m. (A)**

41. A taxa de 30% ao trimestre com capitalização mensal corresponde a uma taxa mensal de:
a) 6,0% a.m b) 10,0% a.m c) 11,0% a.m d) 7,0% a.m

30% ***ao trimestre*** capitalizado ***mensalmente***.

30% -----3 meses
x%--------1 mês
x = $\frac{30}{3}$ = **10% a.m. (B)**

42. (AFTN/96) A taxa de 40% ao bimestre, com capitalização mensal, é equivalente a uma taxa trimestral de:
a) 60,0% b) 66,6% c) 68,9% d) 70,0% e) 72,8%

40% ***ao bimestre*** capitalizado ***mensalmente***.

40% -----2 meses
x%--------1 mês
x = $\frac{40}{2}$ = 20% a.m.

$(1+ i_t) = (1+ i_m)^3 \Rightarrow (1+ i_t) = (1 + 0,2)^3 \Rightarrow i_b = 1,2^3 – 1$

$i_t = 1,728 – 1 = 0,728 \Rightarrow$ **i_t = 72,8% a.t. (E)**

43. (BANPARÁ 2010) A taxa de 30% ao trimestre, com capitalização mensal, corresponde a uma taxa efetiva bimestral de:
a) 20% b) 21% c) 22% d) 23%

30% ***ao trimestre*** capitalizado ***mensalmente***.

30% -----3 meses
x%--------1 mês
x = $\frac{30}{3}$ = 10% a.m.

$(1+ i_b) = (1+ i_m)^2 \Rightarrow (1+ i_b) = (1 + 0,1)^2 \Rightarrow i_b = 1,1^2 – 1$

$i_b = 1,21 – 1 = 0,21 \Rightarrow$ **i_b = 21% a.b. (B)**

44. Considerando-se 1,27 o valor aproximado de $1,02^{12}$, a taxa de 24% ao ano com capitalização mensal, corresponde a uma taxa efetiva anual de:
a) 24% a.a. b) 27% a.a. c) 36% a.a. d) 288% a.a.

24% ***ao ano*** capitalizado ***mensalmente***.

24% -----12 meses
x%--------1 mês
x = $\frac{24}{12}$ = 2% a.m.

$i_m = 2\% = 0,02$

$(1+ i_a) = (1+ i_m)^{12} \Rightarrow (1+ i_a) = (1+ 0,02)^{12} \Rightarrow i_a = 1,02^{12} – 1$

$i_a = 1,27 – 1 = 0,27 \Rightarrow$ **i_a = 27% a.a. (B)**

45. Considerando-se 1,34 o valor aproximado de $1{,}03^{10}$, o montante a ser devolvido por uma pessoa que toma R$ 4.000 emprestados, a juro de 3% ao mês, pelo prazo de 10 meses, com capitalização composta é:

a) R$ 5.360,00 b) R$ 5.040,00
c) R$ 5.354,00 d) R$ 4.642,00

$M = C\,(1 + i)^t = 4000(1 + 0{,}03)^{10} = 4000 \,.\, 1{,}03^{10}$

$M = 4000 \,.\, 1{,}34 \Rightarrow$ **M = R$ 5.360,00 (A)**

46. Considerando-se 1,6 o valor aproximado de $1{,}06^8$, podemos afirmar que o montante de um capital de R$ 8.000, no fim de 2 anos, com juros de 24% ao ano capitalizados trimestralmente é:

a) R$ 12.000,00 b) R$ 14.600,00
c) R$ 12.800,00 d) R$ 9.860,00

24% ***ao ano*** capitalizado ***trimestralmente***

$\left.\begin{array}{l}24\%\text{-----}4 \text{ trimestres}\\ x\%\text{-------}1 \text{ trimestre}\end{array}\right\} \quad x = \dfrac{24}{4} = 6\%$ a.t. / 2 anos = 8 trim.

$M = C\,(1 + i)^t = 8000(1 + 0{,}06)^8 = 8000 \,.\, 1{,}06^8$

$M = 8000 \,.\, 1{,}6 \Rightarrow$ **M = R$ 12.800,00 (C)**

47. Considerando X o valor do prazo em que um empréstimo de R$ 11.200, pode ser quitado em um único pagamento de R$ 22.400, a uma taxa contratada de 12% ao semestre em regime de juro composto, podemos afirmar que:

a) $X = \dfrac{\log 2}{\log 1{,}12}$ b) $X = \dfrac{\log 1{,}12}{\log 2}$

c) $X = \log\left(\dfrac{1{,}12}{2}\right)$ d) $X = \log\left(\dfrac{2}{1{,}12}\right)$

$M = C\,(1 + i)^t \Rightarrow 22400 = 11200(1 + 0{,}12)^x \Rightarrow \dfrac{22400}{11200} = 1{,}12^x$

$2 = 1{,}12^x \Rightarrow \log 2 = \log 1{,}12^x \Rightarrow \log 2 = x \,.\, \log 1{,}12$

$\mathbf{x = \dfrac{\log 2}{\log 1{,}12}}$ **(A)**

48. Qual deve ser a taxa aparente correspondente a uma taxa real de 0,8% a.m. e a uma inflação de 20% no período?

a) 18,15% b) 20,96% c) 21,13% d) 24%

$(1 + i_{ap}) = (1 + i_{inf}).(1 + i_{real})$

$(1 + i_{ap}) = (1 + 0{,}2).(1 + 0{,}008)$

$(1 + i_{ap}) = 1{,}2 \,.\, 1{,}008$

$i_{ap} = 1{,}2096 - 1$

$i_{ap} = 0{,}2096 \Rightarrow$ $\mathbf{i_{ap}}$ **= 20,96% a.m. (B)**

DESCONTOS COMPOSTOS

1. DESCONTO RACIONAL COMPOSTO

Considere um título com valor nominal **N**, vencível em **n** períodos, e um valor atual (líquido) **A** que produz um montante igual a **N** quando aplicado por **n** períodos a uma taxa composta de **i** por período:

$$\boxed{\mathbf{A_r \,.\, (1 + i)^n = N}}$$

Denomina-se **desconto racional composto** à taxa i, com n períodos de antecipação, à diferença entre o valor nominal (N) e o valor atual (A) do título, conforme definidos anteriormente: $\boxed{\mathbf{D = N - A}}$

Ex₁: Determinar o desconto racional composto sofrido por um título cujo valor nominal é de R$ 16.872,90, descontado a uma taxa de juros compostos de 4% a.m., 3 meses antes do seu vencimento.

Dados: N = 16.872,90 / i= 0,04 a.m. / n = 3 meses

$A_R \,.\, (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \,.\, (1{,}04)^3 = 16872{,}90$

$A_R \,.\, 1{,}12486 = 16872{,}90 \Rightarrow A_R = \dfrac{16872{,}90}{1{,}12486} = 15.000{,}00$

$D_R = N - A_R = 16872{,}90 - 15000{,}00 \Rightarrow$ $\mathbf{D_R}$ **= R$ 1.872,90**

Ex₂: Um título foi pago dois meses antes do seu vencimento, obtendo, assim, um desconto racional composto à taxa de 20% a.m.. Sendo de R$ 1.728,00 o valor nominal do título, quanto foi pago por ele?

Dados: N = 1.728,00 / i= 0,2 a.m. / n = 2 meses

$A_R \,.\, (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \,.\, (1{,}2)^2 = 1728$

$A_R \,.\, 1{,}44 = 1728 \Rightarrow A_R = \dfrac{1728}{1{,}44} \Rightarrow$ $\mathbf{A_R}$ **= R$ 1.200,00**

2. DESCONTO COMERCIAL COMPOSTO

Dado um título de valor nominal **N**, denominamos **desconto comercial composto** para **n** períodos de antecipação e a uma taxa de **d%** por período, ao abatimento ocasionado por **n descontos sucessivos de d%** calculados a partir do valor nominal do título **N**.

Podemos representar o desconto comercial composto pelo seguinte esquema:

Valor Atual ← **Descontos sucessivos** — **Valor Nominal**

Ex: Um título de R$ 1.000,00 deve ser resgatado três meses antes do seu vencimento, pelo critério do desconto comercial composto e a uma taxa de 10% a.m. O valor líquido pelo qual o título será resgatado é:

$$\underbrace{729 \xleftarrow[\text{DESC}]{10\%} 810 \xleftarrow[\text{DESC}]{10\%} 900 \xleftarrow[\text{DESC}]{10\%} 1.000}_{\text{Três descontos sucessivos de 10\%}}$$

Como o valor nominal era de R$ 1.000,00, mas foi resgatado por R$ 729,00, então o valor do desconto foi de:

R$ 1000,00 – R$ 729,00 = R$ 271,00

Observação Importante

O valor líquido ao final dos três descontos sucessivos poderia ser calculado multiplicando-se o valor nominal do título três vezes por 0,9 (100% – 10% = 90% = 0,9).

R$ LÍQUIDO = R$ 1000 x 0,9 x 0,9 x 0,9

R$ LÍQUIDO = R$ 1.000 x $(0{,}9)^3$ = R$ 1.000,00 x 0,729

R$ LÍQUIDO = R$ 729,00

Generalizando o procedimento que descrevemos no exemplo anterior, podemos dizer que um título de valor nominal **N** descontado pelo critério do desconto comercial composto, **n** períodos antes do seu vencimento e a uma taxa igual a **i** por período apresentará um valor líquido igual a:

$$\boxed{\mathbf{A_C = N \,.\, (1 - i)^n}}$$

Ex: Um título de R$ 2.000,00 será resgatado três anos antes do seu vencimento pelo critério do desconto composto comercial a uma taxa de 20% a.a. com capitalizações semestrais. Qual será o valor líquido?(dado $(0{,}9)^6 = 0{,}531441$)

taxa nominal = 20% a.a./2 ⇒ taxa efetiva 10% a.s. = 0,10

prazo = 3 anos = 6 semestres ⇒ n = 6

$A_C = N \,.\, (1 - i)^n \Rightarrow A_C = 2000 \,.\, (1 - 0{,}10)^6 = 2000 \,.\, 0{,}9^6$

$A_C = 2000 \,.\, 0{,}531441 = 1.062{,}882 \cong$ **R$ 1.062,88**

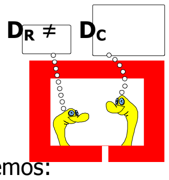
OBS: Os valores de $(1 - i)^n$ normalmente não são tabelados. Assim as questões relativas a desconto comercial composto usualmente fornecem o resultado da potência.

3. EQUIVALENCIA ENTRE AS TAXAS DE DESCONTO RACIONAL E COMERCIAL COMPOSTAS

Duas taxas de desconto são **equivalentes** se e somente se produzem **descontos iguais** quando aplicadas a um mesmo título e por igual prazo de antecipação

Considerando o mesmo período de capitalização para uma taxa **iR** de desconto racional e um outra **iC** de desconto comercial, poderemos afirmar que a equivalência entre iR e iC nos dará:

$$D_C = D_R$$
$$N - D_C = N - D_R$$
$$A_C = A_R$$
$$N \cdot (1 - i_C)^n = \frac{N}{(1 + i_R)^n}$$



trocando de lado os termos $(1 + i)^n$ e N teremos:

$(1 + i_R)^n \cdot (1 - i_C)^n = N / N = 1$

finalmente, calculando a raiz n-ésima de cada membro teremos:

$$\boxed{(1 + i_r)\,(1 - i_c) = 1}$$

Ex: Determinar a taxa mensal de desconto racional equivalente à taxa de desconto comercial de 20% a.m.

$i_C = 20 \quad i_R = ?$

$(1 + i_R)(1 - 0{,}2) = 1 \Rightarrow (1 + i_R) \cdot 0{,}8 = 1$

$(1 + i_R) = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25 \Rightarrow i_R = 1{,}25 - 1 \Rightarrow i_R = 0{,}25 =$ **25% a.m.**

TESTES – DESCONTOS COMPOSTOS

01. (CEB/94) Antecipando em dois meses o pagamento de um título, obtive um desconto racional composto, que foi calculado com base na taxa de 20% a.m. Sendo R$ 31.104,00 o valor nominal do título, quanto paguei por ele?

a) R$ 21.600,00 b) R$ 21.700,00 c) R$ 21.800,00
d) R$ 21.900,00 e) R$ 3.000,00

N = R$ 31.104,00 / i = 20% a.m. =0,2 / n = 2 meses

$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \cdot (1{,}2)^2 = 31104 \Rightarrow A_R \cdot 1{,}44 = 31104$

$A_R = \frac{31104}{1{,}44} \Rightarrow$ **A_R= R$ 21.600,00 (A)**

02. (TCDF) Uma empresa tomou emprestado de um banco, por 6 meses, a quantia de R$ 10.000,00 à taxa de juros compostos de 19,9% a.m. No entanto, 1 mês antes do seu vencimento a empresa decidiu liquidar a dívida. Qual o valor a ser pago, se o banco opera com uma taxa de desconto racional composto de 10% a.m.? Considere $1{,}199^6 = 2{,}97$.

a) R$ 24.000,00 b) R$ 25.000,00 c) R$ 26.000,00
d) R$ 27.000,00 e) R$ 28.000,00

C = R$ 10.000,00 / n = 6 m / i = 19,9%a.m.= 0,199

Desconto racional ⇒ n = 1mês / i =10% a.m. = 0,1

$M = C(1 + i)^n = 10000\,(1{,}199)^6 = 10000 \cdot 2{,}97 = 29.700{,}00$

$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \cdot (1{,}1)^1 = 29700 \Rightarrow A_R \cdot 1{,}1 = 29700$

$A_R = \frac{29700}{1{,}1} \Rightarrow$ **A_R= R$ 27.000,00 (D)**

03. (ESAF) Uma empresa descontou uma duplicata de R$ 5.000,00, 60 dias antes do seu vencimento, sob o regime de desconto racional composto. Admitindo-se que o banco adote a taxa de juros efetiva de 84% a.a., o líquido recebido pela empresa foi de: (desprezar centavos no resultado final)
(Considere: $\sqrt[3]{1{,}84} = 1{,}22538514$, $\sqrt[4]{1{,}84} = 1{,}164742$
$\sqrt[6]{1{,}84} = 1{,}10697115$)

a) R$ 4.293,00 b) R$ 4.407,00 c) R$ 4.467,00
d) R$ 4.497,00 e) R$ 4.516,00

N = R$ 5.000,00 / i = 84% a.a. / n = 60 dias = 1 bimestre

Vamos achar uma taxa bimestral equivalente à 84% a.a.

$(1+ib)^6 = 1{,}84 \Rightarrow (1+ib) = \sqrt[6]{1{,}84} \Rightarrow (1+ib) = 1{,}10697115$ a.b.

$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \cdot (1{,}107)^1 = 5000 \Rightarrow A_R = \frac{5000}{1{,}107}$

A_R= R$ 4.516,00 (E)

04. (ESAF) João tem um compromisso representado por 2 promissórias: uma de R$ 2.000,00 e outra de R$ 1.500,00, vencíveis em quatro e seis meses, respectivamente. Prevendo que não disporá desses valores nas datas estipuladas, solicita ao banco credor a substituição dos dois títulos por um único a vencer em 10 meses. Sabendo-se que o banco adota juros compostos de 5% a.m., o valor da nova nota promissória é de (desprezar os centavos no final do resultado):

a) R$ 4.208,00 b) R$ 4.307,00 c) R$ 4.457,00
d) R$ 4.503,00 e) R$ 4.567,00

N_1 = R$ 2.000,00 / i = 5% a.m.=0,05 / n = 4m

N_2 = R$ 1.500,00 / i = 5% a.m.=0,05 / n = 6m

$A_R (1 + i)^n = N$	$A_R (1 + i)^n = N$	$M = C (1 + i)^n$
$A_1 (1{,}05)^4 = 2000$	$A_2 (1{,}05)^6 = 1500$	$M = 2764{,}72\,(1{,}05)^{10}$
$A_1 \cdot 1{,}21551 = 2000$	$A_2 \cdot 1{,}3401 = 1500$	$M = 2764{,}72 \cdot 1{,}62889$
$A_1 = \frac{2000}{1{,}21551}$	$A_2 = \frac{1500}{1{,}3401}$	**M = R$4.503,00 (D)**
A_1 = 1.645,40	A_2 = 1.119,32	

05. (AFTN) Um comercial paper com valor de face de US$ 10.000,00 e vencimento daqui a três anos deve ser resgatado hoje a uma taxa de juros compostos de 10% ao ano e considerando o desconto racional, obtenha o valor do resgate.

a) US$ 7.513,00 b) US$ 7.500,00 c) US$ 7.485,00
d) US$ 7.290,00 e) US$ 7.000,00

N = US$ 10.000,00 / n = 3 anos / i = 10% a.m. =0,1

$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \cdot (1{,}1)^3 = 10000 \Rightarrow A_R \cdot 1{,}331 = 10000$

$A_R = \frac{10000}{1{,}331} \Rightarrow$ **A_R= US$ 7.513,00 (A)**

06. (TCDF) Uma empresa estabelece um contrato de leasing para o arrendamento de um equipamento e recebe como pagamento uma promissória no valor nominal de R$ 1.166.400,00, descontada dois meses antes de seu vencimento, à taxa de 8% a.m. Admitindo-se que foi utilizado o sistema de capitalização composta, o valor do desconto racional será de:

a) R$ 194.089,00 b) R$ 1.186.624,00 c) R$ 166.400,00
d) R$ 116.640,00 e) R$ 1.000.000,00

N = R$ 1.166.400,00 / n = 2 meses / i = 8% a.m. =0,08

$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \cdot (1{,}08) = 1166400$

$A_R \cdot 1{,}16640 = 1166400 \Rightarrow A_R = \frac{1166400}{1{,}16640}$

A_R= R$ 1.000.000,00

$D_C = N - A \Rightarrow D_C = 1.166400 - 1.000.000 \Rightarrow$ **D_C =166.400,00(C)**

07. Um título de R$ 5.000,00 será descontado 2 meses antes do vencimento pelo critério de desconto comercial composto à taxa de 60% a.a. com capitalização mensal. O valor do desconto será:

a) R$ 487,50 b) R$ 464,85 c) R$ 512,50
d) R$ 4.512,50 e) R$ 4.535,15

N = R$ 5.000,00 / n = 2 meses / i = 60% a.a. =5% a.m.

$A_C = N \cdot (1 - i)^n \Rightarrow A_C = 5000 \cdot (1 - 0{,}05)^2 = 5000 \cdot 0{,}95^2$

$A_C = 5000 \cdot 0{,}9025 \Rightarrow A_C$ = R$ 4.512,50

$D_C = N - A_C = 5000 - 4512{,}50 \Rightarrow$ **D_C = R$ 487,50 (A)**

08. Considerando que uma mesma taxa **i** seja utilizada para determinação dos descontos racional, d, e comercial, D, de um

mesmo título e para um mesmo prazo de antecipação, pode-se afirmar que:
a) D = d para qualquer prazo.
b) D ≥ d para qualquer prazo.
c) D ≤ d para qualquer prazo.
d) Dependendo do prazo, podem ocorrer
D > d, D < d e D = d
e) Para prazos menores que 1 período de capitalização, tem-se D < d.
B) DC ≥ DR para qualquer prazo.

09. Uma duplicata de R$ 3.000,00 deverá ser descontada 3 anos antes do seu vencimento a uma taxa de 25% a.a. pelo critério do desconto racional composto. Qual seria a taxa anual a ser adotada para obter-se um desconto igual pelo critério de desconto comercial composto?
a) 33,3% a.a. b) 28% a.a. c) 25% a.a.
d) 20% a.a. e) 18% a.a.
N = R$ 3.000,00 / n = 3 anos / iR = 25% a.a. = 0,25
$(1 + i_R)(1 - i_C) = 1 \Rightarrow (1 + 0{,}25)(1 - i_C) = 1$
$(1 - i_C) = \frac{1}{1{,}25} \Rightarrow 1 - i_C = 0{,}8 \Rightarrow i_C = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$
i_C = 20% a.a.(D)

10. (CESPE / Unb) Uma duplicata no valor de R$ 2.000,00, é resgatada dois meses antes do vencimento, obedecendo o critério de desconto comercial composto. Sabendo-se que a taxa de desconto é de 10% ao mês, o valor descontado e o valor do desconto são respectivamente:
a) R$ 1.600,00 e R$ 400,00
b) R$ 1.620,00 e R$ 380,00
c) R$ 1.640,00 e R$ 360,00
d) R$ 1.653,00 e R$ 360,00
e) R$ 1.667,67 e R$ 333,33
N = R$ 2.000,00 / n = 2 meses / i = 10% a.m. = 0,1
$A_C = N \cdot (1 - i)^n \Rightarrow A_C = 2000 \cdot (1 - 0{,}1)^2 = 2000 \cdot 0{,}9^2$
$A_C = 2000 \cdot 0{,}81 \Rightarrow$ **A_C = R$ 1.620,00 (B)**
$D_C = N - A_C = 2000 - 1620{,}00 \Rightarrow$ **D_C = R$ 380,00**

11. (AFRF/98) Obtenha o valor hoje de um título de R$ 10.000,00 de valor nominal, vencível ao fim de três meses, a uma taxa de juros de 3% a.m., considerando um desconto racional composto, desprezando os centavos:
a) R$ 9.140,00 b) R$ 9.126,00 c) R$ 9.100,00
d) R$ 9.174,00 e) R$ 9.151,00
N = R$ 10.000,00 / i = 3% a.m. =0,03 / n = 3 meses
$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \cdot (1{,}03)^3 = 10000$
$A_R \cdot 1{,}09273 = 10000 \Rightarrow A_R = \frac{10000}{1{,}09273} \Rightarrow$ **A_R= 9.151,40 (E)**

12. Um título é descontado por R$ 10.000,00 quatro meses antes do seu vencimento a uma taxa de 3% ao mês. Qual o valor nominal do título considerando que o desconto usado foi o desconto racional composto?(Despreze os centavos).
a) R$ 11.255,00 b) R$ 11.295,00 c) R$ 11.363,00
d) R$ 11.800,00 e) R$ 12.000,00
A_R = R$ 10.000,00 / i = 3% a.m. =0,03 / n = 4 meses
$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow 10000 \cdot (1{,}03)^4 = N$
$N = 10000 \cdot 1{,}12551 \Rightarrow$ **N = 11.255,10 (A)**

13. (BACEN) O valor do desconto composto racional de um título no valor de R$ 20.000,00, com prazo para 30 dias para vencimento e taxa cobrada de 4% ao mês é:
a) R$ 620,00 b) R$ 850,00 c) R$ 950,00
d) R$ 769,00 e) R$ 820,00
N = R$ 20.000,00 / i = 4% a.m. =0,04 / n = 1 mês
$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \cdot (1{,}04)^1 = 20000 \Rightarrow A_R = \frac{20000}{1{,}04}$
A_R=19.230,77
$D_{RC} = N - A = 20000 - 19230{,}77 \Rightarrow$ **D_{RC} = R$ 769,23 (D)**

14. (CEF) Um título deveria sofrer um desconto comercial simples de R$ 672,00 quatro meses antes do seu vencimento. Todavia, uma negociação levou a troca do desconto comercial simples por um desconto racional composto. Calcule o novo desconto, considerando a mesma taxa de 3% ao mês.
a) R$ 600,00 b) R$ 620,15 c) R$ 624,47
d) R$ 643,32 e) R$ 672,00
D = 672,00 / t = 4 m / i = 3% a.m.= 0,03
D =N . i . n ⇒N = D/i.n = 672/0,03 . 4 = 672/0,12 ⇒ N = 5600
$A_R \cdot (1+ i)^n = N \Rightarrow A_R \cdot (1{,}03)^4 = 5600 \Rightarrow A_R = \frac{5600}{1{,}12551}$
A_R = R$ 4975,52
$D_{RC} = N - A_{RC} = 5600 - 4975{,}52 =$ **R$ 624,48 (C)**

15. (CEF) Um empréstimo no valor de R$ 10.000,00 é contratado na data de hoje para ser pago através de dois pagamentos. O primeiro pagamento, no valor de R$ 5.445,00, vence de hoje a um ano e o segundo tem um vencimento de hoje a um ano e meio. Considerando o desconto racional e a taxa de juros nominal de 20% ao ano, capitalizados semestralmente, o valor do segundo pagamento será:
a) R$ 7.102,80 b) R$ 7.280,00 c) R$ 7.320,50
d) R$ 8.360,00 e) R$ 8.810,00

1º Converter a taxa nominal	10.000 – 4.500 = 5.500
20% a.a.-----12 meses	A_{R2} = 5500 N_2 =?
i_s%------------6 meses	$A_{R2} \cdot (1 + i)^n = N_2$
$i_s = \frac{20 \cdot 6}{12}$ = 10%a.s.	$5500 \cdot (1{,}1)^3 = N_2$
$N_1 = 5445 \Rightarrow A_{R1} = ?$	N_2 =5500 . 1,331
$A_{R1} \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow A(1{,}1)^2 = 5445$	**N_2 = 7.320,50 (C)**
A = 5445/1,21 ⇒ A_{R1} = 4.500,00	

16. (FT-CE) Uma dívida no valor de R$ 20.000,00 vence hoje, enquanto outra no valor de R$ 30.000,00 vence em seis meses. À taxa de juros compostos de 4% ao mês e considerando um desconto racional, obtenha o valor da dívida equivalente às duas anteriores, com vencimento ao fim de três meses, desprezando os centavos.
a) R$ 48.800,00 b) R$ 49.167,00 c) R$ 49.185,00
d) R$ 40.039,00 e) R$ 50.000,00
N_1 = 20.000,00 hoje, A_{R1} = 20.000,00
N_2 = 30.000,00 / n= 6m / i = 4%a.m.= 0,04 / A_{R2} =?
$A_{R2} \cdot (1 + i)^n = N_2 \Rightarrow A_{R2} \cdot (1{,}04)^6 = 30000 \Rightarrow A_{R2} = \frac{30000}{1{,}26532}$
A_{R2} = 23.709,42
Valor da dívida hoje é 23.709,42 + 20.000,00 = 43.709,42
Valor da dívida daqui a três meses:
$A_{R3} \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow 43709{,}42 \cdot (1{,}04)^3 = N_3$
$N_3 = 43709{,}42 \cdot 1{,}12486 \Rightarrow$ **N_3 = R$ 49.166,98 (B)**

17. (AFRF) Um título sofre um desconto composto racional de R$ 6.465,18 quatro meses antes do seu vencimento. Indique o valor mais próximo do valor descontado do título, considerado que a taxa de desconto é de 5% a.m.
a) R$ 25.860,72 b) R$ 28.388,72 c) R$ 30.000,00
d) R$ 32.325,90 e) R$ 36.465,18
$D_R = N - A_R \Rightarrow N = A_R + 6465{,}18$
$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \cdot (1{,}05)^4 = A_R + 6465{,}18$
$1{,}21551A_R - A_R = 6465{,}18 \Rightarrow 0{,}21551A_R = 6465{,}18$
A_R **= 6465,18/0,21551 ⇒ A_R = R$ 29.999,44 (C)**

18. (Agen.Trib.Est.-MS) Um título é descontado por R$ 4.400,00 quatro meses ates do seu vencimento. Obtenha o valor de face do título considerando que foi aplicado um desconto

racional composto a uma taxa de 3% ao mês. (Despreze centavos se houver)
a) R$ 4.400,00 b) R$ 4.725,00 c) R$ 4.928,00
d) R$ 4.952,00 e) R$ 5.000,00
$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow 4400(1{,}03)^4 = N \Rightarrow N = 4400 \cdot 1{,}12551$
N = R$ 4.952,24 (D)

19. (AFRF/2005) O valor nominal de uma dívida é igual a 5 vezes o desconto racional composto, caso a antecipação seja de dez meses. Sabendo-se que o valor atual da dívida (valor de resgate) é de R$ 200.000,00, então o valor nominal da dívida, é igual a:
a) R$ 230.000,00 b) R$ 250.000,00 c) R$ 330.000,00
d) R$ 320.000,00 e) R$ 310.000,00
$D = N - A \Rightarrow D = 5D - A \Rightarrow A = 5D - D \Rightarrow A = 4D \Rightarrow$
$D = \frac{A}{4} \Rightarrow D = \frac{200000}{4} \Rightarrow D = 50.000{,}00$
N = 5D = 5 . 50000 ⇒ **N = R$ 250.000,00 (B)**

20. (SERPRO) Um título sofre um desconto composto racional de R$ 340,10 seis meses antes do seu vencimento. Calcule o valor descontado do título, considerado que a taxa de desconto é de 5% a.m.
a) R$ 944,00 b) R$ 980,00 c) R$ 1.000,00
d) R$ 1.133,00 e) R$ 1.340,00
$D_R = N - A_R \Rightarrow N = A_R + 340{,}10$
$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \cdot (1{,}05)^6 = A_R + 340{,}10$
$1{,}34010A_R - A_R = 340{,}10 \Rightarrow 0{,}34010A_R = 340{,}10$
$A_R = \frac{340{,}10}{0{,}34010} \Rightarrow \mathbf{A_R} = \mathbf{1.000{,}00}$ **(C)**

21. Uma Nota Promissória relativa a uma dívida de R$ 2.000,00, com prazo de 10 anos a juros compostos de 10% a.a. capitalizados anualmente, foi descontada 4 anos antes de seu vencimento à taxa de juros compostos de 12 a.a. com capitalização anual. O valor descontado por dentro foi de:
a) R$ 5.187,40 b) R$ 3.110,07 c) R$ 4.560,40
d) R$ 4.283,82 e) R$ 3.296,74
C = R$ 2.000,00 / n = 10 a / i = 10%a.a.= 0,1
Desconto racional ⇒ n = 4 a / i =12% a.m. = 0,12
$M = C (1 + i)^n = 2000 (1{,}1)^{10} = 2000 \cdot 2{,}59374 = 5.187{,}48$
$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \cdot (1{,}12)^4 = 5187{,}48$
$A_R \cdot 1{,}57352 = 5187{,}48 \Rightarrow \mathbf{A_R} = \frac{5187{,}48}{1{,}57352} = \mathbf{3.296{,}74}$ **(E)**

22. Se existe a possibilidade de ganhar 3% a.m., que desconto racional composto eu devo exigir na compra de um título de valor nominal de R$ 15.800,00, vencível em 2 meses?
a) R$ 894,00 b) R$ 748,00 c) R$ 907,00
d) R$ 889,00 e) R$ 987,00
N = R$ 15.800,00 / i = 3% a.m. =0,03 / n = 2 mês
$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \cdot (1{,}03)^2 = 15800 \Rightarrow A_R = \frac{15800}{1{,}0609}$
$A_R = 14.893{,}00$
$D_R = N - A_R = 15800 - 14893 \Rightarrow$ **D_R = R$ 907,00 (C)**

23. Pedro receberá R$ 20.000,00 como parte de uma herança. Contudo, necessitando do dinheiro 4 meses antes da data do recebimento, propõe a um amigo a venda de seus direitos por R$ 16.454,05. A taxa de juros anual efetiva que Pedro pagou é, aproximadamente, de:
a) 60% b) 79% c) 82% d) 70% e) 75%
N = R$ 20.000,00 / n = 4 meses / A_R = R$ 16.454,05
$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow 16454{,}05 \cdot (1 + i)^4 = 20000$
$(1 + i)^4 = \frac{20000}{16454{,}05} \Rightarrow (1 + i)^4 = 1{,}21551$
Com o auxílio da tabela $(1 + i)^n$, procuramos o resultado da potência (1,21551) na linha 4 (n=4) ⇒ i = 5%a.m.
Como o problema pede a taxa anual teremos que achar a taxa anual equivalente à taxa mensal de 5%.
$(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12} = (1{,}05)^{12} = 1{,}79586$
$i_a = 1{,}79586 - 1 \Rightarrow i_a = 0{,}79586 \Rightarrow \mathbf{i_a \cong 79\%}$ **a.a. (B)**

24. (BB 2007) Uma dívida contraída à taxa de juros compostos de 2% ao mês, deverá ser paga em 12 meses. No vencimento, o valor total a ser pago é de R$ 30.000,00, no entanto, o devedor quer quitá-la dois meses antes do prazo. Nessa situação, de acordo apenas com as regras de matemática financeira, o credor deverá conceder ao devedor um desconto de aproximadamente:
a) R$ 1.200,00 b) R$ 1.195,00 c) R$ 1.188,00
d) R$ 1.165,00 e) R$ 1.153,00
Resolução: Desconto racional composto.
N = R$ 30.000,00 / i = 2% a.m. =0,02 / n = 2 meses
$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R \cdot (1{,}02)^2 = 30000 \Rightarrow A_R = \frac{30000}{1{,}0404}$
$A_R = 28.835{,}06$
$D_R = N - A_R = 30000 - 28835 \Rightarrow$ **D_R = R$ 1.165,00 (D)**

25. (CEF/2008) Um título de valor nominal R$ 24.200,00 será descontado dois meses antes do vencimento, com taxa composta de desconto de 10% ao mês. Sejam **D** o valor do desconto comercial composto e **d** o valor do desconto racional composto. A diferença **D – d**, em reais, vale:
a) R$ 399,00 b) R$ 398,00 c) R$ 397,00
d) R$ 396,00 e) R$ 395,00

$A_R \cdot (1 + i)^2 = N$	$A_C = N \cdot (1 - i)^n$
$A_R = \frac{24200}{(1{,}1)^2}$	$A_C = 24200 \cdot (1 - 0{,}1)^2 =$
$A_R = \frac{24200}{1{,}21}$	$A_C = 24200 \cdot 0{,}81$
$A_R = 20.000{,}00$	$A_C = 19.602{,}00$
$d = N - A_R$	$D = N - A_C$
$d = 24200 - 20000$	$D = 24200 - 19602$
$d = 4.200{,}00$	$D = 4.598{,}00$

D – d = 4598 – 4200 = **R$ 398,00 (B)**

26. No vencimento, um título será resgatado por R$ 12.762,81. O tempo que o investidor poderá antecipar seu resgate para que havendo um desconto racional de R$ 2.762,81, a taxa de juros cobrada seja de 6º% a.a. capitalizados mensalmente, é de:
a) 5 meses b) 4 meses e 12 dias c) 90 dias
d) 6 meses e) 5 meses e 10 dias
No vencimento, o título será resgatado pelo valor nominal, portanto N = R$ 12.762,81.
i = 60%a.a. ÷ 12 = 5% a.m. = 0,05 / D_R = R$ 2.762,81
$D_R = N - A_R \Rightarrow 2762{,}81 = 12762{,}81 - A_R$
$A_R = 12762{,}81 - 2762{,}81 \Rightarrow A_R =$ R$ 10.000,00
$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow 10000 \cdot (1{,}05)^n = 12762{,}81$
$(1{,}05)^n = \frac{12762{,}81}{10000} = 1{,}276281$
Com o auxílio da tabela $(1 + i)^n$, procuramos o resultado da potência (1,276281) na coluna (5%a.m) ⇒ **n= 5 meses (A)**

27. Um amigo propõe a outro, a venda de uma Letra de Câmbio por R$ 10.000,00. O comprador em potencial diz que a transação lhe interessa tão somente se for possível ganhar 6% a.a. capitalizados anualmente. Se o valor de resgate for de R$ 11.910,16, o prazo de antecipação deve ser de:
a) 2 anos e 6 meses b) 3 anos c) 4 anos
d) 4 anos e 6 meses e) 2 anos
No vencimento, o título será resgatado pelo valor nominal, portanto N = R$ 11.910,16.
i = 6%a.a. = 0,06 / A_R = R$ 10.000,00
$A_R \cdot (1 + i)^n = N \Rightarrow 10000 \cdot (1{,}06)^n = 11910{,}16$
$(1{,}06)^n = \frac{11910{,}16}{10000} = 1{,}191016$

Com o auxílio da tabela $(1 + i)^n$, procuramos o resultado da potência (1,191016) na coluna (6%a.a) ⇒ **n= 3 anos (B)**

28. O valor nominal de um compromisso é de 5 vezes o desconto racional composto, caso a antecipação seja de 8 meses. Se o valor atual da dívida é de R$ 1.700,00, então o valor nominal da dívida, é igual a:
a) R$ 1.360,00 b) R$ 1.896,00 c) R$ 1.475,00
d) R$ 2.125,00 e) R$ 1.648,00
D = N – A ⇒ D = 5D – A ⇒ A = 5D – D ⇒ A = 4D ⇒
D = A/4 ⇒ D = 1.700,00 / 4 ⇒ D = R$ 425,00
N = 5D = 5 . 425 ⇒ **N = 2.125,00 (D)**

29. Um título no valor de R$ 5.000,00, com vencimento para daqui a três meses, é resgatado hoje, obedecendo ao critério de desconto comercial composto. Sabendo-se que a taxa de desconto é de 20% ao mês, o valor descontado e o valor do desconto são respectivamente:
A) 2.480,00 e 2.520,00
B) 2.500,00 e 2.500,00
C) 2.520,00 e 2.480,00
D) 2.540,00 e 2.460,00
E) 2.560,00 e 2.440,00
N = R$ 5.000,00 / n = 3 meses / i = 20% a.m. = 0,2
$A_C = N . (1 – i)^n \Rightarrow A_C = 5000 . (1 – 0,2)^3 = 5000 . 0,8^3$
A_C = 5000 . 0,512 ⇒ **A_C = R$ 2.560,00**
$D_C = N – A_C$ = 5000 – 2560 ⇒ **D_C = R$ 2.440,00 (E)**

30. Uma Letra de Câmbio vencível ao final de 6 meses foi resgatada a juros reais compostos de 8%a.m., com o investidor recebendo R$ 35.400,00. O valor de face desta Letra de Câmbio é de:
a) R$ 50.234,80 b) R$ 53.711,12 c) R$ 56.175,20
d) R$ 59.540,60 e) R$ 62.325,40
A_R = R$ 35.400,00 / n = 6 m / i = 8%a.m.= 0,08
$A_R . (1 + i)^n = N \Rightarrow 35400 . (1,08)^6 = N$
N = 35400 . 1,58687⇒ **N = R$ 56. 175,20 (C)**

31. (TCU 2000) Uma empresa desconta um título no valor de face de R$ 10.000,00 em um banco, trinta dias antes de seu vencimento. Obtendo um desconto de 3% do valor nominal do título. Se o banco cobrasse ainda uma taxa de abertura de crédito de R$ 50,00 e 1% do valor nominal do título como imposto financeiro, no momento do desconto do título, qual seria o custo do empréstimo em termos da taxa de juros real paga pela empresa?
a) 3,09% ao mês b) 4,00% ao mês c) 4,71% ao mês
d) 4,59% ao mês e) 4,50% ao mês
Se o desconto teve como valor de referência o valor nominal, então se trata de um desconto comercial.
N = R$ 10.000,00 / n = 1 mês / i = 30% a.m. = 0,03
$A_C = N . (1 – i)^n \Rightarrow A_C = 10000 . (1 – 0,03)^1 = 10000 . 1,97$
A_C = R$ 9.700,00
Taxa de abertura de crédito (T_C) = R$ 50,00
Imposto (I) = 10000 . 0,01 = R$ 100,00
$A_C – T_C – I$ = 9700 – 50 – 100 = R$ 9550
$D_C = N – A_C$ = 1000 – 9550 ⇒ D_C = R$ 450,00
i real = $\frac{450}{10000}$ ⇒ i = 0,045 .100 ⇒ **i = 4,5% (E)**

32. A empresa "Faz de Tudo" conseguiu um empréstimo no banco "Quebra galho S/A" para pagar em 6 meses com uma taxa de juros de 60% ao semestre capitalizados mensalmente, decorridos 4 meses, esta empresa quitou a dívida pagando R$ 7.174,82, obtendo um desconto por fora à taxa de 10% a.m. Nestas condições, o valor do empréstimo foi de :
a) R$ 5.000,00 b) R$ 5.500,00 c) R$ 6.000,00
d) R$ 6.500,00 e) R$ 6.800,00
1º. O valor pago (R$ 7.174,82) é o valor atual comercial, sendo assim poderemos calcular o valor de face (valor nominal) do título:
A_C = 7174,82 / n = 2 meses / i = 10%a.m. = 0,1
$A_C = N . (1 – i)^n \Rightarrow 7174,82 = N . (1 – 0,1)^2$
$7174,82 = N . 0,9^2 \Rightarrow 7174,82 = N . 0,81$
N = 7174,82/0,81 ⇒ N = R$ 8.857,80
2º. Com o valor nominal, podemos agora calcular o valor do empréstimo, para isso, basta igualar o valor nominal ao montante de uma aplicação a juros compostos e teremos o capital que nada mais é do que o valor do empréstimo:
M = R$ 8.857,80 / n = 6 meses / i = 60%a.s. cap. mensal
60%a.s. cap. mensal ÷ 6 meses = 10%a.m.
$M = C (1 + i)^n \Rightarrow 8857,80= C(1,1)^6 \Rightarrow 8857,80= C . 1,77156$
C = $\frac{8857,80}{1,77156}$ ⇒ **C = 5000 (A)**

33. Um título de valor nominal de R$ 15.000,00, foi resgatado 6 meses antes de seu vencimento. Sabendo-se que foi aplicada uma taxa de desconto racional composto de 6% ao bimestre, o valor pago pelo título é um valor entre:
a) R$ 9.000,00 e R$ 10.000,00
b) R$ 10.000,00 e R$ 11.000,00
c) R$ 12.000,00 e R$ 13.000,00
d) R$ 13.000,00 e R$ 14.000,00
e) R$ 14.000,00 e R$ 15.000,00
N = 15000 / i = 6% a.b. = 0,06 / n = 6 meses = 3 bimestres
$A_R . (1 + i)^n = N \Rightarrow A_R . (1,06)^3 = 15000 \Rightarrow A_R = \frac{15000}{1,19102}$

A_R= R$12.594,25 (C)

34. Paguei hoje a quantia de R$ 1.000,00 tendo um desconto racional de 16% ao ano capitalizados semestralmente, por um título que venceria daqui a 2 anos e 6 meses. O valor deste título (despreze os centavos) na data de seu vencimento era de:
a) R$ 1.160,00 b) R$ 1.256,00 c) R$ 1.320,00
d) R$ 1.469,00 e) R$ 1.594,00
A_R = 1000 / i = 16% a.a. cap. sem. / n = 2 anos e 6 meses
16%a.a. cap. sem. ÷ 2 sem. = 8%a.s.
n = 2 anos e 6 meses = 4 +1 = 5 semestres
$A_R . (1 + i)^n = N \Rightarrow 1000 . (1,08)^5 = N \Rightarrow N = 1000 . 1,46933$
N = R$ 1.469,33 (D)

35. Uma letra de câmbio paga 5 meses antes de seu vencimento, com um desconto racional composto de 4% ao mês, ficou reduzida a R$ 24.658,00. O valor desta letra era de:
a) R$ 28.000,00
b) R$ 30.000,00
c) R$ 32.000,00
d) R$ 34.000,00
e) R$ 36.000,00
A_R = 24658 / i = 4% a.m. / n = 5 meses
$A_R . (1 + i)^n = N \Rightarrow 24658 . (1,04)^5 = N$
N = 24658 . 1,21665 ⇒ **N = R$ 30.000,00 (B)**

36. Um título de valor nominal de R$ 30.000,00 foi resgatado 1 ano e 6 meses antes de seu vencimento por R$ 23.709,41. A taxa trimestral de desconto racional composto foi de:
a) 2% b) 3% c) 4% d) 5% e) 6%
N = 30000 / A_R = 23037 / n = 1 ano e 6 meses = 6 trim.
$A_R . (1 + i)^n = N \Rightarrow 23709,41 . (1 + i)^6 = 30000$
$(1 + i)^6 = \frac{30000}{23709,41} \Rightarrow (1 + i)^6 = 1,26532$
Com o auxílio da tabela $(1 +i)^n$, procuramos o resultado da potência (1,26532) na linha 6 (n = 6) ⇒ **i = 4%a.t. (C)**
37. Calcular o valor atual de um título de R$ 20.000,00 descontado um ano antes de seu vencimento à taxa de desconto bancário composto de 20% ao ano, capitalizável trimestralmente.
a) R$ 16.290,13 b) R$ 16.580,12 c) R$ 16.750,39
d) R$ 8.145,06 e) R$ 8.365,12
N = 20.000 / i = 20% a.a. cap. trim. ÷ 4 = 5%a.t.
n = 1 ano = 4 trimestres
$A_c = N (1 – i)^n = 20000 (1 – 0,05)^4 = 20000 (0,95)^4$
(0,95 x 0,95 = 0,9025 x 0,9025 = 0,8145062)

A_c = 20000 . 0,8145062 ⇒ **A = 16.290,124 (A)**

38. (TCDF) Uma duplicata no valor de R$ 2.000,00 é resgatada dois meses antes do vencimento, obedecendo ao critério de desconto comercial composto. Sabendo-se que a taxa de desconto é de 10% ao mês, o valor descontado e o valor do desconto são, respectivamente, de:
a) R$ 1.600,00 e R$ 400,00 b) R$ 1.620,00 e R$ 380,00
c) R$ 1.640,00 e R$ 360,00 d) R$ 1.653,00 e R$ 360,00
e) R$ 1.666,67 e R$ 333,33
N = 2.000 / n = 2 m / i = 10% a.m.
$A_c = N (1 - i)^n = 2000 (1 - 0,1)^2 = 2000 (0,9)^2$
A_c = 20000 . 0,81 ⇒ **A_c = R$ 1620,00 (B)**
D = N – A = 2000 – 1620 ⇒ **D = R$ 380,00 (B)**

39. Considerando-se 1,08 o valor aproximado de $1{,}02^4$, o valor atual de um título de R$2.700,00, saldado 4 meses antes de seu vencimento, à taxa de desconto racional composto de 2% ao mês, é:
a) R$ 2.684,00 b) R$ 2.500,00
c) R$ 2.400,00 d) R$ 2.356,00
N = 2.700 / n = 4 m / i = 2% a.m. = 0,02
$$A_r = \frac{N}{(1+i)^n} = \frac{2700}{(1+0{,}02)^4} = \frac{2700}{1{,}02^4} = \frac{2700}{1{,}08} = \frac{270000}{108} \Rightarrow$$
A_r = R$ 2.500,00 (B)

40. Considerando-se 2,29 o valor aproximado de $1{,}18^5$, o valor atual de um título de valor R$ 1.053,40 com vencimento para 2 anos e 6 meses, à taxa de 36% ao ano, capitalizados semestralmente numa operação de desconto racional composto é:
a) R$ 460,00 b) R$ 450,00
c) R$ 570,00 d) R$ 455,56
N = 1.053,40 / n = 2 a 6 m = 4 + 1 = 5 semestres
i = 36% a.a. cap. semst. ÷ 2 = 18% = 0,18
$$A = \frac{N}{(1+i)^n} = \frac{1053{,}40}{(1+0{,}18)^5} = \frac{1053{,}40}{1{,}12^5} = \frac{1053{,}40}{2{,}29} = \frac{105340}{229} \Rightarrow$$
A = R$ 460,00 (A)

41. Tomando-se 0,66 o valor aproximado de $1{,}06^{-7}$ e considerando o desconto racional composto, um título com valor de face de US$110.000.00 e vencimento daqui a 7 anos, a uma taxa de juro de 6% ao ano deve ser resgatado hoje por:
a) US$ 72,600.00 b) US$ 72,000.00
c) US$ 75,000.00 d) US$ 70,000.00
N = 110.000 / n = 7 a / i = 6% a.a.= 0,06
$A = N(1 + i)^{-n} = 110000(1 + 0{,}06)^{-7} = 110000 \,.\, 1{,}06^{-7}$
A = 110000 . 0,66 ⇒ **A = US$ 72.600,00 (A)**

42. Tomando-se 0,915 o valor aproximado de $1{,}03^{-3}$ o valor hoje de um título de R$ 30.000,00 de valor nominal, vencível ao fim de três meses, a uma taxa de 3% ao mês, considerando um desconto racional composto é:
a) R$ 29.140,00 b) R$ 27.100,00
c) R$ 27.450,00 d) R$ 29.151,00
N = 30.000 / n = 3 m / i = 3% a.m.= 0,03
$A = N(1 + i)^{-n} = 30000(1 + 0{,}03)^{-3} = 30000 \,.\, 1{,}03^{-3}$
A = 30000 . 0,915 ⇒ **A = R$ 27.450,00 (C)**

CÁLCULO FINANCEIRO

1. FLUXOS DE CAIXA

Fluxos de caixa são os pagamentos e/ou recebimentos envolvidos em certa transação financeira e considerados ao longo de determinado intervalo de tempo.

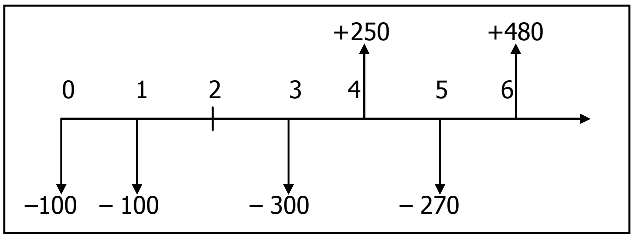
Muitas situações do nosso dia-a-dia envolvem fluxos de caixa.
Ex: Em uma conta corrente bancária, a sucessão de débitos e créditos ocorridos em determinado mês é uma seqüência de fluxos de caixa.

1.1. DIAGRAMAS DE FLUXOS DE CAIXA

Com o objetivo de facilitar a visualização dos fluxos de caixa que compõe determinada transação financeira, usamos o diagrama de fluxos de caixa.

Um diagrama de fluxos de caixa é um *retrato* de um problema financeiro que mostra as entradas e saídas de valores, ao longo do intervalo de tempo considerado para a situação.

Os diagramas de fluxos de caixa podem representar qualquer situação prática onde ocorram fluxos (entradas / saídas) de caixa. Assim, desenhar um diagrama de fluxos de caixa é o primeiro passo que devemos dar para resolver um problema financeiro.

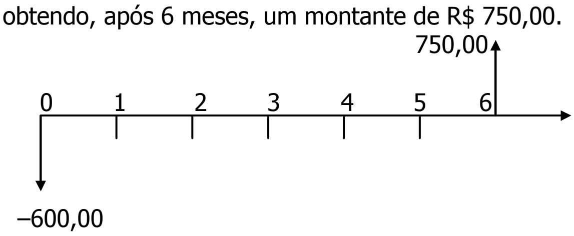


No diagrama de fluxos de caixa representado acima, foram usadas algumas convenções que iremos usar como padrões:

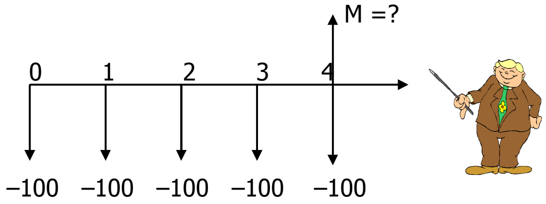
- O eixo horizontal representa o intervalo de tempo envolvido na situação sob análise e é sempre dividido em períodos de tempos iguais. (Usa-se, preferencialmente, o prazo de capitalização.)
- As flechas para cima representam fluxos de caixa positivos, isto é, dinheiro recebido, resgatado, dinheiro entrando, fluindo para dentro da instituição.
- As flechas para baixo representam fluxos de caixa negativos, isto é, dinheiro pago, investido, dinheiro saindo, fluindo para fora da instituição.
- Onde não existem flechas desenhadas não há ocorrência de fluxos de caixa (movimentação financeira).
- Sempre que dois ou mais fluxos de caixa ocorrerem ao mesmo tempo (no mesmo ponto da linha de tempo do diagrama) será considerado o seu *valor líquido* (soma ou diferença deles).

Exemplos de fluxos de caixa

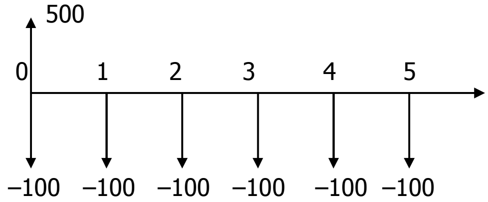
a) Uma pessoa investiu R$ 600,00 numa modalidade de aplicação que pagava juros capitalizados mensalmente, obtendo, após 6 meses, um montante de R$ 750,00.



b) Uma pessoa planeja depósitos mensais de R$ 100,00 em uma caderneta de poupança, sendo o primeiro depósito feito logo no início do primeiro mês, o segundo no início do segundo mês, e assim sucessivamente, até o quinto depósito e deseja prever qual será o montante que terá naquele momento.



c) Uma loja oferece duas opções de pagamento ao vender determinado bem:
- pagamento à vista no valor de R$ 500,00 ou
- pagamento em 6 parcelas mensais de R$ 100,00, vencendo a primeira na data da compra.



2. AVALIAÇÃO DE ALTERNATIVAS DE INVESTIMENTO

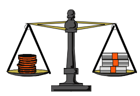
Freqüentemente todos nós vivemos situações onde devemos escolher entre duas ou mais alternativas de pagamento ou investimento.

É claro que, diante destas situações, procuramos escolher a opção que nos seja mais vantajosa. No entanto, a grande maioria das pessoas faz sua opção movida por critérios emocionais, influenciados por aparências e pelo conforto do raciocínio simplista, em vez de usar critérios racionais apoiados na solidez dos resultados de uma análise financeira escrupulosa.

O resultado da opção ditada pelos critérios emocionais é quase sempre desastroso, implicando em diminuição dos rendimentos ou até mesmo em sérios prejuízos.

Entre os métodos capazes de nos auxiliar na escolha racional da melhor alternativa para uma transação financeira, o da comparação dos valores atuais é provavelmente o mais difundido.

2.1. CAPITAIS EQUIVALENTES



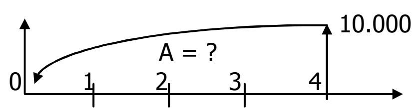
Dois conjuntos de capitais, com datas diferentes, são ditos equivalentes quando transportados para uma mesma data e a uma mesma taxa de juros, produzem, nesta data, valores iguais.

A data para a qual os capitais são transportados é denominada de **data focal**.

Ex: Certo título tem valor nominal de R$ 10.000,00 e vencimento dentro de quatro meses. Qual o valor pelo qual ele deverá ser resgatado hoje, se a taxa de juros considerada é de 1% a.m.?

Solução:

Inicialmente, construímos o diagrama de fluxos de caixa correspondente:



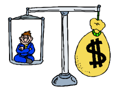
Como a data focal é anterior à data do título, devemos fazer uma **descapitalização**, ou seja, **dividir por** $\mathbf{(1 + i)^n}$**:**

$$\mathbf{A} = \frac{10000}{(1+i)^n} = \frac{10000}{(1{,}01)^4} = \frac{10000}{1{,}04060} \cong \mathbf{9.609{,}84}$$

Isto significa que os R$ 10.000,00 com vencimentos dentro de 4 meses são **equivalentes** aos R$ 9.609,84 com vencimento imediato.

Portanto o título deverá ser resgatado por R$ 9.609,84.

2.2. FLUXOS DE CAIXA EQUIVALENTES



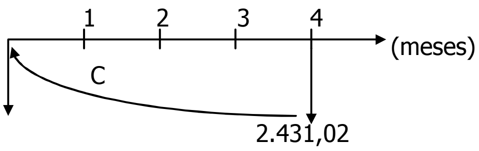
Dois fluxos de caixa são ditos equivalentes quando, ao transportarmos para uma mesma data e à mesma taxa de juros as entradas e saídas de cada um deles, as somas dos valores presentes encontrados for a mesma nos dois fluxos.

Ex: Uma dívida deve ser resgatada em 4 meses por R$ 2.431,02. Entretanto, o devedor sugere a quitação da mesma em dois pagamentos, sendo o primeiro deles, daqui a três meses, de R$ 1.157,63 e o segundo, três meses depois, de R$ 1.340,10. Mostrar que o plano de pagamento proposto pelo devedor é equivalente ao original se considerarmos uma taxa de juros de 5% a.m.

Solução:

Vamos transportar para a data focal zero cada um dos valores a serem pagos:

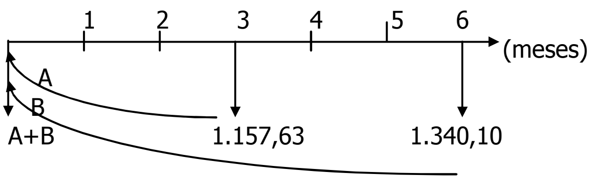
1º. Fluxo do plano original:



Como desejamos "voltar no tempo" por 4 meses o valor dado, faremos uma **descapitalização**:

$$C = \frac{2432{,}02}{(1+i)^n} = \frac{2431{,}02}{(1{,}05)^4} = \frac{2431{,}02}{1{,}21551} \Rightarrow C = \mathbf{2.000{,}00}$$

2º. Fluxo do plano sugerido pelo devedor:



Para transportar os valores dos dois pagamentos para a data focal zero, teremos que **descapitalizar** cada um deles e depois somá-los**:**

$$A = \frac{1157{,}63}{(1{,}05)^3} \qquad B = \frac{1340{,}10}{(1{,}05)^6}$$

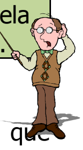
$$A = \frac{1157{,}63}{1{,}15763} \qquad B = \frac{1340{,}10}{1{,}34010}$$

$$A = 1.000{,}00 \qquad B = 1.000{,}00$$

$$A + B = \mathbf{2.000{,}00}$$

Como a soma dos capitais do segundo fluxo na data focal zero é igual ao capital do primeiro, na mesma data, podemos dizer que **os dois financiamentos são equivalentes**.

Atenção: No regime de juros compostos, a escolha da data focal não altera a equivalência. Podemos, assim, optar pela data mais conveniente para os cálculos de cada problema.

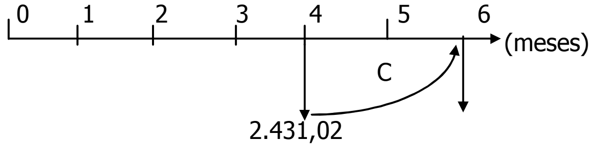


Ex: Na situação proposta no exemplo anterior, verificar que os dois planos são equivalentes utilizando a data focal 6.

Solução:

Vamos transportar para a data focal 6 todos os valores a serem pagos em cada um dos dois fluxos e compará-los:

1º. Fluxo do plano original:

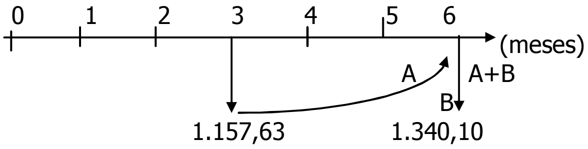


Agora desejamos "avançar no tempo" por 2 meses o valor dado, faremos então, uma **capitalização**, ou seja, **multiplicar por $(1 + i)^n$:**

$C = 2432,02(1 + i)^n = 2431,02(1,05)^2 = 2431,02 \cdot 1,1025$

C = **2.680,20**

2º. Fluxo do plano sugerido pelo devedor:



Neste fluxo, devemos transportar o valor de 1157,63 para a data focal 6, e teremos então o valor A **capitalizado por três meses**. O valor B, não é necessário efetuar a **capitalização**, pois ele já se encontra na data focal desejada.

$A = 1156,63(1,05)^3 = 1157,63 \cdot 1,15763 = \mathbf{1.340,10}$

B = **1.340,10**

A + B = 1.340,10 + 1.340,10 = **2.680,20**

Portanto, podemos concluir que **os dois fluxos de caixa são equivalentes** para a data focal 6.

3. TAXA INTERNA DE RETORNO (TIR)

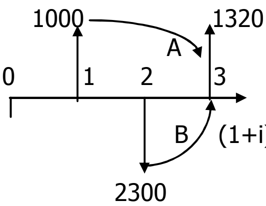
Taxa interna de retorno de um fluxo de caixa é uma taxa de juros que iguala o valor atual de todas as entradas com o valor atual de todas as saídas de caixa.

Os fluxos de caixa podem admitir várias, uma única, ou nenhuma taxa interna de retorno.

Exemplos:

a) Qual a taxa interna de retorno de um fluxo composto por uma entrada de R$ 1.000,00 no fim do primeiro mês, uma saída de R$ 2.300,00 no fim do segundo mês e uma entrada de R$ 1.320,00 no fim do terceiro mês?

> **OBS**: Você já viu que descapitalizar significa "***dividir***", enquanto que capitalizar significa "***multiplicar***". É bem mais confortável multiplicar, portanto, sempre que possível transporte todos os valores para a última data focal.



A + 1320 = B

$1000(1+i)^2 + 1320 = 2300(1+i)$

$1000(1+i)^2 - 2300(1+i) + 1320 = 0$

$100(1+i)^2 - 230(1+i) + 132 = 0$

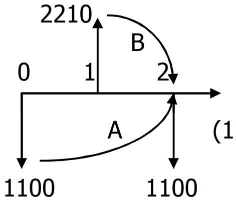
$$(1+i) = \frac{-(-230) \pm \sqrt{-230^2 - 4 \cdot 100 \cdot 132}}{2 \cdot 100}$$

$$(1 + i) = \frac{230 \pm \sqrt{52900 - 5800}}{200} = \frac{230 \pm \sqrt{100}}{200} = \frac{230 \pm 10}{200}$$

$(1 + i)' = \frac{240}{200} = 1,2 \Rightarrow i' = 1,2 - 1 = 0,2 = \mathbf{20\%}$

$(1 + i)'' = \frac{220}{200} = 1,1 \Rightarrow i'' = 1,1 - 1 = 0,1 = \mathbf{10\%}$

b) Calcular a taxa interna de retorno de um fluxo composto por uma saída de R$ 1.100,00 no início do primeiro mês, uma entrada de R$ 2.210,00 no início do segundo mês e uma saída de R$ 1.100,00 no início do terceiro mês.



A + 1100 = B

$1100(1+i)^2 + 1100 = 2210(1+i)$

$1100(1+i)^2 - 2210(1+i) + 1100 = 0$

$110(1+i)^2 - 221(1+i) + 110 = 0$

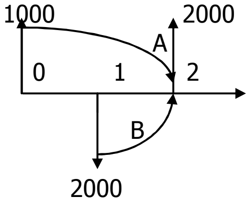
$$(1+i) = \frac{-(-221) \pm \sqrt{-221^2 - 4 \cdot 110 \cdot 110}}{2 \cdot 110}$$

$$(1 + i) = \frac{221 \pm \sqrt{48841 - 48400}}{220} = \frac{221 \pm \sqrt{441}}{220} = \frac{221 \pm 21}{220}$$

$(1+i)' = \frac{200}{220} = 0,9 \Rightarrow i' = 0,9 - 1 = \cancel{-0,1}$

$(1+i)'' = \frac{242}{220} = 1,1 \Rightarrow i'' = 1,1 - 1 = 0,1 \Rightarrow \mathbf{i'' = 10\%}$

c) A taxa interna de retorno de um fluxo composto por uma entrada de R$ 1.000,00 no início do primeiro mês, uma saída de R$ 2.000,00 no fim do primeiro mês e uma entrada de R$ 2.000,00 no fim do segundo mês, é:



A + 2000 = B

$1000(1+i)^2 + 2000 = 2000(1+i)$

$1000(1+i)^2 - 2000(1+i) + 2000 = 0$

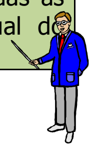
$(1+i)^2 - 2(1+i) + 2 = 0$

$$(1+i) = \frac{2 \pm \sqrt{-2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$

$$(1 + i) = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 8}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

Como não podemos extrair raiz quadrada de nº negativo, não há taxa interna de retorno para este fluxo de caixa.

> **OBS:** No caso da compra de um bem com pagamento financiado em **n** prestações (uma entrada e **n** saídas), a taxa interna de retorno corresponde à taxa de juros do financiamento, pois a soma dos valores atuais de todas as parcelas deverá ser exatamente igual ao valor atual do financiamento.



TESTES – CÁLCULO FINANCEIRO

01. (ESAF) Dois esquemas financeiros são ditos equivalentes, a uma determinada taxa de juros, quando apresentam:

A) Os mesmos valores de aplicação nas datas iniciais e aplicações diferenciadas nas demais datas.
B) Mesmo valor atual, em qualquer data, à mesma taxa de juros.
C) A mesma soma de pagamentos nos seus perfis de aplicação.
D) O mesmo prazo total para suas aplicações.
E) Nenhuma das respostas anteriores.

Mesmo valor atual, em qualquer data, à mesma taxa de juros. (B)

02. (TCU) A empresa **X** paga, a cada um de seus funcionários, salário de R$ 1.000,00, com reajuste mensal de 10%. A empresa **Y** paga salário de R$ 1.440,00, com reajuste semestral de 60%. Indique o número de semestres após os quais o salário na empresa **Y** começará a ser menor que na empresa **X**. Utilize as aproximações: log 1,44 = 0,16; log 1,1= 0,04; log 1,6 = 0,2.

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$X \Rightarrow 1000\,(1,1)^{6n}$ $Y \Rightarrow 1440\,(1,6)^n$

$1000\,(1,1)^{6n} = 1440\,(1,6)^n \Rightarrow (1,1)^{6n} = \underline{1440}\,(1,6)^n$

1000

$(1,1)^{6n} = 1,44.(1,6)^n \Rightarrow \log (1,1)^{6n} = \log 1,44(1,6)^n$

$6n . \log 1,1 = \log 1,44 + n . \log 1,6$

$6n . 0,04 = 0,16 + n . 0,2$

$0,24n - 0,2n = 0,16 \Rightarrow 0,04n = 0,16 \Rightarrow$ **n** $= \dfrac{0,16}{0,04} =$ **4 (C)**

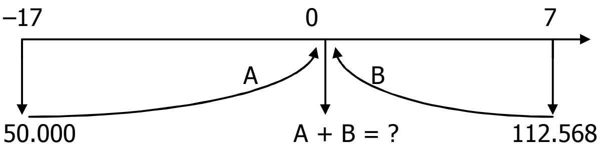
03. (ESAF) Sejam dois títulos com as seguintes características:

I) Um certificado de depósito a prazo, de R$ 50.000,00, efetuado 17 meses atrás, que rende juros compostos de 4% ao mês. Os rendimentos são tributados em 8% (Imposto de Renda) no ato do resgate.

II) Uma promissória de R$ 112.568,00, vencível de hoje a 7 meses, que pode ser resgatada mediante desconto racional composto de 5% ao mês.

Os dois títulos, se resgatados hoje, desprezados os centavos, valem:

A) R$ 169.603,00 B) R$ 173.603,00 C) R$ 177.395,00
D) R$ 181.204,00 E) R$ 1.885.204,00



$A = 50000 . (1,04)^{17}$
$A = 50000 . 1,94790$
$A = 97.395,00$
$\underline{- 50.000,00}$
$47.395,00$
$47395 . 0,92 = 43.603,40$
$A = 50000 + 43603,40$
$A = 93.603,40$

$B = \dfrac{112568}{(1,05)^7}$

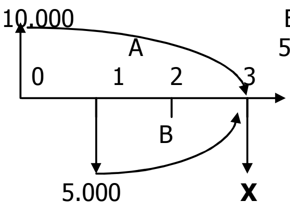
$B = \dfrac{112568}{1,40710} = 80.000,00$

$A + B = 93.603,40 + 80.000,00$

A + B = 173.603,40 (B)

04. (BACEN) Tomei emprestados R$ 10.000,00 a juros compostos de 10% ao mês. Um mês após o empréstimo, paguei R$ 5.000,00 e dois meses após esse pagamento, liquidei a dívida. O valor desse último pagamento foi de:

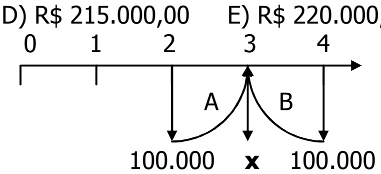
A) R$ 6.600,00 B) R$ 6.655,00 C) R$ 7.000,00
D) R$ 7.260,00 E) R$ 8.310,00



$B + X = A$
$5000 . (1,1)^2 + X = 10000 . (1,1)^3$
$5000 . 1,21 + X = 10000 . 1,331$
$6050 + X = 13310$
$X = 13310 - 6050$
X = R$ 7.260,00 (D)

05. (METRÔ-RJ) Um comerciante deve dois títulos, ambos com o mesmo valor nominal R$ 100.000,00. O vencimento do primeiro ocorre dentro de 2 meses e o do segundo, em 4 meses, mas ele deseja substituir ambos os títulos por um terceiro com vencimento em 3 meses. Se o banco que realizará essa transação opera com uma taxa racional composta de 25% a.m., qual será o valor do novo título?

A) R$ 200.000,00 B) R$ 205.000,00 C) R$ 210.000,00
D) R$ 215.000,00 E) R$ 220.000,00



$A = 100000 . 1,25$
$A = 125.000,00$
$B = \dfrac{100000}{1,25} =$
$B = 80.000,00$

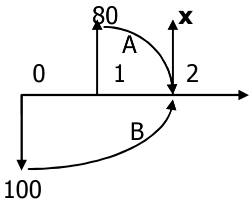
$x = A + B = 125.000 + 80.000 \Rightarrow$ **x = 205.000,00 (B)**

06. (BACEN) Considere o fluxo de caixa abaixo:

Período	0	1	2	(Ano)
Valor	–100	80	**x**	(Milhares de URVs)

O valor de **x** para o qual a taxa interna de retorno anual é igual a 10% é:

A) 25 B) 26 C) 28 D) 30 E) 33



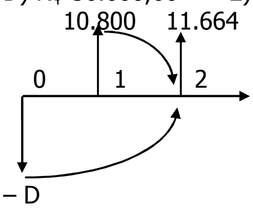
$A + x = B$
$80 (1,1) + x = 100 (1,1)^2$
$80 . 1,1 + x = 100 . 1,21$
$88 + x = 121$
x $= 121 - 88 =$ **33 (E)**

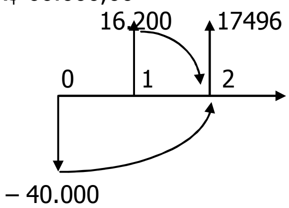
07. (BB 2006) Uma empresa deverá escolher um entre dois projetos **X** e **Y**, mutuamente excludentes, que apresentam os seguintes fluxos de caixa:

Ano	Projeto X R$	Projeto Y R$
0	– D	– 40.000,00
1	10.800,00	16.200,00
2	11.664,00	17.496,00

A taxa mínima de atratividade é de 8% ao ano (capitalização anual) e verifica-se que os **valores atuais líquidos referentes aos dois projetos são iguais.** Então o desembolso D referente ao projeto **X** é igual a:

A) R$ 30.000,00 B) R$ 40.000,00 C) R$ 45.000,00
D) R$ 50.000,00 E) R$ 60.000,00





$- D.(1,08)^2 + 10800.(1,08) + 11664 = - 40000.(1,08)^2 + 16200.(1,08) + 17496$

$- 1,1664D + 11664 + 11664 = - 46656 + 17496 + 17496$

$- 1,1664D = - 46656 + 17496 + 17496 - 11664 - 11664$

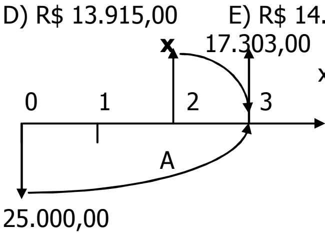
$- 1,1664D = - 346992 \Rightarrow$ **D =** $\dfrac{- 346992}{- 1,1664} =$ **30.000,00 (A)**

08. (BB 2006) Considere o seguinte fluxo de caixa cuja taxa interna de retorno é igual a 10% ao ano:

Ano	Fluxo de Caixa R$
0	– 25.000,00
1	0,00
2	**x**
3	17.303,00

O valor de x é igual a:

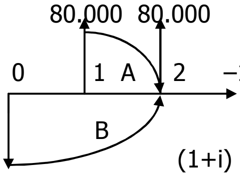
A) R$ 11.000,00 B) R$ 11.550,00 C) R$ 13.310,00
D) R$ 13.915,00 E) R$ 14.520,00



$x + 17303 = A$
$x(1,1) + 17303 = 25000(1,1)^3$
$1,1x + 17303 = 25000.1,331$
$1,1x = 33275 - 17303$
$x = \dfrac{15972}{1,1} =$ **14.520,00 (E)**

09. (SEFA) Um investimento de R$ 135.200,00 com duração de dois anos, produz fluxos de caixa de R$ 80.000,00 por ano no final de cada um dos dois anos do período. Portanto, a taxa interna de retorno (TIR) do investimento é:

A) 18,3% a.a. B) 12,0% a.a. C) 10,5% a.a.
D) 15,2% a.a. E) 18,0% a.a.



A + 80000 = B

$80000(1+i)+80000= 135200(1+i)^2$

$-135200(1+i)^2+ 80000(1+i)+80000=0$

(simplificando a equação por 800)

$-169(1+i)^2 + 100(1+i) + 100 = 0$

$(1+i) = \dfrac{-100 \pm \sqrt{100^2 - 4 \cdot (-169) \cdot 100}}{2 \cdot (-169)}$

$(1+i) = \dfrac{-100 \pm \sqrt{10000 + 67600}}{-338} = \dfrac{-100 \pm \sqrt{77600}}{-338}$

$(1 + i)' = \dfrac{-100 \pm 278{,}5}{-338}$ $(1+i)' = \dfrac{-100 + 278{,}5}{-338} = \cancel{\dfrac{178{,}5}{-338}}$

$(1+i)'' = \dfrac{-100 - 278{,}5}{-338} = \dfrac{-378{,}5}{-338} =$

$i'' = 1{,}1198 - 1 = 0{,}1198 = 11{,}98\% \Rightarrow \text{TIR} \cong$ **12% a.a. (B)**

10. (CESPE) Uma escola oferece as seguintes opções para o pagamento da taxa de matrícula, quando efetuada no dia 5 de dezembro.

I. Desconto de 10% para pagamento à vista.
II. Pagamento em duas vezes, sendo 50% no ato da renovação da matrícula e 50% um mês após, isto é, no dia 5 de janeiro.

Um pai de aluno não quer ter lucro nem prejuízo, optando por qualquer uma das duas modalidades de pagamento, no ato da renovação de matrícula. Para tanto, se optar por II, deve investir a diferença entre os valores que seriam pagos em 5 de dezembro, nas modalidades I e II, em uma aplicação financeira com uma taxa mensal de rendimento de :

A) 5% B) 10% C) 20% D) 25% E) 30%

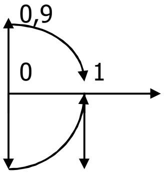
1ª Forma de resolução: Regra de três.

I- desconto de 10% = 90% 40-----100%
II- 50% (ent)+ 50%(30d) 10-----x%
90 – 50 = 40→ **10** → 50 **x=** 1000/40 = **25% (D)**

2ª Forma de resolução: Aumentos Sucessivos.

I- desconto de 10% = 0,9 0,4 . x = 0,5
II- 0,5 (ent)+ 0,5(30d) x = 0,5/0,4 = 1,25 – 1 = 0,25
0,9 – 0,5 = 0,4 **x = 25%(D)**

3ª Forma de resolução: Taxa interna de Retorno.



$0{,}9\,(1+i) = 0{,}5\,(1+i) + 0{,}5$

$0{,}9\,(1+i) - 0{,}5\,(1+i) = 0{,}5$

$0{,}4(1+i) = 0{,}5$

$(1+i) = \dfrac{0{,}5}{0{,}4} = 1{,}25$

i = 1,25 – 1 = 0,25 = 25%(D)

11. (CESPE) O preço de um televisor de 20 polegadas da marca Alpha é de R$ 400,00. O vendedor propõe a um comprador as seguintes alternativas de pagamento:

I. Pagamento em 30 dias, com acréscimo 5% sobre o preço de tabela.
II. Pagamento à vista, com 4% de desconto sobre o preço de tabela.

Considere **x** como sendo a diferença entre os preços do televisor para pagamento em 30 dias e para pagamento à vista. Assim, **x** representa uma porcentagem do preço à vista do televisor igual a:

A) 9% B)9,25% C) 9,375% D) 9,5% E) 9,725%

I- 400 . 1,25 = 420,00 384-----100%
II- 400 . 0,96 = 384,00 36----- x%
420,00 – 384,00 = 36,00 **x%** = $\dfrac{3600}{384}$ = **9,375% (C)**

12. (CESPE) Paulo quer comprar um refrigerador tem as seguintes alternativas:

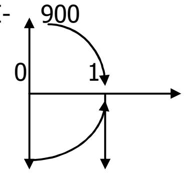
I. À vista por R$ 900,00
II. Em duas prestações mensais e iguais a R$ 500,00 vencendo a primeira no ato da compra.
III. Em três prestações mensais e iguais a R$ 350,00, vencendo a primeira no ato da compra.

Supondo que ele possa aplicar o dinheiro a uma taxa composta de 4% ao mês, assinale a opção que indica as formas de pagamento, em ordem crescente de vantagem para Paulo:

A) I – II – III B) II – I – III C) III – I – II
D) III – II – I E) II – III – I

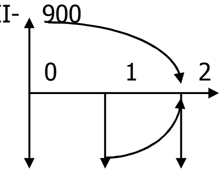
I- À vista 900,00 **(nem lucro, nem prejuízo)**.

II-



400 (1,04) = 416,00 –
<u>500,00</u>
(prejuízo) – 84,00

III-



$550(1{,}04)^2 = 550 \cdot 1{,}0816 = 594{,}88-$
$350(1{,}04) + 350 = 364 + 350 = \underline{714{,}00}$
(prejuízo) – 119,12

III – II – I (D)

13. (CESPE) Fernando possui uma quantia suficiente para adquirir um aparelho de som, mas a loja oferece três formas diferentes de pagamento:

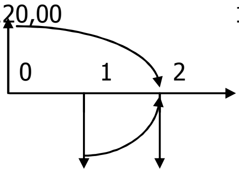
I. À vista com 20% de desconto.
II. Em duas prestações mensais e iguais, com 10% de desconto, vencendo a primeira um mês após a compra.
III. Em três prestações mensais e iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra.

Admitindo que a taxa composta de rendimento das aplicações financeiras seja de 3% ao mês, assinale a opção que indica as escolhas que Fernando pode fazer, em ordem decrescente de vantagem para ele, isto é, da mais vantajosa para a menos vantajosa:

A) I – II – III B) I – III – II C) II – III – I
D) III – I – II E) III – II – I

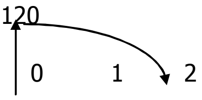
I – 120 .0,8 = 96 → 120 – 96 = **24,00 (lucro)**

II –

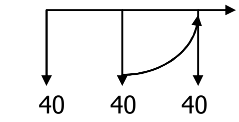


120 . 0,9 = 108 /2 = 54
$120 \cdot (1{,}03)^2 = 120 \cdot 1{,}0609 = 127{,}31-$
$54 \cdot (1{,}03) + 54 = 55{,}62 + 54 = \underline{109{,}62}$
(lucro) 17,69

III –



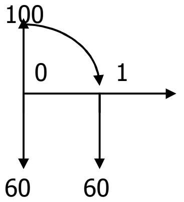
$80(1{,}03)^2 = 80 \cdot 1{,}0609 = 84{,}87-$
$40(1{,}04) + 40 = 41{,}20 + 40 = \underline{81{,}20}$
(lucro) 3,67



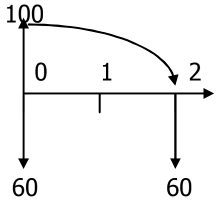
I – II – III (A)

14. (CESPE) Marque a alternativa correta:

A) Um bem pode ser adquirido por 100 reais à vista ou em 2 (duas) prestações fixas de 60 reais, a primeira devida no ato da compra. Para o comprador, a segunda opção será melhor que a primeira somente quando a taxa de juros mensal for maior que 50%.



100 – 60 = 40
40 (1+i) = 60
(1+i) = 60/40 1,5
i = 1,5 –1 = 0,5 = 50 %



100 – 60 = 40
$40\ (1+i)^2 = 60$
$(1+i)^2 = 60/40\ 1,5$
$1+i = \sqrt{1,5} = 1,225$
i = 1,225 – 1 = 0,225 = 22,5% **(F)**

B) Pressupondo que o mercado imobiliário esteja em equilíbrio e que a taxa de juros real seja de 10% ao ano e seja constante, o proprietário de um imóvel que conseguir 1.200 reais, líquidos, de aluguel por ano, terá prejuízo se vender seu imóvel por quantia inferior a 122.000 reais. (Considere que o aluguel possa manter-se constante durante toda a vida do proprietário).

$1200.(1,1)^n = 12000$
$(1,1)^n = \frac{122000}{1200} = 101,66$ **(F)**

C) Será indiferente, para um investidor, uma aplicação, com vencimento em 2 (dois) anos, que lhe renda juros simples anuais de 10% e outra, com idêntico prazo de maturação, que lhe renda juros compostos de 8% ao ano, capitalizados anualmente.

M = C(1+in) = C. (1 + 0,1.2) =1,2C → acréscimo de 20%
$M = C\ (1 + i)^n = C\ (1,08)^2 = 1,664C$ → acréscimo de 16,64% **(F)**

D) Se em dado momento a importância de 100 reais é aplicada a juros compostos de 4% ao ano, capitalizados anualmente, ao final de 2 anos terá rendido a importância de 8,16 reais de juros.

$M = C\ (1 + i)^n = 100\ (1,04)^2 = 100.1,0816 =$ **108,16 (V)**

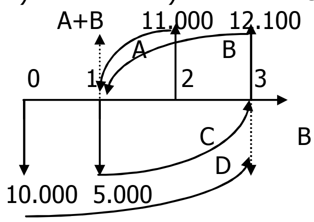
E) Um demógrafo deseja determinar em que ano a população de certo país dobrará. Pressupondo que a taxa de crescimento demográfico seja constante e igual a 2% anuais, o demógrafo terá de calcular o valor da razão $\frac{\log(1,02)}{\log 2}$.

$(1,02)^n = 2 \Rightarrow \log(1,02)^n = \log 2 \Rightarrow n . \log 1,02 = \log 2$
$n = \frac{\log 2}{\log 1,02}$ **(F)**

15. (CESPE) Uma alternativa de investimento possui um fluxo de caixa com um desembolso de R$ 10.000,00, no início do primeiro mês, outro desembolso de R$ 5.000,00, ao final do primeiro mês, e duas entradas líquidas mensais de R$ 11.000,00 e R$ 12.100,00, no final do segundo e do terceiro meses respectivamente. Considerando uma taxa nominal de juros de 120% ao ano, julgue os itens a seguir:

I. As taxas anuais, tanto efetivas quanto nominais, têm o mesmo significado e assumem valores iguais quando se trata de fluxo de caixa.
II. Os valores atuais de entradas líquidas, no fim do primeiro mês, somam R$ 20.000,00.
III. A soma dos montantes dos desembolsos, no fim do terceiro mês, é exatamente igual a R$ 19.000,00.
IV. O valor atual do fluxo de caixa, no fim do primeiro mês, é igual a R$ 4.000,00
V. No fim do terceiro mês, o montante do fluxo de caixa é negativo.

O número de afirmações corretas é:
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



I – 120%a.a. = 10% a.m.**(F)**

II – A = $\frac{11000}{1,1}$ = 10.000
B = $\frac{12100}{(1,1)^2} = \frac{12100}{1,21}$ = 10.000
A + B = 20.000**(V)**

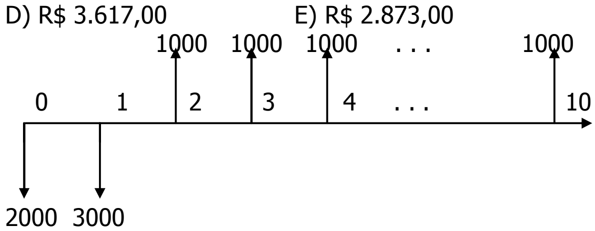
III – $D = 10000.(1,1)^3 = 10000 . 1,331 = 13.310$
$C = 5000 . (1,1)^3 = 5000 . 1,21 = 6.050$
C + D = 6050 + 13310 = 19.360 **(F)**

IV – Entradas = 20.000,00
Saídas = 10000.(1,1)+5000 = 11000 +5000 = 16000
20.000 – 16.000 = 4.000,00**(V)**

V – Entradas =11000.(1,1) + 12100 = 12100+12100 = 24200
24200 – 19360 = 4.840 **(F) (B)**

16. (AFTN) Um fluxo de caixa apresenta os seguintes valores: um desembolso de R$ 2.000,00 no momento zero, uma despesa no momento um de R$ 3.000,00 nove receitas iguais de R$ 1.000,00 do momento dois ao dez. Considerando que o intervalo de tempo decorrido entre momentos consecutivos é o mês e que a taxa de juros compostos é de 3% ao mês, determine o valor líquido do fluxo no momento zero. Usar ainda a convenção de despesa negativa e receita positiva, desprezando os centavos:

A) R$ 2.511,00 B) R$ 2.646,00 C) R$ 0,00
D) R$ 3.617,00 E) R$ 2.873,00

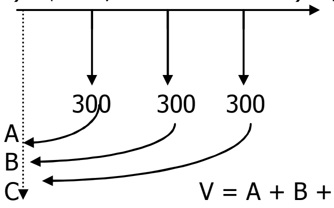


Entradas
$S = R . S_{n\rceil i} = 1000 . 10,159,11 = 10.159,11$
$E = \frac{10159,11}{(1,03)^{10}} = \frac{10159}{1,34392} = 7.559,31$

Saídas
$S = \frac{3000}{1,03} + 2000 = 2912,62 + 2000 = 4.912,62$
VL = 7.559,31 – 4.912,62 = **2.646,69 (B)**

17. (AFRF) Um bem foi adquirido através de um plano sem entrada em três prestações mensais, iguais e consecutivas de R$ 300,00 cada uma, sendo a primeira a trinta dias da data da celebração do contrato. Admitindo-se uma taxa de 4% ao mês e capitalização composta, o valor desse bem na data do contrato é:

A) R$ 544,07 B) R$ 565,83 C) R$ 800,10
D) R$ 832,53 E) R$ 900,00



$A = \frac{300}{1,04} = 288,46$

$B = \frac{300}{1,04^2} = \frac{300}{1,0816} = 277,37$

$C = \frac{300}{1,04^3} = \frac{300}{1,12486} = 266,70$

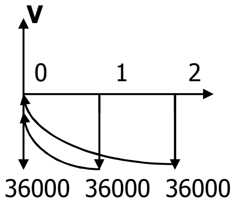
V = A + B + C = 288,46 +277,37 +266,70

V = 832,53 (D)

18. (CEF) Um trator pode ser comprado à vista por um preço **V**, ou pago em 3 parcelas anuais de R$ 36.000,00, a primeira dada no ato da compra. Nesse caso, incidem juros compostos de 20% a.a. sobre o saldo devedor. Nessas condições o preço **V** é:

A) R$ 75.000,00 B) R$ 88.000,00 C) R$ 91.000,00
D) R$ 95.000,00 E) R$ 97.000,00

Resolução pela TIR:



$V = 36000 + \frac{36000}{1,2} + \frac{36000}{1,2^2}$

$V = 36000 + \frac{36000}{1,2} + \frac{36000}{1,44}$

V = 36000 + 30000 + 25000

V = 91.000,00 (C)

Resolução pela tabela Price: { Entrada = 36.000,00; 2 parc. de 36000,00

$R = P . \frac{(1 + i)^n . i}{(1 + i)^n - 1} \Rightarrow 36000 = P.\frac{(1,2)^2 . 0,2}{(1,2)^2 - 1}$

$36000 = P . \frac{1,44 . 0,2}{1,44 - 1} \Rightarrow 36000 = P . \frac{0,288}{0,44}$

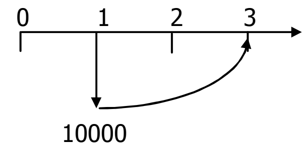
$36000 = P . 0,65454 \Rightarrow P = \frac{36000}{0,65454} = 55.000,00$

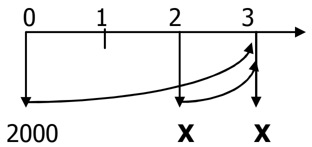
V = 36000 + 55000 = **91.000,00 (C)**

19. (AFTN) Uma empresa tem um compromisso de R$ 10.000,00 para ser pago dentro de 30 dias. Para ajustar seu fluxo de caixa, propõe ao banco a seguinte forma de pagamento: R$ 2.000,00 antecipados, à vista, e dois pagamentos iguais para 60 e 90 dias. Admitindo-se a taxa de juros compostos de 7% ao mês, o valor dessas duas parcelas deve ser de:

$(1 + i)^n$ (taxa de juros compostos de 7% ao período)			
1	1,07000	4	1,31080
2	1,14490	5	1,40255
3	1,22504	6	1,50073

A) R$ 4.347,30 B) R$ 4.672,50 C) R$ 4.683,00
D) R$ 4.739,60 E) R$ 4.837,70





$10000(1,07)^2 = 2000(1,07)^3 + x (1,07) + x$

10000 . 1,14490 = 2000 . 1,22504 + 2,07x

11449 – 2450,08 = 2,07x

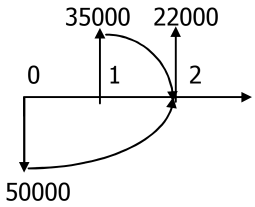
$x = \frac{8998,92}{2,07} =$ **4.347,30 (A)**

20. (CEF/2008) A tabela abaixo apresenta o fluxo de caixa de certo projeto.

Valor (Milhares de reais)	–50	35	22
Períodos (anos)	0	1	2

A taxa interna de retorno é anual é igual a:

A) 10% B) 12% C) 15% D) 18% E) 20%



$35(1+i) + 22 = 50 (1+i)^2$

$-50 (1+i)^2 + 35(1+i) + 22 = 0$

$(1+i) = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4 . (-50) . 22}}{2 . (-50)}$

$(1+i) = \frac{-35 \pm \sqrt{1225 + 4400}}{-100}$

$(1+i) = \frac{-35 \pm \sqrt{5625}}{-100} =$

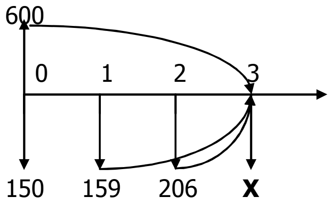
$(1+i) = \frac{-35 \pm 75}{-100} \Rightarrow (1+i)' = \frac{-35 + 75}{-100} = \frac{\cancel{40}}{-100}$

$(1+i)'' = \frac{-35 - 75}{-100} = \frac{-110}{-100} \Rightarrow (1 + i)'' = 1,1$

i” = 1,1 – 1 ⇒ i” = 0,1 ⇒ **i” = 10% (A)**

21. (CEF/2008) Júlio fez uma compra de R$ 600,00, sujeita à taxa de juros de 2% ao mês sobre o saldo devedor. No ato da compra, fez o pagamento de um sinal de R$ 150,00. Fez ainda pagamentos de R$ 159,00 e R$ 206,00, respectivamente, 30 e 60 dias depois de contraída a dívida. Se quiser quitar a dívida 90 dias depois da compra, quanto deverá pagar?

A) R$ 110,00 B) R$ 108,00 C) R$ 106,00
D) R$ 104,00 E) R$ 102,00



600 –150 = 450

$450(1,02)^3 = 159(1,02)^2 + 206(1,02) + X$

450 . 1,061208 = 159 . 1,0404 + 206 . 1,02 + X

477,5436 = 165,4236 + 210,12 + X

477,5436 – 375,5436 = X

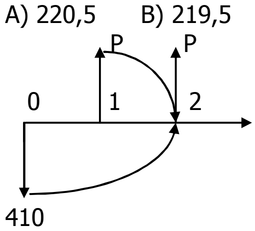
X = 102,00 (E)

22. (CEF/2008) A tabela abaixo apresenta o fluxo de caixa de certo projeto.

Períodos (anos)	0	1	2
Valor (Milhares de reais)	–410	P	P

Para que taxa interna de retorno anual seja 5%, o valor de P em milhares de reais, deve ser:

A) 220,5 B) 219,5 C) 218,5 D) 217,5 E) 261,6



$P(1,05) + P = 410 . (1,05)^2$

2,05 . P = 410 . 1,1025

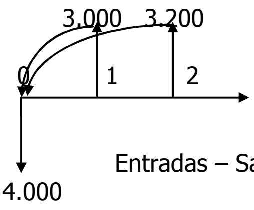
$P = \frac{452,025}{2,05}$

P = 220,5 (A)

23. (CVM) A empresa "Y" realiza certo investimento em projeto que apresenta o fluxo de caixa abaixo:

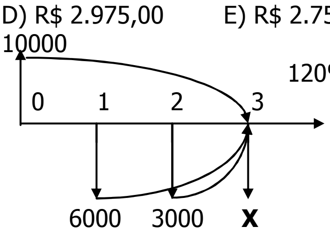
ANO	FLUXO DE CAIXA (R$)
0	– 4.000,00
1	3.000,00
2	3.200,00

Se a taxa mínima de atratividade for de 25% ao ano (capitalização anual), o valor presente líquido deste investimento no ano 0 será de:
A) Zero B) R$ 448,00 C) R$ 480,00
D) R$ 960,00 E) R$ 1.560,00
Resolução: O enunciado pede "**o valor presente líquido**", o que significa a diferença entre as entradas e saídas na data focal Zero.



Entradas: $\frac{3000}{(1,25)^1} + \frac{3200}{(1,25)^2} =$
$2400 + \frac{3200}{1,5625} = 2400 + 2048$
Entradas = 4448
Entradas – Saídas = 4448 – 4000 = **448,00 (B)**

24. (AFTN) Uma empresa obteve financiamento de R$ 10.000,00 à taxa de 120% ao ano capitalizados mensalmente (juros compostos). A empresa pagou R$ 6.000,00 ao final do primeiro e R$ 3.000,00 ao final do segundo mês. O valor que deverá ser pago ao final do terceiro mês para liquidar o financiamento (juros + principal) é:
A) R$ 3.250,00 B) R$ 3.100,00 C) R$ 3.050,00
D) R$ 2.975,00 E) R$ 2.750,00



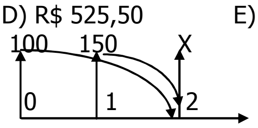
120%a.a.÷12 = 10%a.m. = 0,1

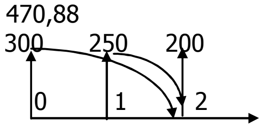
$6000(1,1)^2 + 3000(1,1)^1 + X = 10000(1,1)^3$
$6000 \cdot 1,21 + 3000 \cdot 1,1 + X = 10000 \cdot 1,331$
$7260 + 3300 + X = 13310$
$X = 13310 - 10560$
X = R$ 2.750,00 (E)

25. (AN.ORC. – RJ) Um investidor deseja aplicar recursos e deve decidir entre as alternativas que proporcionam os seguintes fluxos de caixa:

Períodos	0	1	2
Alternativa I	+100	+150	**+X**
Alternativa II	+300	+250	+200

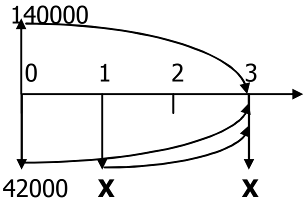
O valor de **X** que torna as alternativas acima equivalentes na data focal 2 (dois), se considerarmos a taxa de juros compostos de 5% por período, é:
A) R$ 473,00 B) R$ 482,03 C) R$ 469,00
D) R$ 525,50 E) R$ 470,88





$X + 100.(1,05)^2 + 150(1,05) = 300.(1,05)^2 + 250.(1,05) + 200$
$x + 100(1,1025) + 150(1,05) = 300(1,1025) + 250(1,05) + 200$
$X + 110,25 + 157,50 = 330,75 + 262,50 + 200$
$X + 267,75 = 792,25 \Rightarrow X = 792,25 - 267,75 \Rightarrow$ **X = 525,50 (D)**

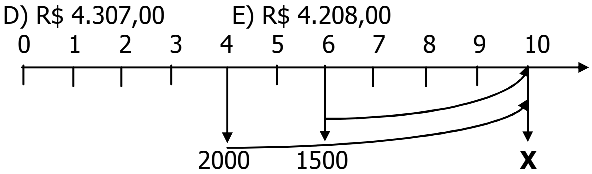
26. (ESAF) Um automóvel, que custa à vista R$ 140.000,00, está sendo vendido com financiamento nas seguintes condições: entrada igual a 30% do preço à vista e o saldo em duas parcelas iguais, à taxa de juros compostos de 7% a.m. Se a primeira parcela deverá ser paga 30 dias após o pagamento da entrada e a segunda parcela 60 dias após a primeira, o valor de cada parcela deverá ser de:
A) R$ 51.560,80 B) R$ 56.976,70 C) R$ 54.202,90
D) R$ 55.971,90 E) R$ 50.657,00



Entrada de 30%:
140000 . 0,3 = 42.000,00

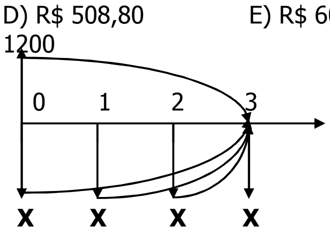
$140000(1,07)^3 = 42000(1,07)^3 + x\,(1,07)^2 + x$
$140000 \cdot 1,22504 = 42000 \cdot 1,22504 + 1,14490x + x$
$171505,60 = 51.451,68 + 2,14490x$
$171505,60 - 51.451,68 = 2,14490x$
$x = \frac{120053,92}{2,14490} \Rightarrow$ **X = 55.971,80 (D)**

27. (ESAF) João tem um compromisso representado por 2 promissórias: uma de R$ 2.000,00 e outra de R$ 1.500,00, vencíveis em quatro e seis meses, respectivamente. Prevendo que não disporá desses valores nas datas estipuladas, solicita ao banco credor a substituição dos dois títulos por um único a vencer em 10 meses. Sabendo-se que o banco adota juros compostos de 5% a.m., o valor da nova nota promissória é de (desprezar os centavos no final do resultado):
A) R$ 4.567,00 B) R$ 4.503,00 C) R$ 4.457,00
D) R$ 4.307,00 E) R$ 4.208,00



$X = 2000(1,05)^6 + 1500(1,05)^4$
$X = 2000 \cdot 1,34010 + 1500 \cdot 1,21551 = 2.680,20 + 1.823,26$
X = 4.503,46 (B)

28. (AFP) Uma loja de eletrodomésticos oferece um televisor por R$ 1.200,00 à vista ou em 4 pagamentos mensais e iguais, sendo o primeiro de entrada. Sabendo-se que a taxa de juros adotada pela loja é de 25% ao mês, qual o valor de cada prestação mensal?
A) R$ 300,00 B) R$ 350,30 C) R$ 406,50
D) R$ 508,80 E) R$ 605,10

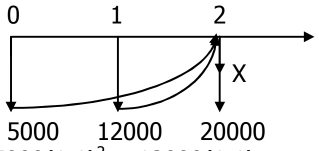


$1200(1,25)^3 = x(1,25)^3 + x(1,25)^2 + x(1,25) + x$
$1200 \cdot 1,95313 = 1,95313x + 1,56250x + 1,25x + x$
$2343,76 = 5,76563x \Rightarrow x = \frac{2343,76}{5,76563} \Rightarrow$ **X = 406,50 (C)**

29. Uma empresa devendo R$ 20.000,00 para 12 meses resolve antecipar parte de sua dívida, pagando R$ 5.000,00 hoje e comprometendo-se a pagar R$ 12.000,00 em 6 meses. O valor que será pago no vencimento, considerando a taxa de desconto racional de 10% a.s. capitalizados semestralmente, será de:

A) R$ 690,00 B) R$ 750,00 C) R$ 859,00
D) R$ 1.000,00 E) R$ 956,00

(transformar os períodos em semestres)



$5000(1,1)^2 + 12000(1,1) + x = 20000$

$5000 \cdot 1,21 + 12000 \cdot 1,1 + x = 20000$

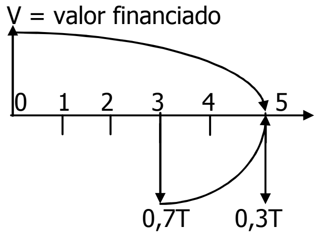
$6050 + 13200 + x = 20000 \Rightarrow 19250 + x = 20000$

$x = 20000 - 19250 \Rightarrow$ **X = R$ 750,00 (B)**

30. Uma pessoa contrai um empréstimo à taxa de juros de 10% a.m. capitalizados mensalmente. O contrato prevê que o pagamento do empréstimo seja efetuado em duas parcelas, a primeira no valor de 70% do total dos pagamentos (principal + juros), e a segunda no valor de 30% do total dos pagamentos, vencíveis, respectivamente, daqui a 3 meses e 5 meses. O valor financiado:

A) é igual ao total dos pagamentos.
B) está entre 80% a 90% do total dos pagamentos.
C) está entre 30% a 70% do total dos pagamentos.
D) está entre 70% a 80% do total dos pagamentos.
E) não pode ser determinado, uma vez que não temos o total dos pagamentos.

Resolução: Chamaremos de **T** para o valor total dos pagamentos e **V** para o valor financiado. Como o primeiro pagamento ocorre na **data 3 e tem o valor de 70%** do valor total dos pagamentos e o segundo ocorre **na data 5 e tem o valor de 30%** do valor total dos pagamentos, teremos o seguinte esquema:



Os pagamentos nas datas 3 e 5 são equivalentes ao valor localizado na data zero (V). Transportando os três valores para a data focal 5 teremos:

$V(1,1)^5 = 0,7T(1,1)^2 + 0,3T$

$V \cdot 1,61051 = 0,7T \cdot 1,21 + 0,3T \Rightarrow 1,61051V = 0,847T + 0,3T$

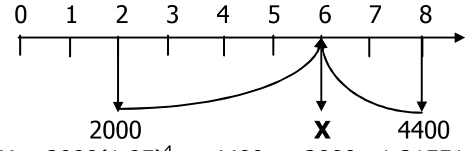
$V = \dfrac{1,147T}{1,61051} \Rightarrow V = 0,7122T \Rightarrow$ **V = 71,22%T (D)**

31. (TCDF) Um cidadão contraiu, hoje, duas dívidas junto ao Banco Verde S/A. A primeira terá o valor de R$ 2.000,00, no vencimento, daqui a seis meses; a segunda terá o valor, no vencimento, daqui a dois anos, de R$ 4.400,00. Considerando a taxa de juros de 20% a.a., capitalizados trimestralmente, se o cidadão optar por substituir as duas dívidas por apenas uma, a vencer daqui a um ano e meio, ele deverá efetuar o pagamento de aproximadamente:

A) R$ 6.420,00 B) R$ 6.547,00 C) R$ 6.600,00
D) R$ 6.620,00 E) R$ 6.680,00

Como a capitalização é trimestral, vamos trabalhar com a taxa efetiva trimestral e o fluxo trimestral.

i = 20%a.a. cap trim.÷ 4 = 5% a.t.= 0,05



$X = 2000(1,05)^4 + \dfrac{4400}{(1,05)^2} = 2000 \cdot 1,21551 + \dfrac{4400}{1,10250} =$

$X = 2431,02 + 3990,93 = 6.421,95 \Rightarrow$ **X ≅ R$ 6.420,00 (A)**

RENDAS CERTAS

1. DEFINIÇÃO

Denominamos **renda** à sucessão de valores R_1, R_2, R_3,..., usados para constituir-se um capital ou para pagamento parcelado de uma dívida. Cada um dos valores R chama-se **termo** ou **parcela**.

2. CLASSIFICAÇÃO

As rendas podem ser classificadas sob diversos aspectos:

2.1. Quanto ao número de termos:

Renda temporária – O número de termos é finito.
Renda perpétua – O número de termos é infinito.

2.2. Quanto ao valor de cada termo:

Renda constante – os valores dos termos são todos iguais.
Renda variável – Os valores dos termos não são todos iguais.

2.3. Quanto à periodicidade dos seus termos:

Renda periódica – Quando os pagamentos ocorrem a intervalos de tempo iguais.
Renda não periódica – Quando os pagamentos não ocorrem a intervalos de tempo iguais.

2.4. Quanto à data de vencimento do primeiro termo:

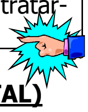
Renda antecipada – O vencimento do 1º termo ocorre no dia da compra ou assinatura do contrato (entrada).
Ex: Compra de um bem financiado em 4 prestações mensais devendo a 1ª prestação ser paga na data da compra.

Renda postecipada (ou imediata) – O vencimento do 1º termo ocorre no fim do primeiro período, a contar da data da compra ou da assinatura do contrato.
Ex: Compra de um bem financiado em 6 prestações mensais, sem entrada, vencendo a 1ª parcela 1 mês após a compra.

Renda diferida (ou com carência) – O vencimento do 1º termo ocorre após certo número de períodos a contar da data da compra ou da assinatura do contrato.

Ex: Compra de um bem financiado em prestações mensais, sem entrada, vencendo a 1ª parcela 6 meses após a compra.

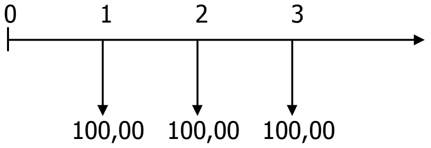
> **OBS:** Quando o enunciado de um problema não deixar claro o tipo de renda em relação ao vencimento do primeiro termo, assumiremos a renda como **postecipada** por tratar-se do tipo mais freqüente.



3. CAPITALIZAÇÃO (OU ACUMULAÇÃO DE CAPITAL)

3.1. RENDAS POSTECIPADAS

Consideremos uma renda **postecipada** (1ª parcela no fim do 1º mês) composta por três parcelas mensais de R$ 100,00 sujeitas a juros compostos de 5% a.m. conforme ilustra o diagrama de fluxos de caixa abaixo:



O capital acumulado ao fim do terceiro mês será:
1ª parcela: 100 x $(1,05)^2$ = 110,25
2ª parcela: 100 x (1,05) = 105,00
3ª parcela: 100 = 100,00
Capital acumulado.................. 315,25

As parcelas mais antigas foram acumulando mais juros de modo que estas parcelas, acrescidas dos seus respectivos juros e postas em ordem crescente uma a uma formaram uma progressão geométrica (P.G.) que tem o valor da parcela R$ 100,00, como seu primeiro termo e 1 + i = 1,05 como razão.

O Capital acumulado ao fim do terceiro mês é, portanto, a **soma S** dos três termos desta P.G. e poderia ser calculado em função da parcela (R = 100), da razão da P.G. (1 + i)=1,05 e do **número de termos** (n = 3) pela expressão:

$$S = 100.\frac{(1,05)^3 - 1}{1,05 - 1} = 315,25$$

Generalizando para **n** parcelas de valor **R**, aplicadas ao **fim** de cada um dos **n** períodos e sujeitas à taxa composta de **i** por período, o valor do capital acumulado **S**, na data **n**, será dado por:

$$\boxed{S = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]}$$

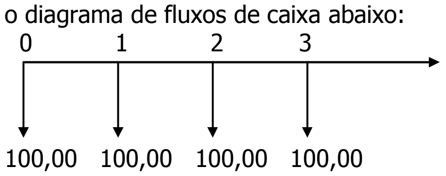
O fator que multiplica o valor R da prestação é denominado **fator de acumulação de capital de uma série de pagamentos** e é representado por $\mathbf{S_{n\rceil i}}$.

$$\boxed{S = R \cdot S_{n\rceil i}}$$

Como o cálculo de $\mathbf{S_{n\rceil i}}$ é via de regra, trabalhoso, os problemas relativos à acumulação de capital costumeiramente vêm acompanhados de uma tabela que indica os valores de $\mathbf{S_{n\rceil i}}$ para cada valor de **n** e de **i** dentro de certa faixa.

3.2. RENDAS ANTECIPADAS

Consideremos uma renda **antecipada** (1ª parcela no início do 1º mês) composta por 4 parcelas mensais de R$ 100,00 sujeitas a juros compostos de 5% a.m. conforme ilustra o diagrama de fluxos de caixa abaixo:



Como as parcelas são pagas antecipadamente, no início de cada mês, o pagamento da quarta e última parcela ocorrerá no início do quarto mês, ou seja, em n = 3.
O capital acumulado até a quarta parcela (inclusive) será:
1ª parcela: 100 x $(1,05)^3$ = 115,76
2ª parcela: 100 x $(1,05)^2$ = 110,25
3ª parcela: 100 x (1,05) = 105,00
4ª parcela: ....= 100,00
Capital acumulado................... 431,01

Observamos, então, que o capital acumulado ao fim do terceiro mês (n = 3) é a soma S de quatro termos em P.G.

Podemos calcular o capital acumulado (S) em função do valor da parcela (R = 100), da razão da P.G. (1 + i = 1,05) e do número de termos (n + 1 = 4) pela expressão:

$$S = 100.\frac{(1,05)^4 - 1}{1,05 - 1} = 431,01$$

Generalizando para **n + 1** parcelas de valor **R**, aplicadas ao **fim** de cada um dos **n** períodos e sujeitas à taxa composta de **i** por período, o valor do capital acumulado **S**, na data **n**, será dado por:

$$\boxed{S = R\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}\right]} \quad \text{ou} \quad \boxed{S = R \cdot S_{n+1\rceil i}}$$

TESTES – RENDAS CERTAS

01. Qual o montante gerado por 12 depósitos mensais e consecutivos de R$ 200,00, à taxa de 3% a.m., considerando que os depósitos sejam todos feitos ao final de cada mês?
A) R$ 2.568,10 B) R$ 2.626,50 C) R$ 2.734,20
D) R$ 2.838,40 E) R$ 2.945,30

Resolução: R = 200,00 / n = 12 / i = 3% = 0,03

$S_n = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = 200\left[\frac{(1,03)^{12} - 1}{0,03}\right] = 200 \cdot \frac{0,42576}{0,03}$

$S_{12} = 200 \cdot 14,192 \Rightarrow \mathbf{S_{12} = R\$\ 2.838,40\ (D)}$

$S_{12} = R \cdot S_{n\rceil i} = R \cdot S_{12\rceil 3} = 200 \cdot 14,19203 =$ **2.838,41 (D)**

02. Qual o valor da aplicação mensal que se deve fazer durante 6 meses à taxa composta de 10% a.m., para conseguir um montante de R$ 3.086,25, se as aplicações são feitas ao fim de cada mês?
A) R$ 400,00 B) R$ 300,00 C) 200,00
D) R$ 450,00 E) R$ 350,00

Resolução: S_6 = 3.086,25 / n = 6 / i = 10% = 0,1

$S_n = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow 3086,25 = R\left[\frac{(1,1)^6 - 1}{0,1}\right]$

$3086,25 = R \cdot \frac{0,77156}{0,1} \Rightarrow 3086,25 = R \cdot 7,7156$

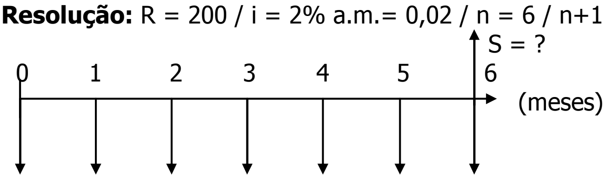
$R = \frac{3086,25}{7,7156} \Rightarrow$ **R = R$ 400.00 (A)**

$S_n = R \cdot S_{n\rceil i} \Rightarrow 3086,25 = R \cdot S_{6\rceil 10} \Rightarrow R = \frac{3086,25}{7,71561}$

R= 400,00 (A)

03. Um poupador deposita mensalmente, a quantia de R$ 200,00. Qual será o valor do capital acumulado em 6 meses se o primeiro depósito ocorrer no início do primeiro mês e considerarmos uma taxa de juros composta de 2% a.m.?
A) R$ 1.368,20 B) R$ 1.486,86 C) R$ 1.532,35
D) R$ 1.254,30 E) R$ 1.645,45

Resolução: R = 200 / i = 2% a.m.= 0,02 / n = 6 / n+1 = 7



$$\underbrace{200 \quad 200 \quad 200 \quad 200 \quad 200 \quad 200 \quad 200}_{7 \text{ depósitos}}$$

$S_n = R\left[\frac{(1 + i)^{n+1} - 1}{i}\right] = 200\left[\frac{(1{,}02)^7 - 1}{0{,}02}\right] = 200 \cdot \frac{0{,}14869}{0{,}02}$

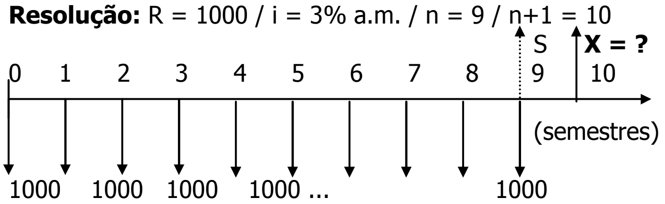
$S_6 = 200 \cdot 7{,}4345 \Rightarrow$ **S_6 = R$ 1.486,90 (B)**

$S_6 = R \cdot S_{n+1\rceil i} = R \cdot S_{7\rceil 2} = 200 \cdot 7{,}43428 =$ **1.486,86 (B)**

04. Desejando formar certo capital, um aplicador faz a cada 6 meses, um depósito de R$ 1.000,00 em uma conta remunerada que paga juros compostos de 3% ao semestre. Cinco anos após o início do investimento, o aplicador resgata o montante acumulado. Qual foi o valor resgatado se o aplicador não efetuou depósito algum na ocasião?

A) R$ 11.684,20 B) R$ 11.786,55 C) R$ 11.807,80
D) R$ 11.463,88 E) R$ 11.545,30

Resolução: R = 1000 / i = 3% a.m. / n = 9 / n+1 = 10



10 depósitos

Como não houve depósito no momento da retirada, isto é, ao fim do décimo semestre, o último depósito ocorreu na data 9. De zero (1º depósito) a nove temos, então dez depósitos.

O valor de S nos dá o montante na data 9, que é 1 período (6 meses) anterior à data do resgate.

Para encontrar o valor resgatado x podemos calcular S e depois capitalizá-lo por mais um período.

1º. Cálculo de S_9:

$S_n = R\left[\frac{(1 + i)^{n+1} - 1}{i}\right] \Rightarrow S_9 = 1000\left[\frac{(1{,}03)^{10} - 1}{0{,}03}\right]$

$S_9 = 1000 \cdot \frac{0{,}34392}{0{,}03} = 1000 \cdot 11{,}464 \Rightarrow S_9 =$ R$ 11.464,00

$S_n = R \cdot S_{n+1\rceil i} \Rightarrow S_9 = 1000 \cdot S_{10\rceil 3} = 1000 \cdot 11{,}46388$

$S_9 = 11.463{,}88$

2º. Cálculo do resgate X:

$X = S_9 \cdot (1 + i) = 11.464{,}00 \cdot 1{,}03 =$ **11.807,92 (C)**

$X = S \cdot (1 + i) = 11.463{,}88 \cdot 1{,}03 =$ **11.807,80 (C)**

05. (BACEN) Depositando mensalmente 10 URVs em um fundo que rende 1% a.m., o montante imediatamente após o 20º depósito será de:

A) 244,04 URVs B) 240 URVs C) 220,2 URVs
D) 220 URVs E) 202 URVs

Resolução: R = 10 URVs / n = 19 / i = 1% a.m. =0,01

$S_n = R\left[\frac{(1 + i)^{n+1} - 1}{i}\right] = 10\left[\frac{(1{,}01)^{20} - 1}{0{,}01}\right] = 10 \cdot \frac{0{,}22019}{0{,}01}$

$S_{19} = 10 \cdot 22{,}019 \Rightarrow$ **S_{19} = R$ 220,19 (D)**

$S_{19} = R \cdot S_{n+1\rceil i} = R \cdot S_{20\rceil 1} = 10 \cdot 22{,}01900 =$ **220,19 (D)**

06. (BACEN) Um contrato de aplicação financeira prevê que depósitos de mesmo valor sejam feitos mensalmente em uma conta de aplicação durante dezoito meses com objetivo de atingir o montante de R$ 100.000,00 ao fim desse prazo. Obtenha o valor mais próximo da quantia que deve ser depositada ao final de cada mês, considerando uma taxa de rendimento de 3% ao mês.

A) R$ 5.550,00 B) R$ 4.900,00 C) R$ 4.782,00
D) R$ 4.270,00 E) R$ 4.000,00

Resolução: S_{18} = 100.000 / n = 18 / i = 3% a.m. = 0,03

$S_n = R\left[\frac{(1 + i)^{n} - 1}{i}\right] \Rightarrow 100000 = R\left[\frac{(1{,}03)^{18} - 1}{0{,}03}\right]$

$100000 = R \cdot \frac{0{,}70243}{0{,}03} \Rightarrow 100000 = R \cdot 23{,}41433$

$R = \frac{100000}{23{,}41433} \Rightarrow$ **R = R$ 4.270,88 (D)**

$S_n = R \cdot S_{n\rceil i} \Rightarrow 100000 = R \cdot S_{18\rceil 3} \Rightarrow R = \frac{100000}{23{,}4144}$

R= R$ 4.270,88 (D)

07. (CVM) Um cliente negociou com seu banco depositar a quantia de R$ 1.000,00, ao fim de cada mês, para obter R$ 21.412,31, ao fim de 18 meses. A que taxa efetiva anual o banco remunerou o capital de seu cliente?

A) 12% B) 12,08% C) 18% D) 24% E) 26,82%

Resolução: S_{18} = 21.412,31 / R= 1.000,00 / n = 18 m

$S_n = R \cdot S_{n\rceil i} \Rightarrow S_{18} = R \cdot S_{18\rceil i} \Rightarrow 21412{,}31 = 1000 \cdot S_{18\rceil i}$

$S_{18\rceil i} = \frac{21412{,}31}{1000} = 21{,}41231 \Rightarrow i = 2\%$a.m.

$(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12} = (1{,}02)^{12} \Rightarrow 1 + i_a = 1{,}26824$

$i_a = 1{,}26824 - 1 = 0{,}26824 =$ **26,82%a.a. (E)**

08. (ACE/2002) Um contrato prevê que aplicações iguais sejam feitas mensalmente em uma conta durante 12 meses com o objetivo de atingir o montante de R$ 100.000,00 ao fim deste prazo. Quanto deve ser aplicado ao fim de cada mês, considerando rendimentos de juros compostos de 2% ao mês?

A) R$ 7.455,96 B) R$ 7.600,00 C) R$ 7.982,12
D) R$ 8.270,45 E) R$ 9.000,00

Resolução: S_{12} =100.000,00 / n = 12 / i = 2%a.m.

$S_n = R\left[\frac{(1 + i)^{n} - 1}{i}\right] \Rightarrow 100000 = R\left[\frac{(1{,}02)^{12} - 1}{0{,}02}\right]$

$100000 = R \cdot \frac{0{,}26824}{0{,}02} \Rightarrow 100000 = R \cdot 13{,}412$

$R = \frac{100000}{13{,}412} \Rightarrow$ **R = R$ 7.456,00 (A)**

$S_{12} = R \cdot S_{n\rceil i} \Rightarrow 100000 = R \cdot S_{12\rceil 2} \Rightarrow R = \frac{100000}{13{,}41209}$

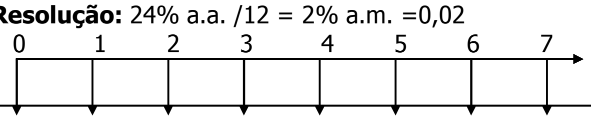
R= 7.455,96 (A)

09. (BB 2006) Um investidor realiza depósito no início de cada mês, durante 8 meses, em um banco que remunera os depósitos de seus clientes a uma taxa de juros nominal de 24% a.a., com capitalização mensal. Os valores dos 4 primeiros depósitos foram de R$ 1.000,00 cada um e dos 4 últimos R$ 1.250,00 cada um. No momento em que ele efetua o oitavo depósito, verifica que o montante que possue no banco é M, em reais:

Fator de acumulação de capital de uma série de pagamentos (taxa de juros compostos de 2% ao período)	
1	1,00
2	2,02
3	3,06
4	4,12
5	5,20
6	6,31
7	7,43
8	8,58

A) 10.300 < M D) 9.700 < M ≤ 9.900
B) 10.100 < M ≤ 10.300 E) 9.500 < M ≤ 9.700
C) 9.900 < M ≤ 10.100

Resolução: 24% a.a. /12 = 2% a.m. =0,02



1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
250 250 250 250

$S = R \cdot S_{n+1\rceil i}$

Renda A

$R_A = 1000$ / $i = 0,02$ / $n = 7$ / $n+1 = 8$

$S_A = R_A \cdot S_{8\rceil 2} = 1000 \cdot 8,58 = 8.580,00$

Renda B

$R_B = 250$ / $i = 0,02$ / $n = 3$ / $n+1 = 4$

$S_B = R_{AB} \cdot S_{4\rceil 2} = 250 \cdot 4,12 = 1.030,00$

M **=** 8580 +1030 ⇒ **M = R$ 9610,00 (E)**

10. (AFTN) Uma compra no valor de R$ 10.000,00 deve ser paga com uma entrada de 20% e o saldo devedor financiado em doze prestações mensais e iguais, vencendo a primeira prestação ao fim de um mês, a uma taxa de 4% ao mês. Considerando que este sistema de amortização corresponde a uma anuidade ou renda certa, em que o valor atual da anuidade corresponde ao saldo devedor e que os termos da anuidade correspondem às prestações, calcule a prestação mensal, desprezando os centavos:

A) R$ 1.065,00 B) R$ 986,00 C) R$ 923,00
D) R$ 900,00 E) R$ 852,00

Resolução: Entrada = 10000 . 0,2 = 2000
Financiamento = 10000 – 2000 = 8000
n = 12 / i = 4% a.m. = 0,04

1º. Cálculo de S_{12}: $S_{12} = F \cdot (1 + i)^{12}$

$S_{12} = 8000 \cdot (1,04)^{12} = 8000 \cdot 1,60103 \Rightarrow S_{12} = 12.808,24$

2º. Cálculo da prestação R:

$S_n = R\left[\dfrac{(1 + i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow 12808,24 = R\left[\dfrac{(1,04)^{12} - 1}{0,04}\right]$

$12808,24 = R \cdot \dfrac{0,60103}{0,04} \Rightarrow 12808,24 = R \cdot 15,02575$

$R = \dfrac{12808,24}{15,02575} \Rightarrow$ **R = R$ 852,42 (E)**

$S_n = R \cdot S_{n\rceil i} \Rightarrow 12808,24 = R \cdot S_{12\rceil 4} \Rightarrow R = \dfrac{12808,24}{15,02581}$

R= R$ 852,42 (E)

11. (TCM – RJ) Uma pessoa deseja adquirir um veículo, cujo valor à vista é de R$ 40.000,00, por meio de uma operação de Leasing Financeiro. Admita, hipoteticamente, que a operação foi contratada a juros efetivos de 2% ao mês e que o contrato especifica o pagamento de uma entrada de 20% mais vinte prestações iguais e consecutivas, sendo a primeira para trinta dias. O valor da prestação estará entre:

A) R$ 1.600,00 e R$ 1.650,00 D) R$ 1.950,00 e R$ 2.000,00
B) R$ 1.700,00 e R$ 1.750,00 E) R$ 2.050,00 e R$ 2.100,00
C) R$ 1.800,00 e R$ 1.850,00

Resolução: Entrada = 40000 . 0,2 = 8000
Financiamento = 40000 – 8000 = 32000
n = 20 / i = 2% a.m. = 0,02

1º. Cálculo de S_{20}:

$S_{20} = F \cdot (1 + i)^{20} = 32000 \cdot (1,02)^{20} = 32000 \cdot 1,48595$

$S_{20} = 47.550,40$

2º. Cálculo da prestação R:

$S_n = R\left[\dfrac{(1 + i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow 47550,40 = R\left[\dfrac{(1,02)^{20} - 1}{0,02}\right]$

$47550,40 = R \cdot \dfrac{0,48595}{0,02} \Rightarrow 47550,40 = R \cdot 24,2975$

$R = \dfrac{47550,40}{24,2975} \Rightarrow$ **R = R$ 1.957,00 (D)**

$S_n = R \cdot S_{n\rceil i} \Rightarrow 47550,40 = R \cdot S_{6\rceil 10} \Rightarrow R = \dfrac{47550,40}{24,29737}$

R= R$ 1.957,02 (D)

12. (TCM – RJ) Uma compra foi paga com cinco cheques pré-datados no valor de R$ 5.000,00 cada, com vencimentos mensais e consecutivos, o primeiro na data da compra. Qual o valor da compra se a taxa de juros efetiva composta cobrada pelo financiamento é de 3% a.m.?

A) R$ 19.275,25 B) R$ 21.432,50 C) R$ 22.575,00
D) R$ 23.585,50 E) R$ 27.000,00

Resolução: n= 4 / i = 3% a.m.= 0,03

C
0 1 2 3 4
Ent 5000 5000 5000 5000

$S_n = R\left[\dfrac{(1 + i)^n - 1}{i}\right] = 5000\left[\dfrac{(1,03)^4 - 1}{0,03}\right] = 5000 \cdot \dfrac{0,12551}{0,03}$

$S_4 = 5000 \cdot 4,18366 \Rightarrow S_4 = 20.918,30$ (descapitalizar)

$S_4 = R \cdot S_{4\rceil 3} = 5000 \cdot 4,18363 = 20.918,15$

$S_0 = \dfrac{20918,30}{(1,03)^4} \Rightarrow S_0 = \dfrac{20918,30}{1,12551} \Rightarrow S_0 = 18.585,61$

C **=** 18.585,61 + (ent 5.000) ⇒ **C = 23.585,61 (D)**

13. (CVM) Depositando R$ 20.000,00 no início de cada ano, durante 10 anos, à taxa de juros compostos de 10% ao ano, obtém-se, na data do último depósito, um montante igual ao gerado por uma aplicação de valor único feita no início do primeiro ano à taxa de juros compostos de 25% ao ano, durante doze meses. Desprezando-se os centavos, o valor da aplicação de valor único é de:

A) R$ 212.272,00 B) R$ 231.816,00 C) R$ 254.998,00
D) R$ 271.590,00 E) R$ 289.770,00

Resolução:

S
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
20000... 20000... 20000... 20000... 20000... 20000...

1º. Cálculo de S:

R = 20.000,00/ i = 10%a.a./ n=9a / n+1=10

$S_n = R\left[\dfrac{(1 + i)^{n+1} - 1}{i}\right] = 20000\left[\dfrac{(1,1)^{10} - 1}{0,1}\right] = 20000 \cdot \dfrac{1,59374}{0,1}$

$S_9 = 20000 \cdot 15,9374 \Rightarrow S_9 = 318.748,00$

$S_9 = R \cdot S_{n+1\rceil i} \Rightarrow S = R \cdot S_{10\rceil 10} \Rightarrow S = 20000 \cdot 15,93742$

$S_9 = 318.748,40$

2º Cálculo da aplicação única:

M = 318.748,40 / i = 25%a.a./ n= 12 m = 1 ano

$M = C(1 + i)^n \Rightarrow 318748,40 = C \cdot (1,25)^1$

$C = \dfrac{318748,00}{1,25} \Rightarrow$ **C= 254.998,40 (C)**

14. (AN.ORC.) Uma dívida, no valor de R$ 9.159,40, vai ser paga em 5 prestações mensais iguais e consecutivas, a primeira delas vencendo ao completar 3 meses da data do contrato. Os juros são compostos, à taxa de 3%a.m. O valor de cada uma das prestações deve ser:

A) R$ 1.793,77 B) R$ 2.121,80 C) R$ 2.185,45
D) R$ 2.251,00 E) R$ 2.612,76

Resolução:

0 1 2 3 4 5 6 7
R R R R R

1º. Cálculo de S_7: $S_0 = 9.159,40$ / n = 7 m / i = 3% a.m.

$S_7 = S_0 (1 + i)^7 = 9159,40 \cdot (1,03)^7 = 9159,40 \cdot 1,22987$

$S_7 = 11.264,87$

2º. Cálculo da prestação R:

S_7= 11.264,87 / n = 5 m / i = 3% a.m. = 0,03

$$S_n = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow 11264,87 = R\left[\frac{(1,03)^5 - 1}{0,03}\right]$$

$$11264,87 = R \cdot \frac{0,15927}{0,03} \Rightarrow 11264,87 = R \cdot 5,309$$

$R = \dfrac{11264,87}{5,309} \Rightarrow$ **R = R$ 2.121,84 (B)**

$S_n = R \cdot S_{\overline{n}|i} \Rightarrow 112864,87 = R \cdot S_{\overline{5}|3} \Rightarrow R = \dfrac{11264,87}{5,30914}$

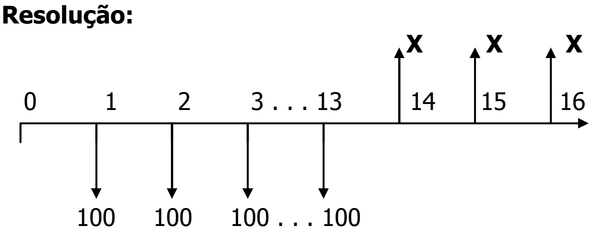
R= R$ 2.121,79 (B)

15. (CONTADOR-RJ) Uma pessoa pretende depositar R$ 100,00 todo final de mês durante 13 meses em uma aplicação financeira que rende juros efetivos de 4% ao mês. Se o montante das aplicações for resgatado por meio de três saques mensais iguais e consecutivos, o primeiro um mês depois do último depósito, o valor de cada saque será igual a:

$(1 + i)^n$ (taxa de juros compostos de 4% ao período)			
1	1,04	9	1,42
2	1,08	10	1,48
3	1,12	11	1,53
4	1,16	12	1,60
5	1,21	13	1,66
6	1,26	14	1,73
7	1,31	15	1,80
8	1,36	16	1,87

A) R$ 544,00 B) R$ 554,00 C) R$ 578,00
D) R$ 616,00 E) R$ 698,00

Resolução:



1º. Cálculo de S_{13}: n = 13 m / i = 4% a.m. = 0,04

$$S_n = R\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}\right] = 100\left[\frac{(1,04)^{13} - 1}{0,04}\right] = 100 \cdot \frac{0,66}{0,04}$$

$S_{13} = 100 \cdot 16,5 \Rightarrow S_{13} = 1.650,00$

2º. Cálculo de S_{16}:

$S_{16} = S_{13} \cdot (1+i)^3 = 1650 \cdot (1,04)^3 = 1650 \cdot 1,12 = 1848,00$

3º. Cálculo do saque X:

S_{16}= 1848 / n = 3 m / i = 4% a.m. = 0,04

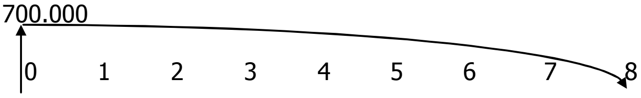
$$S_n = X\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow 1848 = X\left[\frac{(1,04)^3 - 1}{0,04}\right]$$

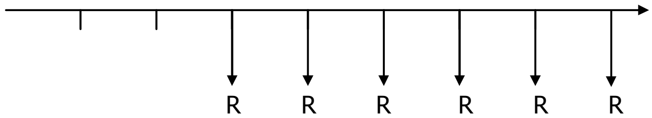
$1848 = X \cdot \dfrac{0,12}{0,04} \Rightarrow 1848 = X \cdot 3 \Rightarrow R = \dfrac{1848}{3} \Rightarrow$ **X = 616,00 (D)**

16. (ESAF) Um agricultor recebeu R$ 700.000,00 de empréstimo deverá devolvê-lo em seis prestações semestrais, iguais consecutivas à taxa nominal de 20% a.a. Calcular o valor das prestações, sabendo-se que a primeira prestação será paga no final do 18° mês após ter contraído o empréstimo (desprezar os centavos no resultado final)

A) R$ 171. 670,00 B) R$ 194.477,00 C) R$ 239.034,00
D) R$ 278.670,00 E) R$ 328.831,00

Resolução: i = 20% a.a. = 10% a.s. = 0,1





1º. Cálculo de S_8: (n = 8 semestres)

$S_8 = 700000 \cdot (1,1)^8 = 700000 \cdot 2,14359 = 1500513$

2º. Cálculo das prestações:

S_8= 1500513 / n = 6 s / i = 10% a.s. = 0,1

$$S_n = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow 1500513 = R\left[\frac{(1,1)^6 - 1}{0,1}\right]$$

$$1500513 = R \cdot \frac{0,77156}{0,1} \Rightarrow 1500513 = R \cdot 7,7156$$

$R = \dfrac{1500513}{7,7156} \Rightarrow$ **R = R$ 194.477,81 (B)**

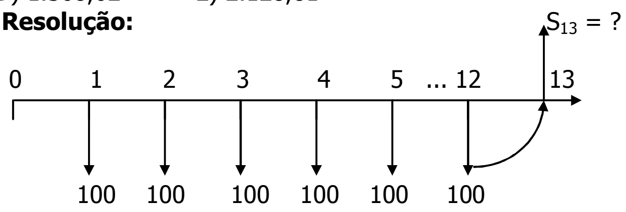
$S = R \cdot S_{\overline{6}|10} \Rightarrow 1500513 = R \cdot 7,71561 \Rightarrow R = \dfrac{1500513}{7,71561}$

R= R$194.477,55 (B)

17 (CEF/2008) Um investimento consiste na realização de 12 depósitos mensais de R$ 100,00, sendo o primeiro deles feito um mês após o início da transação. O montante será resgatado um mês após o último depósito. Se a taxa de remuneração do investimento é de 2% ao mês, no regime de juros compostos, o valor do resgate, em reais, será:

A) 1.200,00 B) 1.224,00 C) 1.241,21
D) 1.368,02 E) 2.128,81

Resolução:



$$S_{12} = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = 100\left[\frac{(1,02)^{12} - 1}{0,02}\right] = 100 \cdot \frac{0,26824}{0,02}$$

$S_{12} = 100 \cdot 13,412 = 1341,20$

$S_{12} = R \cdot S_{\overline{n}|i} \Rightarrow S_{12} = R \cdot S_{\overline{12}|2} \Rightarrow S = 100 \cdot 13,41209$

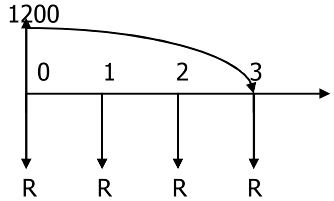
$S_{12} = 1341,20$

$\mathbf{S_{13}}$ = 1341,21 . 1,02 = **1.368,02 (D)**

18. (AFP) Uma loja de eletrodomésticos oferece um televisor por R$ 1.200,00 à vista ou em 4 pagamentos mensais e iguais, sendo o primeiro de entrada. Sabendo-se que a taxa de juros adotada pela loja é de 25% ao mês, qual o valor de cada prestação mensal?

A) R$ 300,00 B) R$ 350,30 C) R$ 406,50
D) R$ 508,80 E) R$ 605,10

Resolução:



Cálculo de S_3:

$S_3 = 1200(1,25)^3$

$S_3 = 1200 \cdot 1,95313$

$S_3 = 2343,76$

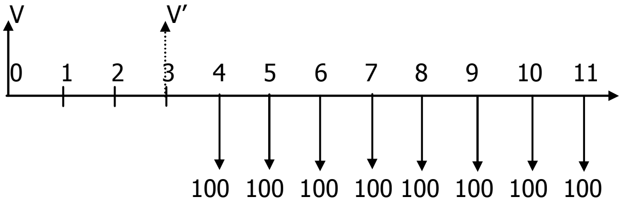
Cálculo de R:

$$S_3 = R\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}\right] \Rightarrow 2343,76 = R\left[\frac{(1,25)^4 - 1}{0,25}\right]$$

$$2343,76 = R \cdot \frac{1,44141}{0,25} \Rightarrow 2343,76 = R \cdot 5,76564$$

$R = \dfrac{2343,76}{5,76564} \Rightarrow$ **R = R$ 406.50 (C)**

19. Uma máquina foi comprada mediante 8 pagamentos mensais iguais de R$ 100,00 a uma taxa de juros de 5% a.m. Sabendo-se que a primeira prestação será paga 4 meses após a compra, o valor da máquina à vista era de:
A) R$ 558,32 B) R$ 580,50 C) R$ 605,10
D) R$ 650,40 E) R$ 710,20
Resolução:

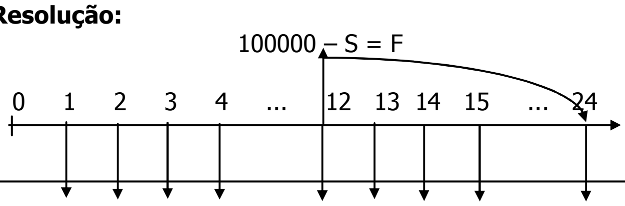


1º. Cálculo de S_{11}: n = 8 / i = 5% a.m. = 0,05
$S_{11} = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow S_{11} = 100\left[\frac{(1,05)^8 - 1}{0,05}\right]$
$S_{11} = 100 \cdot \frac{0,47746}{0,05} \Rightarrow S_{11} = 100 \cdot 9,5492 \Rightarrow S_{11} = 954,92$
$S_{11} = R \cdot S_{n\rceil i} = R \cdot S_{8\rceil 5} = 100 \cdot 9,54911 = 954,91$
2º. Cálculo de V: n = 11 / i = 5% a.m. = 0,05
$V = \frac{S_{11}}{(1,05)^{11}} = \frac{954,92}{1,71034} \Rightarrow$ **V = 558,32**

20. (CESPE – Petrobrás) Um indivíduo aplica mensalmente a quantia de R$ 100,00 em uma aplicação financeira que oferece uma taxa nominal de juros compostos de 12% ao ano, com capitalização mensal. Supondo que esse indivíduo não faça nenhuma retirada dessa aplicação e utilizando a aproximação $(1,01)^{72} = 2$ é correto concluir que, a partir da data do primeiro depósito, o número mínimo de anos necessários para que o montante acumulado nessa aplicação seja de pelo menos R$ 30.000,00 será igual a:
A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 25

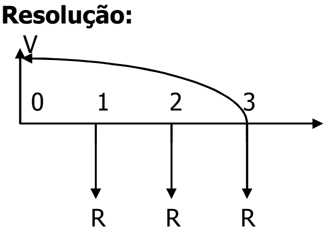
Resolução:
i = 12% a.a. = 1% a.m. = 0,01
$S = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow 30000 = 100\left[\frac{(1,01)^n - 1}{0,01}\right]$
$\frac{30000 \cdot 0,01}{100} = (1,01)^n - 1 \Rightarrow 3 = (1,01)^n - 1$
$(1,01)^n = 3 + 1 \Rightarrow (1,01)^n = 4 \Rightarrow (1,01)^n = 2 \cdot 2$
$(1,01)^n = (1,01)^{72} \cdot (1,01)^{72} \Rightarrow (1,01)^n = (1,01)^{144}$
n = 144 meses ÷ 12 ⇒ **n = 12 anos (B)**

21. (ACE 98) Um indivíduo deseja obter R$ 100.000,00 para comprar um apartamento ao fim de um ano. Para isso, fez um contrato com um banco em que se compromete a depositar mensalmente, durante um ano, a quantia de R$ 3.523,10, com rendimento acertado de 3% ao mês, iniciando o primeiro depósito ao fim do primeiro mês. Transcorrido um ano, o banco se compromete a financiar o saldo restante dos R$ 100.000,00 à taxa de 4% ao mês, em doze parcelas mensais iguais, vencendo a primeira ao fim de trinta dias. Qual a prestação mensal desse financiamento, sem considerar os centavos?
A) R$ 4.436,00 B) R$ 4.728,00 C) R$ 5.014,00
D) R$ 5.023,00 E) R$ 5.327,00
Resolução:



3523,10 3523,10 3523,10 R R R R
1º. Cálculo de S: n= 12 , i = 0,03
$S = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow S = 3523,10\left[\frac{(1,03)^{12} - 1}{0,03}\right]$
$S = 3523,10\left[\frac{1,42576 - 1}{0,03}\right] \Rightarrow S = 3523,10 \cdot 14,192$
$S = 49.999,83 \Rightarrow S \cong 50.000,00$
Valor do financiamento = 100.000 – 50.000 = 50.000
2º. Capitalizar o financiamento:
Transportar da data 12 para a data 24 (n = 12m / i = 0,04)
$F_{24} = 50000 \cdot (1,04)^{12} = 50000 \cdot 1,60103 \Rightarrow F_{24} = 80.051,15$
3º Cálculo das prestações do Financiamento:
O Financiamento na data 24 será a nova renda S_{24}
$S = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow 80051,15 = R\left[\frac{(1,04)^{12} - 1}{0,04}\right]$
$80051,15 = R \cdot \frac{0,60103}{0,04} \Rightarrow 80051,15 = R \cdot 15,02575$
$R = \frac{80051,15}{15,02575} \Rightarrow$ **R = R$ 5.327,00(E)**

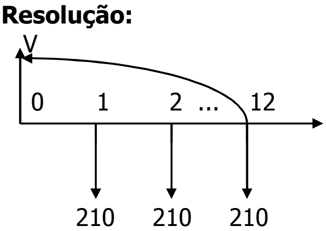
22. (AFR/SP) Um bem foi adquirido através de um plano sem entrada em três prestações mensais, iguais e consecutivas de R$ 300,00 cada uma, sendo a primeira a trinta dias da data da celebração do contrato. Admitindo-se uma taxa de 4% ao mês e capitalização composta, o valor desse bem na data do contrato é:
A) R$ 544,07 B) R$ 565,83 C) R$ 800,10
D) R$ 832,53 E) R$ 936,45
Resolução:



Cálculo de S_3:
$S_3 = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$
$S_3 = 300\left[\frac{(1,04)^3 - 1}{0,04}\right]$
$S_3 = 300 \cdot 0,12486/0,04$
$S_3 = 300 \cdot 3,1215$
$S_3 = 936,45$

Cálculo de V:
$V = \frac{S_3}{(1,04)^3} \Rightarrow V = \frac{936,45}{1,12486} \Rightarrow$ **V = R$ 832,50 (D)**

23. Uma pessoa faz uma compra financiada em doze prestações mensais e iguais de R$ 210,00. Considerando que o financiamento equivale a uma anuidade a uma taxa de juros compostos de 4% ao mês e que a primeira prestação vence um mês depois de efetuada a compra, o valor financiado, desprezando os centavos era de:
A) R$ 3.155,00 B) R$ 2.048,00 C) R$ 1.970,00
D) R$ 2.530,00 E) R$ 2.423,00
Resolução:



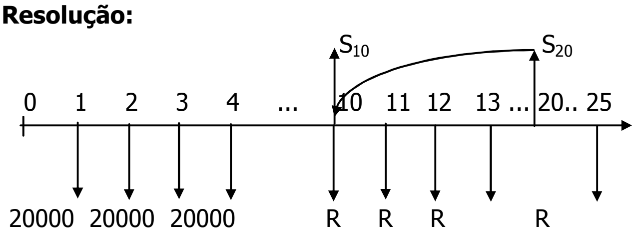
Cálculo de S:
$S_{12} = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$
$S_{12} = 210\left[\frac{(1,04)^{12} - 1}{0,04}\right]$
$S_{12} = 210 \cdot 0,60103/0,04$
$S_{12} = 210 \cdot 15,02575$
$S_{12} = 3.155,40$
Cálculo de V:
$V = \frac{S_{12}}{(1,04)^{12}} \Rightarrow V = \frac{3155,40}{1,60103} \Rightarrow$ **V = R$ 1.970,09 (C)**

24. (AFRF 2002) Uma empresa recebe um financiamento para pagar por meio de uma anuidade postecipada constituída por vinte prestações semestrais iguais no valor de R$ 20.000,00 cada. Imediatamente após o pagamento da décima prestação, por estar em dificuldades financeiras, a empresa consegue com o financiador uma redução da taxa de juros de 15% para 12% ao semestre e um aumento no prazo restante da anuidade de dez para quinze semestres. Qual o valor mais próximo da nova prestação do financiamento?

A) R$ 13.698,00 B) R$ 14.737,00 C) R$ 15.134,00
D) R$ 16.591,00 E) R$ 18.243,00

Fatores de acumulação de capital $(1 + i)^n$	
$(1,12)^{10} = 3,10585$	$(1,15)^{10} = 4,04556$
$(1,12)^{15} = 5,47357$	$(1,15)^{10} = 8,13706$
$(1,12)^{20} = 9,64629$	$(1,15)^{10} = 16,36654$
$(1,12)^{25} = 17,0000$	$(1,15)^{10} = 32,91895$

Resolução:



1º. Cálculo do Valor total da dívida no 20° semestre:

n= 20 , i = 0,15

$S_n = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow S_{20} = 20000\left[\frac{(1,15)^{20} - 1}{0,15}\right]$

$S_{20} = 20000 \cdot \frac{15,36654}{0,15} \Rightarrow S_{20} = 20000 \cdot 102,4436$

$S_{20} = 2.048.872,00$

Transportar da data 20 para a data 10 (descapitalizar)

$D_{10} = \frac{2048872}{(1,15)^{10}} = \frac{2048872}{4,04556} = 506.449,53$

2º. Cálculo do valor pago até o 10° semestre:

n= 10 , i = 0,15

$S_n = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow S_{10} = 20000\left[\frac{(1,15)^{10} - 1}{0,15}\right]$

$S_{10} = 20000 \cdot \frac{3,04556}{0,15} \Rightarrow S_{10} = 20000 \cdot 20,30373$

$S_{10} = 406.074,40$

3º. Saldo devedor no 10° semestre:

Sd = 506449,53 – 406074,40 = 100.375,13

Transportar da data 10 para a data 25 (n = 15m / i = 0,12)

$Sd_{25} = 100375,13 \cdot (1,12)^{15} = 100375,13 \cdot 5,47357$

$Sd_{25} = 549.410,30$

4º Cálculo das novas prestações do Financiamento:

O saldo devedor na data 25 será a nova renda S_{25}

$S = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow 549410,30 = R\left[\frac{(1,12)^{15} - 1}{0,12}\right]$

$549410,30 = R\ \frac{4,47357}{0,12} \Rightarrow 549410,30 = R \cdot 37,27975$

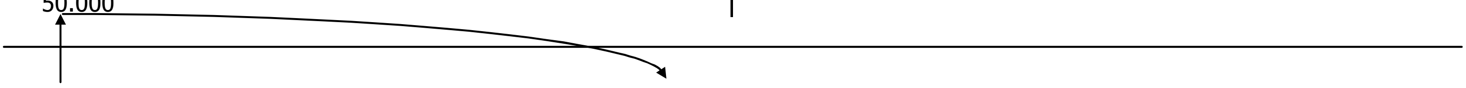
$R = \frac{549410,30}{37,27975} \Rightarrow$ **R = R$ 14.737,50(B)**

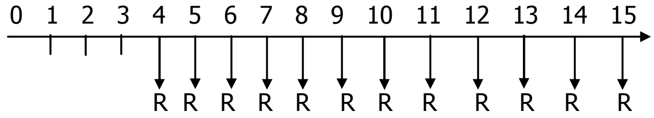
25. (TCE-PI) Uma operação de financiamento de capital de giro no valor de R$ 50.000,00 deverá ser liquidada em 12 prestações mensais e iguais com carência de quatro meses, ou seja, o primeiro pagamento só será efetuado ao final do quarto mês. Sabendo que foi contratada uma taxa de 4% ao mês, então o valor de cada uma das prestações será igual a:

A) R$ 5.856,23 B) R$ 5.992,86 C) R$ 6.230,00
D) R$ 6.540,00 E) R$ 7.200,00

Resolução:

50.000





1º. Cálculo de S_{15}: (n = 15 meses)

$S_{15} = 50000 \cdot (1,04)^{15} = 50000 \cdot 1,80094 = 90047$

2º. Cálculo das prestações: S_{15}= 90047 /n = 12/ i = 0,04

$S_n = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow 90047 = R\left[\frac{(1,04)^{12} - 1}{0,04}\right]$

$90047 = R \cdot \frac{0,60103}{0,04} \Rightarrow 90047 = R \cdot 15,02575$

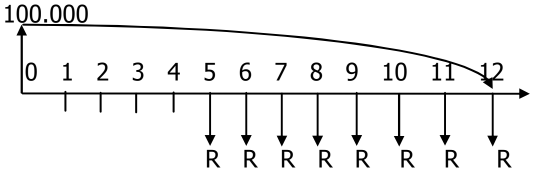
$R = \frac{90047}{15,02575} \Rightarrow$ **R = R$ 5.992,84 (B)**

26. (ATM-Recife) Um financiamento no valor de R$ 100.000,00 é obtido a uma taxa nominal de 12% ao ano para ser amortizado em oito prestações semestrais e iguais, vencendo a primeira prestação seis meses após o fim de um período de carência de dois anos de duração, no qual os juros devidos não são pagos mês, se acumulam ao saldo devedor. Calcule a prestação semestral do financiamento, desprezando os centavos:

A) R$ 20.330,00 B) R$ 18.093,00 C) R$ 16.104,00
D) R$ 15.431,00 E) R$ 14.000,00

Resolução: 12% ao ano÷ 2 = 6% ao semestre.

100.000



1º. Cálculo de S_{12}: (n = 12 semestres)

$S_{12} = 100000 \cdot (1,06)^{12} = 100000 \cdot 2,01220 = 201.220$

2º. Cálculo das prestações: S_{12}= 90047 / n = 8 / i = 0,06

$S_n = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow 201220 = R\left[\frac{(1,06)^{8} - 1}{0,06}\right]$

$201220 = R \cdot \frac{0,59385}{0,06} \Rightarrow 201220 = R \cdot 9,8975$

$R = \frac{201220}{9,8975} \Rightarrow$ **R = R$ 20.330,00 (A)**

SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

1. AMORTIZAÇÃO

Considere uma dívida que deve ser paga em prestações periódicas e com vencimentos ao fim de cada período.

Quando a dívida vai sendo paga, dizemos que ela está sendo amortizada.

Amortização de uma dívida, portanto, é o processo de extinção progressiva da dívida através de prestações que deverão ser pagas periodicamente.

As prestações devem ser suficientes para restituir o capital financiado bem como pagar os **juros** originados pelo financiamento do capital. Admitiremos sempre que os juros tenham taxa constante e sejam calculados, a cada período, somente sobre o **saldo devedor** (saldo da dívida). Assim, os juros relativos a um determinado período, quando não pagos, serão acrescidos ao saldo devedor.

Os diferentes critérios utilizados para a composição dos valores das parcelas são chamados de **sistemas de amortização.**

Ao estudarmos um sistema de amortização, é útil considerarmos cada prestação como sendo o resultado da soma de duas partes componentes básicas: **juro** e **cota de amortização.**

Valor da prestação = juro + cota de amortização

2. TIPOS DE SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO

Dentre os diversos sistemas de amortização conhecidos destacaremos três, todos com prestações periódicas:

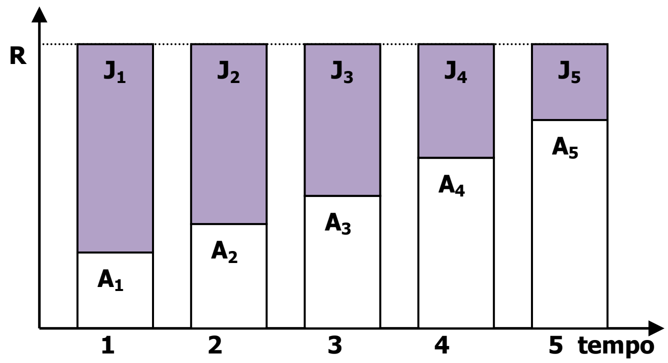
2.1. SISTEMA FRANCÊS OU PRICE (prestações fixas)

O Sistema Francês, mais conhecido como Price, apresenta as seguintes características:

- O valor da prestação **R** é constante e periódico, podendo ser obtido pela fórmula abaixo, onde **P** é o valor financiado (principal).

$$R = P \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

- O juro pago em uma dada prestação é sempre calculado sobre o saldo devedor do período imediatamente anterior, sendo menor a cada nova prestação.
- A cota de amortização, em uma dada prestação, é sempre igual à diferença entre o valor da prestação e o juro pago na mesma, sendo maior a cada nova prestação.



- O valor da expressão que calcula **R** em função de **P** pode ser encontrado pronto, para cada taxa **i** e cada quantidade **n** de períodos, na chamada tabela Price (anexo), sendo freqüentemente indicado pela expressão $1/a_{\overline{n}|i}$ (**fator de valor atual para uma série de pagamentos**).

$$R = P \cdot \frac{1}{a_{\overline{n}|i}}$$

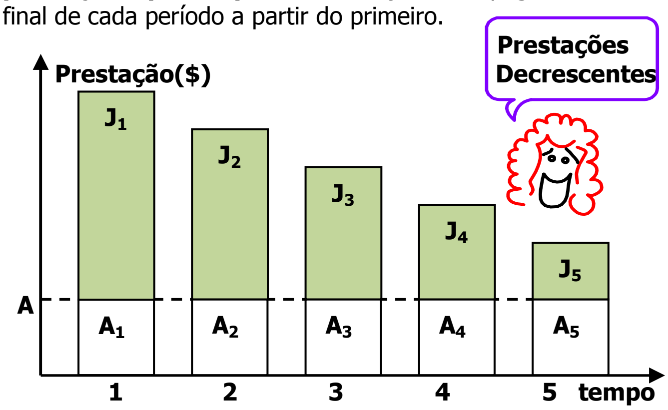
- Os valores da tabela Price admitem sempre que as prestações são **postecipadas** (paga no fim de cada período)

2.2. SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE (SAC)

No sistema de amortização constante, **a cota de amortização é constante** em todas as prestações e o juro pago em cada uma das prestações corresponde ao total do juro sobre o saldo devedor do período anterior.

Como o saldo devedor decresce a cada período, o valor do juro vai ficando menor a cada **prestação** que, assim **apresentará valores decrescentes**.

Admitiremos em nosso estudo somente o caso de **prestações postecipadas**, ou seja, com pagamentos ao final de cada período a partir do primeiro.



a) Cálculo da Cota de Amortização

Como a cota de amortização **A** é constante, podemos obtê-la dividindo o valor financiado **P** pelo número de prestações do financiamento **n**.

$$A = \frac{P}{n}$$

b) Cálculo do Saldo Devedor

Ao pagarmos **k** prestações pelo SAC, teremos amortizado **k** cotas de amortização, restando **n – k** cotas de saldo.

Desta forma, o saldo devedor imediatamente após o pagamento da prestação de número **k** será:

$$SD_k = (n - k) \cdot A$$

Como $A = \frac{P}{n}$ podemos escrever:

$$SD_k = \frac{n-k}{n} \cdot P$$

c) Cálculo do Juro

Como já vimos anteriormente, a componente de juro em cada uma das prestações corresponde ao total do juro calculado sobre o saldo devedor do **período anterior**.

Assim, o valor **Jk** do juro pago na prestação de número **k** será calculado sobre o saldo devedor imediatamente após o pagamento da prestação de número **k – 1.**

Sendo **i** a taxa de juro ao período, teremos:

$$J_k = i \cdot SD_{k-1}$$

2.3. SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO MISTO (SAM)

Neste sistema, cada uma das prestações é a média aritmética das prestações correspondentes calculadas pelo Sistema Price e SAC.

O juro pago em cada prestação corresponde ao total do juro sobre o saldo devedor do período anterior. Em conseqüência, tanto a componente do juro quanto a da cota de amortização de uma dada parcela serão também as médias aritméticas dos valores correspondentes pelos sistemas Price e SAC.

TESTES – SIST. DE AMORTIZAÇÃO

01. Um televisor que custa R$ 600,00 deve ser financiado em 6 pagamentos mensais e iguais, à taxa composta de 8% ao mês, com a primeira parcela vencendo somente um mês após a compra. Qual será o valor da prestação deste financiamento?

A) R$ 125,25 B) R$ 127, 34 C) R$ 129,79

D) R$ 130,50 E) R$ 133,45

Resolução: P = R$ 600,00 / i = 8%a.m. / n = 6 meses

$R = P \cdot \frac{1}{a_{n\rceil i}} = P \cdot \frac{1}{a_{6\rceil 8}} = 600 \cdot 0{,}21632 =$ **R$ 129,79 (C)**

OBS: Algumas vezes são fornecidos somente os valores de $a_{n\rceil i}$ que é o fator que nos dá o **valor atual** (valor financiado) para usá-lo corretamente é necessário usar o seu inverso.

$P = a_{n\rceil i} \cdot R \Rightarrow P = a_{6\rceil 8} \cdot R \Rightarrow 600 = 4{,}62288 \cdot R$

$R = \frac{600}{4{,}62288} \Rightarrow$ **R= 129,79 (C)**

OBS: Algumas vezes são fornecidos somente os valores de $(1 + i)^n$ que é o fator que nos dá o **valor de acumulação de capital**, nesse caso, é necessário usar a fórmula:

$R = P \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 600 \cdot \frac{(1{,}08)^6 \cdot 0{,}08}{(1{,}08)^6 - 1} = 600 \cdot \frac{1{,}58687 \cdot 0{,}08}{1{,}58681 - 1}$

$R = 600 \cdot \frac{0{,}12695}{0{,}58687} = 600 \cdot 0{,}21632 \Rightarrow$ **R = R$ 129,79 (C)**

02. Um conjunto de móveis para sala de jantar está sendo vendido numa loja por R$ 3.000,00 à vista ou em 12 prestações mensais de R$ 440,28, sem entrada. Qual é a taxa mensal de juros que está sendo praticada neste financiamento?

A) 6% B) 7% C) 8% D) 9% E) 10%

Resolução: P = R$ 3000,00 / R = R$ 440,28 / n = 12 meses

$R = P \cdot \frac{1}{a_{n\rceil i}} \Rightarrow \frac{R}{P} = \frac{1}{a_{n\rceil i}} \Rightarrow \frac{1}{a_{n\rceil i}} = \frac{440{,}28}{3000} = 0{,}14676$

Como n = 12, devemos procurar na tabela Price na linha 12 o número 0,14676 e encontraremos a coluna **10% (E).**

03. (Banco Central/94) Tomou-se um empréstimo de 100 URVs, para pagamento em 10 prestações mensais sucessivas e iguais, a juros de 1% a.m., a primeira prestação sendo paga um mês após o empréstimo. O valor de cada prestação é de aproximadamente:

A) 10,8 URVs B) 10,6 URVs C) 10,4 URVs
D) 10,2 URVs E) 10,0 URVs

Resolução: P = 100 URVs / n =10 / i= 1% a.m. = 0,01

$R = P \cdot \frac{1}{a_{n\rceil i}} = 100 \cdot \frac{1}{a_{10\rceil 1}} = 100 \cdot 0{,}10558 =$ R$ 10,58 **R = 10,6 URVs(B)**

$R = P \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 100 \cdot \frac{(1{,}01)^{10} \cdot 0{,}01}{(1{,}01)^{10} - 1} = 100 \cdot \frac{1{,}10462 \cdot 0{,}01}{1{,}10462 - 1}$

$R = 100 \cdot \frac{0{,}01105}{0{,}10462} = 100 \cdot 0{,}10562 \Rightarrow$ **R=R$ 10,6 URVs (B)**

04. (ESAF) O preço de um automóvel é de R$ 50.000,00. Um comprador ofereceu R$ 20.000,00 de entrada e o pagamento do saldo restante em 12 prestações iguais mensais. A taxa de juros compostos é de 5% a.m. O valor de cada prestação, arredondando os centavos é:

A) R$ 3.685,00 B) R$ 3.585,00 C) R$ 3.185,00
D) R$ 3.385,00 E) R$ 3.085,00

Resolução: P = 50.000 – 30.000 = 20.000
n =12 / i= 5% a.m. = 0,05

$R = P \cdot \frac{1}{a_{n\rceil i}} = 30000 \cdot \frac{1}{a_{12\rceil 5}} = 30000 \cdot 0{,}11283 =$ **R$ 3.384,90 (D)**

$R = P \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 30000 \cdot \frac{(1{,}05)^{12} \cdot 0{,}01}{(1{,}05)^{12} - 1}$

$R = 30000 \cdot \frac{0{,}08980}{0{,}79586} = 30000 \cdot 0{,}11283 \Rightarrow$ **R = R$ 3.384,90 (D)**

05. Um empréstimo de R$ 5.000,00 deverá ser pago em 10 prestações mensais e consecutivas, vencendo a primeira 30 dias após a liberação do dinheiro. Considerando que o financiamento seja feito pelo Sistema de Amortização Constante a uma taxa mensal de 5%, julgue os itens:

I. O valor da cota de amortização será de R$ 500,00.
II. O valor do juro pago na 1ª prestação é de R$ 260,00.
III. O valor da primeira parcela é de R$ 750,00.

Estão corretos:

A) I e II B) II e III C) I e III D) Todos E) Nenhum

Resolução: P = R$ 5.000,00 / n = 10 / i = 5%a.m.

I) Cota de amortização$\Rightarrow A = \frac{P}{N} = \frac{5000}{10} =$ **500,00 I (V)**

II) Juro na 1ª prestação$\Rightarrow J_k = i \cdot SD_{k-1}$ (como não há nenhuma parcela paga, o saldo devedor é igual ao valor do empréstimo = 5.000,00)

$J_k = i \cdot SD_{k-1} = 0{,}05 \times 5000 =$ **250,00 II (F)**

III) Valor da primeira prestação$\Rightarrow R_1 = J_1 + A$

$R_1 = 250 + 500 =$ **750,00 III (V) (C)**

06. Um financiamento de R$ 5.000,00 pelo SAC deverá ser pago em 10 prestações mensais e consecutivas, sem carência, com juros de 5%a.m. O valor do juro pago na sétima prestação e o total dos juros pagos durante o financiamento são respectivamente:

A) R$ 120,00 e R$ 1.275,00
B) R$ 100,00 e R$ 1.375,00
C) R$ 100,00 e R$ 1.275,00
D) R$ 120,00 e R$ 1.375,00
E) R$ 100,00 e R$ 1.475,00

Resolução: P = 5.000,00 / i = 5%a.m. / A = 500,00

Juro na 7ª prestação $\Rightarrow J_7 = i \cdot SD_6$

$SD_k = (n - k) \cdot A \Rightarrow SD_6 = 10 - 6 \cdot 500 = 2.000{,}00$

$J_7 = 0{,}05 \cdot 2000 =$ **100,00**

Total dos juros pagos $\Rightarrow$

Observe que os saldos devedores, antes do pagamento de cada uma das prestações podem ser indicados em função do valor A da cota de amortização por:

10A, 9A, 8A, 7A, 6A, 5A, 4A, 3A, 2A e 1A

O valor do juro pago em cada uma das prestações é calculado sobre o saldo devedor correspondente, à taxa de 5%. Então o total de juros pagos ao longo de todo o financiamento é:

$J_{tot} = 0{,}05 \times 10A + 0{,}05 \times 9A + 0{,}05 \times 8A + ... + 0{,}05 \times 1A$

Colocando os fatores 0,05 e A em evidência, têm-se:

$J_{tot} = 0{,}05 \times A \, \underbrace{(10 + 9 + 8 + ... + 1)}_{\text{Termos em PA}}$

$\mathbf{J_{tot}} = 0{,}05 \times A \times 55 = 0{,}05 \times 500 \times 55 =$ **1.375,00 (B)**

07. Um empréstimo de R$ 10.000,00 deverá ser pago em 10 prestações pelo SAM, com juros de 3% a.m. Qual será o valor da 7ª prestação?(Dados: $\frac{1}{a_{10\rceil 3}} = 0{,}11723$)

A) R$ 1.154,30 B) R$ 1.132,50 C) R$ 1.120,00
D) R$ 1.146,15 E) R$ 1.172,30

Resolução: P = 10000/i = 3%a.m.= 0,03 / n = 10

1º. Cálculo da prestação Price

$R = P \cdot \frac{1}{a_{n\rceil i}} = 10000 \cdot \frac{1}{a_{10\rceil 3}} = 1000 \cdot 0{,}11723 =$ R$ 1.172,30

2º. Cálculo 7ª prestação SAC ($R_7 = J_7 + A$)

$A = \frac{P}{n} = \frac{10000}{10} = 1.000{,}00$

$J_7 = i \cdot SD_6 = i \cdot 4A = 0{,}03 \times 4 \times 1000 = 120{,}00$

$R_7 = J_7 + A = 120 + 1000 =$ R$ 1.120,00

3º. Cálculo da 7ª prestação SAM

$R_7 = \frac{1.172,30 + 1.120,00}{2}$ = **R$ 1.146,15 (D)**

08. (ESAF) Uma TV é vendida por R$ 4.000,00 à vista ou financiada em 5 prestações iguais, sem entrada. A taxa de juros é de 24% a.a., utilizando-se a tabela "Price". A 1ª prestação vence 1 mês após a compra. O valor da prestação, desprezados os centavos, e a taxa efetiva de juros cobrada, em termos anuais, é respectivamente:

A) R$ 848,00 e 24,8%
B) R$ 858,00 e 26,8%
C) R$ 878,00 e 26,8%
D) R$ 848,00 e 26,8%
E) R$ 858,00 e 24,8%

Resolução: P = 4.000 / n = 5 m / i= 24% a.a. = 2% a.m.

<u>Valor da prestação:</u>

$R = P \cdot \frac{1}{a_{\overline{n|}i}} = 4000 \cdot \frac{1}{a_{\overline{5|}2}} = 4000 \cdot 0,21216 =$ **R$ 848,64**

$R = P \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 4000 \cdot \frac{(1,02)^5 \cdot 0,02}{(1,02)^5 - 1}$

$R = 4000 \cdot \frac{0,02208}{0,10408} = 4000 \cdot 0,21214 \Rightarrow$ **R = R$ 848,56**

<u>Taxa efetiva de juros anual:</u>

$(1 + i_a)^1 = (1 + i_m)^{12} = (1 + 0,02)^{12} = 1,02^{12} = 1,26824$

$i_a = 1,26824 - 1 = 0,26824 \Rightarrow$ **i_a = 26,8%(D)**

09. (CEF) Um industrial, pretendendo ampliar as instalações de sua empresa, solicita R$ 200.000,00 emprestados a um banco, que entrega a quantia no ato. Sabe-se que os juros serão pagos anualmente, à taxa de 10% a.a., e que o capital será amortizado em 4 parcelas anuais pelo Sistema de Amortização Constante (SAC). O valor da terceira prestação deverá ser:

A) R$ 60.000,00
B) R$ 65.000,00
C) R$ 68.000,00
D) R$ 70.000,00
E) R$ 75.000,00

Resolução: P= R$ 200.000,00 / n = 4 anos / i = 10% a.a.

$A = \frac{P}{N} = \frac{200000}{4} = 50000,00$

$SD_2 = (n - k)\,A = (4 - 2).50000 = 100.000,00$

$J_3 = i \cdot SD_2 = 0,1 \times 100000 = 10.000,00$

$R_3 = J_3 + A = 10000 + 50000 =$ **60.000,00(A)**

10. Com base nos dados da questão anterior, o valor dos juros pagos por esse empréstimo deverá totalizar a quantia de:

A) R$ 40.000,00
B) R$ 45.000,00
C) R$ 50.000,00
D) R$ 55.000,00
E) R$ 60.000,00

Resolução: A= R$ 50.000,00 i = 10% a.a.

J_{tot} = $i \times A \times S_4 = 0,1 \times 50000 \times 10 =$ **R$ 50.000,00 (C)**

11. (AFTN) Um microcomputador é vendido pelo preço à vista de R$ 2.000,00, mas pode ser financiado com 20% de entrada e a uma taxa de juros de 96% a.a., "Tabela Price". Sabendo-se que o financiamento deve ser amortizado em 5 meses, o total de juros pagos pelo comprador é de, aproximadamente:

A) R$ 403,70
B) R$ 408,24
C) R$ 410,74
D) R$ 412,90
E) R$ 420,22

Resolução: i= 96% a.a.÷ 12 = 8% a.m. / n = 5m

P = 2.000 x 0,8 = 1.600,00

$R = P \cdot \frac{1}{a_{\overline{n|}i}} = 1600 \cdot \frac{1}{a_{\overline{5|}8}} = 1600 \cdot 0,25046 =$ R$ 400,74

M = n x R = 5 x 400,74 = 2.003,70

J_{tot} = M – P = 2.003,70 – 1.600,00 = **403,70 (A)**

12. (CEF) Um empréstimo de R$ 50.000,00 deve ser devolvido em 20 prestações mensais de valores decrescentes, sendo a primeira prestação paga 30 dias após o empréstimo. Se a taxa de juros cobrada é de 2% a.m., o valor da décima prestação deverá ser de:

A) R$ 2.950,00
B) R$ 3.000,00
C) R$ 3.050,00
D) R$ 3.100,00
E) R$ 3.150,00

Resolução: P= R$ 50.000,00 / n = 20 m / i = 2% a.m.

$A = \frac{P}{N} = \frac{50000}{20} = 2500,00$

$SD_9 = (n - k)\,A = (20 - 9) \cdot 2500 = 11 \cdot 2500 = 27.500,00$

$J_{10} = i \cdot SD_9 = 0,02 \times 27500 = 550,00$

$R_{10} = J_{10} + A = 550 + 2500 =$ **3.050,00(C)**

13. Uma dívida no valor de R$ 3.600,00 foi amortizada em 8 parcelas mensais, com taxa de 4% a.m. pelo Sistema de Amortização Constante (SAC) e a primeira prestação foi paga ao completar 30 dias da data do empréstimo. O saldo devedor, logo após o pagamento da quarta prestação, era de:

A) R$ 2.260,00
B) R$ 1.350,00
C) R$ 1.500,00
D) R$ 1.750,00
E) R$ 1.800,00

Resolução: Esta dá para resolver de cabeça, após metade das prestações pagas o saldo devedor também é a metade do financiamento.

P= R$ 3.600,00 / n = 8 m / i = 4% a.m.

$A = \frac{P}{N} = \frac{3600}{8} = 450,00$

$SD_4 = (n - k)\,A = (8 - 4).450 = 4 \cdot 450 =$ **1800,00 (E)**

14. Uma pessoa paga uma entrada no valor de R$ 23,60 na compra de um equipamento, e paga mais 4 prestações mensais, iguais sucessivas no valor de R$ 14,64 cada uma. A instituição financiadora cobra uma taxa de juros de 120% a.a., capitalizados mensalmente (juros compostos). Com base nestas informações podemos afirmar que o valor que mais se aproxima do valor à vista do equipamento adquirido é:

A) R$ 70,00
B) R$ 76,83
C) R$ 86,42
D) R$ 88,00
E) R$ 95,23

Resolução: Entrada = 23,60/ R = 14,64 / n = 4 / i = 120%a.a. = 10% a.m.

$R = P \cdot \frac{1}{a_{\overline{n|}i}} \Rightarrow R = P \cdot \frac{1}{a_{\overline{4|}10}} \Rightarrow R = P \cdot 0,31547$

$P = \frac{14,64}{0,31547} = 46,41$

$R = P \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow P = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$

$P = 14,64 \cdot \frac{(1,1)^4 - 1}{(1,1)^4 \cdot 0,1} = 14,64 \cdot \frac{0,46410}{0,14641} = 14,64 \cdot 3,16987$

P = 46,41 **(A)**

Valor à vista = Entrada + financ. = 23,60 + 46,41 = **70,01**

15. O preço à vista de um computador é R$ 2.200,00. Ele pode ser comprado a prazo com uma entrada de R$ 368,12 e o restante pago em 5 parcelas mensais , iguais e consecutivas, a primeira delas vencendo ao completar 30 dias da data da compra. Se no financiamento, os juros são compostos à taxa de 3% ao mês, o valor de cada uma das prestações será:

A tabela abaixo fornece os valores de fator atual $a_{\overline{n|}i}$,à taxa de 3% a.m.

n	$a_{\overline{n|}3}$	n	$a_{\overline{n|}3}$
1	0,9709	4	3,7171
2	1,9135	5	4,5797

3	2,8286	6	5,4172

A) R$ 380,00 B) R$ 390,00 C) R$ 400,00
D) R$ 410,00 E) R$ 420,00

Resolução:

P = 2.200, 00 – 368,12 (entrada) = 1.831,88

R = $\dfrac{P}{a_{n\rceil i}} = \dfrac{1.831,88}{4,5797}$ = **400,00 (C)**

16. (BB 2006) Uma pessoa assume, hoje, o compromisso de devolver um empréstimo no valor de R$ 15.000,00 em 10 prestações mensais iguais, vencendo a primeira daqui a um mês, à taxa de juros nominal de 24% ao ano, com capitalização mensal. Sabendo-se que foi utilizado o Sistema Francês de Amortização e que, para a taxa de juros compostos de 2% ao período, o Fator de Recuperação de Capital (10 períodos) é igual a 0,111. O respectivo valor dos juros incluídos no pagamento da segunda prestação é:

A) R$ 273,30 B) R$ 272,70 C) R$ 270,00
D) R$ 266,70 E) R$ 256,60

Resolução:

P = R$ 15.000,00 / n = 10 / i = 24% a.a. = 2% a.m. =0,02

R = P . $\dfrac{1}{a_{n\rceil i}}$ = 15000 . 0,111 = 1.665,00

n	R	J	Amort	SD
0	-	-	-	15000
1	1665	300	1365	13635

J_1 = 15000 . 0,02 = 300,00
A_1= 1665 – 300 = 1.365,00
SD_1= 15000 – 1365 = 13635

J_2 = 13635 . 0,02 = **272,70 (B)**

17. (FT – CE) Uma compra no valor de R$ 500,00 deve ser paga com uma entrada à vista de 20% e o saldo devedor restante em cinco prestações mensais, iguais e consecutivas, a uma taxa de 5% ao mês, vencendo a primeira prestação em 30 dias após a compra. Embutida na primeira prestação existe uma amortização do saldo devedor, aproximada em reais, de:

(1 + i) ⁿ (taxa de juros compostos de 5% ao período)			
1	1,05	4	1,21
2	1,10	5	1,27
3	1,15	6	1,34

A) R$ 72,00 B) R$ 74,00 C) R$ 76,00
D) R$ 78,00 E) R$ 80,00

Resolução:

P= 500 . 0,8 = 400 / n = 5 / i = 5% a.m. = 0,05

R = P . $\dfrac{(1 + i)^n . i}{(1 + i)^n – 1}$ = 400 . $\dfrac{1,27 . 0,05}{1,27 – 1}$ = 400 . $\dfrac{0,0635}{0,27}$ =

R= 400 . 0,235 = 94,00

J_1= SD_0 . i = 400 . 0,05 = 20,00

A_1 = R – J_1 = 94 – 20 = **74,00 (B)**

18. (CEF/2008) Um empréstimo de R$ 200,00 será pago em 4 prestações mensais, sendo a primeira delas paga 30 dias após o empréstimo, com juros de 10% ao mês, pelo Sistema de Amortização Constante (SAC). O valor em reais, da terceira prestação será de:

A) 50,00 B) 55,00 C) 60,00 D) 65,00 E) 70,00

Resolução:

A = P/n = 200 /4 = 50

SD_2 = (n–k)A = 2 . 50 = 100,00

J_3 = SD_2 . i = 100 . 0,1 = 10,00

R_3 =J_3 + A = 10 + 50 ⇒ **R_3 = R$ 60,00 (C)**

19. (CEF/2008) Um empréstimo de R$ 300,00 será pago em 6 prestações mensais, sendo a primeira delas paga 30 dias após o empréstimo, com juros de 4% ao mês sobre o saldo devedor, pelo Sistema de Amortização Constante (SAC). O valor em reais, da quarta prestação será de:

A) 58,00 B) 56,00 C) 54,00 D) 52,00 E) 50,00

Resolução:

A = P/n = 300 /6 = 50

SD_3 = (n–k)A = (6–3).50 = 150,00

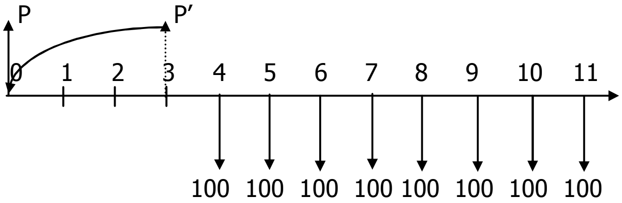
J_4 = SD_3 . i = 150 . 0,04 = 6,00

R_4 =J_4 + A = 6 + 50 ⇒ **R_4= R$ 56,00 (B)**

20. Uma máquina foi comprada mediante 8 pagamentos mensais iguais de R$ 100,00 a uma taxa de juros de 5% a.m. Sabendo-se que a primeira prestação será paga 4 meses após a compra, o valor da máquina à vista era de:

A) R$ 558,32 B) R$ 580,50 C) R$ 605,10
D) R$ 650,40 E) R$ 710,20

Resolução:



1º. Cálculo de P': R = 100 / n = 8 / i = 5% a.m. = 0,05

P' = R . $\dfrac{(1 + i)^n – 1}{(1 + i)^n . i}$ = 100. $\dfrac{(1,05)^8 – 1}{(1,05)^8 . 0,05}$ = 100 . $\dfrac{0,47746}{0,07387}$

P' = 100 . 6,46352 ⇒ P' = 646,35

2º. Cálculo de P: n = 3 / i = 5% a.m. = 0,05

P = $\dfrac{P'}{(1,05)^3} = \dfrac{646,35}{1,15763}$ ⇒ **P = 558,34 (A)**

21. (AFR/SP) Um bem foi adquirido através de um plano sem entrada em três prestações mensais, iguais e consecutivas de R$ 300,00 cada uma, sendo a primeira a trinta dias da data da celebração do contrato. Admitindo-se uma taxa de 4% ao mês e capitalização composta, o valor desse bem na data do contrato é:

A) R$ 544,07 B) R$ 565,83 C) R$ 800,10
D) R$ 832,53 E) R$ 936,45

Resolução: R = 300,00 / n = 3 / i = 4% a.m. = 0,04

P = R $\dfrac{(1 + i)^n – 1}{(1 + i)^n . i}$ = 300 . $\dfrac{(1,04)^3 – 1}{(1,04)^3.0,04}$ = 300 . $\dfrac{0,12486}{0,04499}$

P = 300 . 2,77528 ⇒ **P = R$ 832,58 (D)**

22. Uma pessoa faz uma compra financiada em doze prestações mensais e iguais de R$ 210,00. Considerando que o financiamento equivale a uma anuidade a uma taxa de juros compostos de 4% ao mês e que a primeira prestação vence um mês depois de efetuada a compra, o valor financiado, desprezando os centavos era de:

A) R$ 3.155,00 B) R$ 2.048,00 C) R$ 1.970,00
D) R$ 2.530,00 E) R$ 2.423,00

Resolução: R = 210,00 / n = 12 / i = 4% a.m. = 0,04

P = R $\dfrac{(1 + i)^n – 1}{(1 + i)^n . i}$ = 210 . $\dfrac{(1,04)^{12} – 1}{(1,04)^{12}.0,04}$ = 210 . $\dfrac{0,60103}{0,06404}$

P = 210 . 9,38523 ⇒ **P = R$ 1.970,89 (C)**

23. (TCM – RJ) Um financiamento de R$ 124.622,10 contratado a juros efetivos compostos de 5% a.m., será reembolsado em vinte prestações mensais pelo sistema de

Amortização Francês. A soma das dezoito primeiras prestações é igual a:

A) R$ 178.000,00
B) R$ 180.000,00
C) R$ 182.000,00
D) R$ 188.000,00
E) R$ 190.000,00

Resolução: P = 124.622,10 / n = 20m / i= 5% a.m. =0,05

$R = P \cdot \dfrac{1}{a_{\overline{n}|i}} = 124622{,}10 \cdot \dfrac{1}{a_{\overline{20}|5}} = 124622{,}10 \cdot 0{,}08024 =$

$R = 9.999{,}67 \Rightarrow R \cong$ R$ 10.000,00

$R = P \cdot \dfrac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 124622{,}10 \cdot \dfrac{(1{,}05)^{20} \cdot 0{,}05}{(1{,}05)^{20} - 1}$

$R = 124622{,}10 \cdot \dfrac{0{,}13266}{1{,}65330} = 124622{,}10 \cdot 0{,}08024 =$

$R = 9.999{,}67 \Rightarrow R \cong$ R$ 10.000,00

18R = 18 . 10000 = **R$ 180.000,00 (B)**

24. (CEF 2000) Um capital de R$ 36.000,00 foi financiado através do Sistema SAC (Sistema de Amortização Constante) em 12 prestações mensais, vencendo a primeira 30 dias após a assinatura do contrato. Considerando uma taxa de 5%a.m., o valor da sexta prestação foi igual a:

A) R$ 4.500,00
B) R$ 4.350,00
C) R$ 4.200,00
D) R$ 4.100,00
E) R$ 4.050,00

Resolução:

A = P/n = 36000 /12 = 3000

$SD_5 = (n–k)A = (12–5) \cdot 3000 = 21000$

$J_6 = SD_5 \cdot i = 21000 \cdot 0{,}05 = 1050$

$R_6 = J_6 + A = 1050 + 3000 =$ **R$ 4.050,00 (E)**

25. (TCI – RJ) Considere o sistema de amortização constante (SAC), em que o saldo do inicio do ano é de R$ 2.000,00, a taxa de juros, de 8% ao ano, no prazo de quatro anos. No final do primeiro ano, o saldo, em reais, é o seguinte:

A) R$ 750,00
B) R$ 1.000,00
C) R$ 1.250,00
D) R$ 1.500,00
E) R$ 1.750,00

Resolução:

O saldo no inicio do ano, é o valor do financiamento P.

A = P/n = 2000 /4 = 500

$SD_k = (n – k)A = (4 – 1) \cdot 500 =$ **R$ 1500,00 (D)**

26. (TCM – RJ) Um equipamento industrial cujo valor à vista é de R$ 116.183,90 pode ser comprado a prazo. Nesse caso, paga-se uma entrada de R$ 5.000,00 mais quinze prestações mensais consecutivas no valor de R$ 10.000,00 cada, a primeira um mês depois da compra. A taxa de juros efetiva composta cobrada no financiamento é de:

A) 2,5% a.m.
B) 3,0% a.m.
C) 3,5% a.m.
D) 4,0% a.m.
E) 5,0% a.m.

Resolução: P = 116.183,90 – 5.000,00 = 111. 183,90

R = 10.000,00 / n = 15 m / i =?

$R = P \cdot \dfrac{1}{a_{\overline{n}|i}} \Rightarrow 10000 = 111183{,}90 \cdot \dfrac{1}{a_{\overline{15}|i}}$

$10000 = 111183{,}90 \cdot \dfrac{1}{a_{\overline{n}|i}}$ $\quad a_{\overline{15}|i}$

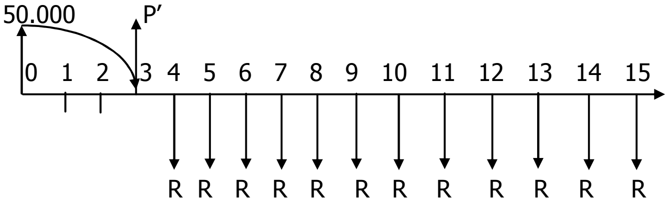
$\dfrac{1}{a_{\overline{15}|i}} = \dfrac{10000}{111183{,}90} \Rightarrow \dfrac{1}{a_{\overline{15}|i}} = 0{,}08994 \Rightarrow$ **i = 4% a.m.(D)**

Consultando a tabela Price $1/ a_{\overline{n}|i}$, na linha 15 (n = 15 meses) encontramos na coluna 4% o valor 0,08994.

27. (TCE-PI) Uma operação de financiamento de capital de giro no valor de R$ 50.000,00 deverá ser liquidada em 12 prestações mensais e iguais com carência de quatro meses, ou seja, o primeiro pagamento só será efetuado ao final do quarto mês. Sabendo que foi contratada uma taxa de 4% ao mês, então o valor de cada uma das prestações será igual a:

A) R$ 5.856,23
B) R$ 5.992,86
C) R$ 6.230,00
D) R$ 6.540,00
E) R$ 7.200,00

Resolução:



1º. Cálculo de P': P = 50000 / n = 3 / i = 4% a.m. = 0,04

$P' = P \cdot (1{,}04)^3 = 50000 \cdot 1{,}12486 \Rightarrow P' =$ R$ 56.243,00

2º. Cálculo de R: n = 12 / i = 4% a.m. = 0,04 / P' = 56243

$P' = R \cdot \dfrac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \Rightarrow 56243 = R \cdot \dfrac{(1{,}04)^{12} - 1}{(1{,}04)^{12} \cdot 0{,}04}$

$56243 = \dfrac{R \cdot 0{,}60103}{0{,}06404} \Rightarrow 56243 = R \cdot 9{,}38523$

$R = \dfrac{56243}{9{,}38523} \Rightarrow$ **R = R$ 5.992,71 (B)**

28. (B. Brasil) Um empréstimo de R$ 200.000,00 será pago em 3 prestações mensais iguais e consecutivas pela Tabela Price. Se a taxa de juros nominal for de 60% ao ano, com capitalização mensal, a parcela correspondente aos juros na última prestação terá, em reais, um valor:

A) inferior a 3.500,00.
B) entre 3.500,00 e 3.600,00.
C) entre 3.600,00 e 3.700,00.
D) entre 3.700,00 e 3.800,00.
E) superior a 3.800,00.

Resolução: i = 60%/12 = 5%a.m. = 0,05

P = R$ 200.000,00 / n = 3

$R = P \cdot \dfrac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 200000 \cdot \dfrac{(1{,}05)^3 \cdot 0{,}05}{(1{,}05)^3 - 1}$

$R = 200000 \cdot \dfrac{0{,}05789}{0{,}15763} = 200000 \cdot 0{,}36725 \Rightarrow R = 73.450{,}00$

n	R	J	A	SD
0				200.000,00
1	73.450,00	10.000,00	63.450,00	136.550,00
2	73.450,00	6.827,50	66.622,50	69.927,50
3	73.450,00	**3.496,38**		

$J_1 = 200000 \cdot 0{,}05 = 10.000{,}00$

$J_2 = 136550 \cdot 0{,}05 = 6.827{,}50$

$J_3 = 69927{,}50 \cdot 0{,}05 =$ **3.496,38 (A)**

29. (F.T.-SC) Um empréstimo no valor de R$ 90.000,00 deverá ser pago em quinze prestações mensais consecutivas, vencendo a primeira trinta dias após a liberação do dinheiro, sem carência. Se o financiamento foi feito pelo Sistema de Amortização Constante a uma taxa de juros compostos mensal de 6%, então o saldo devedor, após o pagamento da décima quarta prestação será de:

A) R$ 84.000,00
B) R$ 72.000,00
C) R$ 42.000,00
D) R$ 24.000,00
E) R$ 6.000,00

Resolução: Após o pagamento da décima quarta prestação, só faltará uma prestação a ser paga, então o saldo devedor será o valor de uma amortização.

A = P/N = 90000/15 = **6.000,00 (E)**

$SD_{14} = (n – k)\,A \Rightarrow SD_{14} = (15 – 14)\,6000 =$ **6.000,00**

TABELAS FINANCEIRAS

$$M = C \cdot (1+i)^n$$

Tabela 1

Calcula o montante **M** que resulta do investimento do capital **C**, após **n** períodos, com taxa de juros composta de **i%** ao período.

0,5 %	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %	11 %	12 %	13 %

TABELAS FINANCEIRAS

Tabela Price: $\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \quad \rightarrow \quad R = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} \cdot P$ **Tabela 3**

Calcula o valor **R** de cada uma das **n** parcelas iguais do financiamento do valor **P**, à taxa de juros compostos de **i%** ao período, com pagamentos ao fim de cada período.

LÓGICA SENTENCIAL

PROPOSIÇÃO

Denomina-se proposição a toda sentença, expressa em palavras ou símbolos, que representam um pensamento

completo, ou seja, uma proposição é uma **declaração** (afirmativa ou negativa).
Uma proposição pode ser verdadeira ou falsa. Quando ela é verdadeira, atribuímos-lhe o valor lógico **V**; quando é falsa, o valor lógico **F**.

Somente às sentenças **declarativas** pode-se atribuir valores de verdadeiro ou falso, o que ocorre quando a sentença é, respectivamente, **confirmada** ou **negada**. De fato, não se pode atribuir um valor de verdadeiro ou falso às demais formas de sentenças como as interrogativas, as exclamativas e outras, embora elas também expressem pensamentos completos.

Exemplos de proposições:
"Sete mais dois é igual a nove" – é uma declaração (afirmativa); portanto, uma proposição. Sabemos ser verdadeira (valor lógico V).
"Belém não é a capital do Brasil" – é uma declaração (negativa); portanto, uma proposição. Sabemos ser verdadeira (valor lógico V).
"Sete mais dois é igual a quinze" – é uma declaração (afirmativa); portanto, uma proposição. Sabemos ser falsa (valor lógico F).
"Brasília não é a capital do Brasil" – é uma declaração (negativa); portanto, uma proposição. Sabemos ser falsa (valor lógico F).

Não são proposições:
"Qual é o seu nome? – é uma pergunta e não uma declaração. Portanto não é uma proposição. Não se pode atribuir a ela um valor lógico (V ou F).
"João vá estudar sua lição" – é uma sentença imperativa, e não uma declaração. Portanto não é uma proposição. Não se pode atribuir a ela um valor lógico (V ou F).
"Caramba!" – é uma sentença exclamativa e não uma declaração. Portanto não é uma proposição. Não se pode atribuir a ela um valor lógico (V ou F).

OBS: Uma proposição não poderá ser ao mesmo tempo verdadeira e falsa. Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, não existe um terceiro caso.

PROPOSIÇÃO SIMPLES (ATÔMICA)

É aquela que não tem nenhuma outra proposição como parte integrante, ou seja, é uma proposição única, isolada.
Ex: A: Antônio é alto.
B: 2 é um número ímpar.

PROPOSIÇÃO COMPOSTA (MOLECULAR)

É aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições, ligadas entre si por **conectivos**.
Ex: A e B: "Cinthia é irmã de Paulo **e** de Júlio".
É uma proposição composta, pois é possível retirar-se delas duas outras proposições: A: Cinthia é irmã de Paulo.
B: Cinthia é irmã de Júlio.

CONECTIVOS LÓGICOS

São palavras usadas para ligar proposições simples, formando assim as proposições compostas, tais como "**não**", "**e**", "**ou**", "**ou...ou...**", "**se...então**" e "**se e somente se**".

Nome	Conectivo	Símbolo
Negação	não	~
Conjunção	e	^
Disjunção Inclusiva	ou	v
Disjunção Exclusiva	ou...ou...	$\underline{v}$
Condicional	se...então	→
Bicondicional	se e somente se	↔

TABELA VERDADE

É um dispositivo prático na qual figuram todos os possíveis valores lógicos da proposição composta correspondentes das proposições simples.

	A	B
1	V	V
2	V	F
3	F	V
4	F	F

OBS: O número de linhas de uma tabela-verdade é dado por: **L = 2^n**, onde n é o número de proposições simples.

DIAGRAMAS LÓGICOS

Um diagrama lógico é um esquema que busca representar as relações existentes entre as diversas partes que compõe uma proposição.

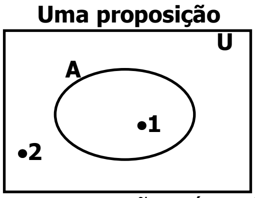
Denomina-se universo de discurso ao conjunto de tudo o que se admite como possível num dado contexto. Desse modo, qualquer proposição possível será um subconjunto do universo de discurso.

O universo de discurso será sempre indicado pela região interna de um retângulo.

Cada proposição é indicada por uma região delimitada dentro do universo de discurso.

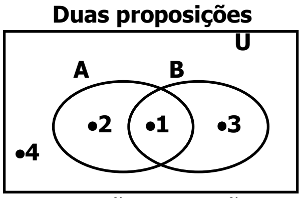
Uma proposição é verdadeira em qualquer ponto dentro de sua região, sendo falsa em todos os demais pontos do universo de discurso.

Uma proposição



Região 1: A proposição **A** é **verdadeira**
Região 2: A proposição **A** é **falsa**

Duas proposições



Região 1: As proposições **A** e **B** são **verdadeiras**
Região 2: A proposição **A** é **verdadeira** e **B** é **falsa**
Região 3: A proposição **A** é **falsa** e **B** é **verdadeira**
Região 4: As proposições **A** e **B** são **falsas.**

OPERAÇÕES LÓGICAS

Quando analisamos proposições, realizamos uma série de operações, vamos conhecê-las e também as suas tabelas-verdade bem como seus diagramas.

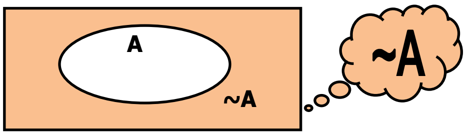
NEGAÇÃO: Não A (~A ou ¬A)

Dada uma proposição qualquer **A**, denominamos negação de **A**, a proposição composta que se obtém a partir da proposição **A** acrescida do conectivo lógico "**não**" ou de outro equivalente.

A negação "**não A**" pode ser representada simbolicamente como: **~A**.

Podem-se empregar, também, como equivalentes de "não A" as seguintes expressões: *Não é verdade que* **A**.
É falso que **A**.

Se a proposição **A** for representada como conjunto através de um diagrama, a negação "**não A**" corresponderá ao **conjunto complementar de A**.



Uma proposição **A** e sua negação "**não A**" terão sempre **valores lógicos opostos**.

Na tabela-verdade a seguir, podemos observar os resultados da negação "**não A**" para cada um dos valores que **A** pode assumir:

A	~A
V	F
F	V

Ex: A: O número 10 é par. (V)
~A: O número 10 **não** é par. (F)
B: O número 10 é impar. (F)
~B: O número 10 não é impar. (V)

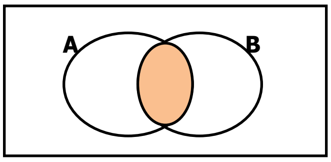
Como se pode observar na tabela-verdade, uma proposição qualquer e sua negação nunca poderão ser simultaneamente **verdadeiras** ou simultaneamente **falsas**.

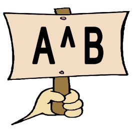
<u>CONJUNÇÃO</u>: A e B (A ^ B)

Denominamos conjunção à proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "**e**".

Se as proposições **A** e **B** forem representadas como conjuntos através de um diagrama, a conjunção "**A ^ B**" corresponderá à **interseção** do conjunto **A** com o conjunto **B**.

A ∩ B





Uma conjunção é verdadeira somente quando as duas proposições que a compõem são verdadeiras. Ou seja, a conjunção "**A ^ B**" é verdadeira somente quando **A** é **verdadeira** e **B** é **verdadeira também**.

Na tabela-verdade apresentada a seguir, podemos observar os resultados da conjunção "**A e B**" para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir:

A	B	A ^ B
V	**V**	**V**
V	F	F
F	V	F
F	F	F

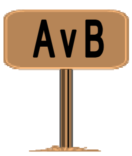
Ex: A: Clóvis é alto. (V)
B: Alcides é Baixo. (V)
A ^ B: Clóvis é alto **e** Alcides é baixo. (V)

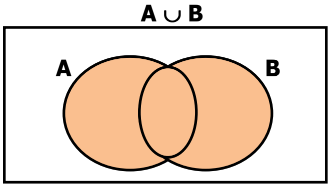
<u>DISJUNÇÃO INCLUSIVA</u>: A ou B (A v B)

Denominamos disjunção inclusiva, à proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "**ou**".

Se as proposições **A** e **B** forem representadas como conjuntos através de um diagrama, a disjunção inclusiva "**A v B**" corresponderá à **união** do conjunto **A** com o conjunto **B**.

A ∪ B





Uma disjunção inclusiva é **falsa** somente quando as duas proposições que a compõem são **falsas**. Ou seja, a disjunção inclusiva "**A ou B**" é **falsa** somente quando **A** é **falsa** e **B** é **falsa também**. Mas se **A** for verdadeira ou se **B** for verdadeira ou mesmo se ambas, **A** e **B** forem verdadeiras, então a disjunção inclusiva será verdadeira. Em outras palavras, para que a disjunção inclusiva "**A ou B**" seja verdadeira basta que pelo menos uma de suas proposições componentes seja verdadeira.

Na tabela-verdade apresentada a seguir, podemos observar os resultados da disjunção "**A ou B**" para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir:

A	B	A v B
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	**F**	**F**

Ex: A: João é magro. (V)
B: Carlos é gordo. (V)
A v B: João é magro **ou** Carlos é gordo. (V)

Ex: A: O número 10 é impar. (F)
B: O número 10 é inteiro. (V)
A v B: O número 10 é impar **ou** é inteiro. (V)

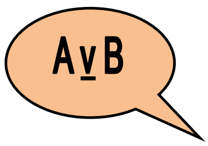
Ex: A: O número 10 é impar. (F)
B: O número 10 é irracional. (F)
A v B: O número 10 é impar **ou** é irracional. (F)

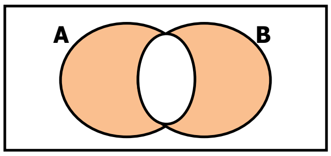
<u>DISJUNÇÃO EXCLUSIVA</u>: ou A ou B (A $\underline{v}$ B)

Denominamos disjunção exclusiva à proposição composta formada por duas proposições quaisquer onde cada uma delas esteja precedida pelo conectivo "**ou**".

Se as proposições **A** e **B** forem representadas como conjuntos através de um diagrama, a disjunção exclusiva "**A $\underline{v}$ B**" corresponderá à **união** da parte do conjunto **A** que não está em **B** (A – B) com a parte do conjunto **B** que não está em **A** (B – A).

(A – B) ∪ (B – A)





Observe que isto equivale à **diferença** entre a **união** e a **interseção** dos conjuntos **A** e **B**.

(A ∪ B) – (A ∩ B)

Uma disjunção exclusiva é **verdadeira** somente **quando apenas uma** das proposições que a compõem for **verdadeira**. Ou seja, a disjunção exclusiva "**ou A ou B**" é **verdadeira** somente quando **A** e **B** tem **valores lógicos contrários** (**A** é verdadeira e **B** é falsa ou vice-versa).

Se **A** e **B** tiverem o **mesmo valor lógico** (ambas verdadeiras ou ambas falsas), então a disjunção exclusiva será **falsa**.

Na tabela-verdade apresentada a seguir, podemos observar os resultados da disjunção exclusiva "**ou A ou B**" para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir:

A	B	A $\underline{v}$ B
V	V	F
V	**F**	**V**
F	**V**	**V**
F	F	F

Ex: A: Antonio é o chefe. (V)
B: Pedro é o chefe. (F)
A $\underline{v}$ B: **Ou** Antonio é o chefe **ou** Pedro é o chefe. (V)

Ex: A: O número 10 é par. (V)
B: O número 10 é inteiro. (V)
A $\underline{v}$ B: **Ou** o número 10 é par **ou** o número 10 é inteiro. (F)

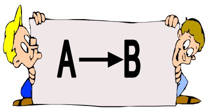
<u>CONDICIONAL</u>: Se A então B (A →B)

Denominamos condicional à proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "**Se...então**" .

Na proposição condicional "**Se A então B**" a proposição **A**, que é anunciada pelo uso da conjunção "**se**", é denominada **condição** ou **antecedente** enquanto a proposição **B**, apontada pelo advérbio "**então**" é denominada **conclusão** ou **conseqüente**.

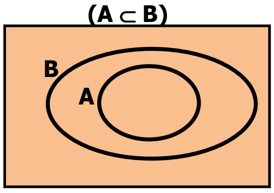
As seguintes expressões podem se empregar como equivalentes de "**Se A então B**":

Se **A**, **B**.
B, se **A**.
Todo **A** é **B**.
A implica **B**.
A somente se **B**.
A é suficiente para **B**.(mas não é necessário)
B é necessário para **A**.(mas não é suficiente)

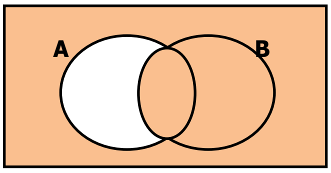


Se as proposições **A** e **B** forem representadas como conjuntos através de um diagrama, a proposição condicional "**A → B**" corresponderá à **inclusão** do conjunto **A** no conjunto **B** (A está contido em B).

(A ⊂ B)



ou



Uma condicional "**Se A então B**" é **falsa** somente quando a condição **A** é **verdadeira** e a conclusão **B** é **falsa**, sendo verdadeira em todos os outros casos. Isto significa que numa proposição condicional, a única situação que não pode ocorrer é uma condição verdadeira implicar uma conclusão falsa.

Na tabela-verdade apresentada a seguir, podemos observar os resultados da proposição condicional "**Se A então B**" para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir:

A	**B**	**A → B**
V	V	V
V	**F**	**F**
F	V	V
F	F	V

Ex 1: A: faz sol.
B: eu irei à praia.
A →B: **Se** fizer sol, **então** eu irei à praia.

Podem ocorrer as seguintes situações:
a) Fez sol e eu fui à praia. (eu disse a verdade)
b) Fez sol e eu não fui à praia. (eu menti)
c) Não fez sol e eu fui à praia. (eu não menti, pois eu não disse que iria à praia se não fizesse sol. Como na lógica só existem dois resultados, se não é mentira, logo é verdade.)
d) Não fez sol e eu não fui à praia. (eu disse a verdade)

Alguns dos resultados da tabela anterior podem parecer absurdos à primeira vista, vejamos mais um exemplo para diminuir as dúvidas:

Ex 2: Numa tarde de domingo um casal está sentado no sofá da sala de seu apartamento assistindo a um filme quando a campainha toca. A mulher, que se diz sensitiva, fala: "Se for uma mulher, então ela estará trazendo um pacote nas mãos". O marido que não costuma dar muita importância às previsões da mulher resmunga: "Vamos ver se você está mesmo certa!" e vai abrir a porta.

Em que conjunto de situações se pode dizer que a previsão da mulher estava errada?
Há quatro hipóteses a serem analisadas:

1º– Quem tocou a campainha era realmente uma mulher que estava mesmo trazendo um pacote nas mãos. Nesse caso, teremos que reconhecer que a previsão da mulher era correta (este caso corresponde ao que está escrito na primeira linha da tabela-verdade apresentada para a condicional).

2º– Quem tocou a campainha era realmente uma mulher, porém ela não estava trazendo um pacote nas mãos. Nesse caso, podemos dizer que a previsão da mulher mostrou-se errada (este caso corresponde ao que está escrito na segunda linha da tabela-verdade apresentada para a condicional).

3º– Quem tocou a campainha não era uma mulher embora estivesse mesmo trazendo um pacote nas mãos. Nesse caso, não podemos dizer que a previsão da mulher estava errada, pois ela não disse que **somente uma mulher poderia estar trazendo um pacote nas mãos**. Acontece que toda proposição deve ser ou verdadeira ou falsa e esta não é falsa. Então é verdadeira**!** (este caso corresponde ao que está escrito na terceira linha da tabela-verdade apresentada para a condicional).

4º– Quem tocou a campainha não era uma mulher e nem mesmo estava trazendo um pacote nas mãos. Nesse caso, também não podemos dizer que a previsão da mulher estava errada pois a previsão de que a pessoa traria um pacote nas mãos estava **condicionada** ao fato de que a pessoa fosse um mulher. Não sendo uma mulher, não teria necessariamente que trazer um pacote nas mãos. Novamente, a proposição não é falsa. Logo é verdadeira. (este caso corresponde ao que está escrito na quarta linha da tabela-verdade apresentada para a condicional).

Cuidado: Usualmente, quando empregamos uma sentença do tipo "**Se A então B**" esperamos que exista entre **A** e **B** alguma forma de relacionamento ou que guardem entre si alguma relação de causa e efeito.

Nesse sentido aceitaríamos com facilidade, por exemplo, a proposição: **"Se um número inteiro termina com algarismo 8, então esse numero é par"**.

No mesmo sentido, tenderíamos a recusar as proposições como:
"Se um triângulo tem três lados então o número sete é primo".
"Se um quadrado tem sete lados então se fala o português no Brasil".

Nestas duas últimas falta algo que relacione a primeira parte com a segunda.

Provavelmente recusaríamos a primeira dizendo algo como "O que é que tem a ver um triângulo ter três lados com o número sete ser primo?" e quanto à segunda, é quase certo que alguém recusasse alegando algo como "Para começar um quadrado não tem sete lados. E mesmo que tivesse isto não tem nada a ver com falar-se o português no Brasil".

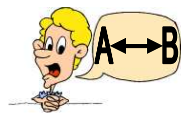
No entanto essas duas proposições são **verdadeiras**!

<u>BICONDICIONAL</u>: A se e somente se B (A ↔ B)

Denominamos bicondicional à proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "**se e somente se**".

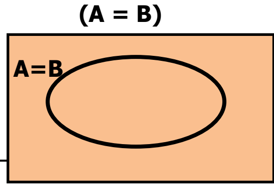
Como o próprio nome e símbolo sugerem, uma proposição bicondicional "**A se e somente se B**" equivale à proposição composta "**se A então B e se B então A**". Pode-se empregar também como equivalentes as seguintes expressões:

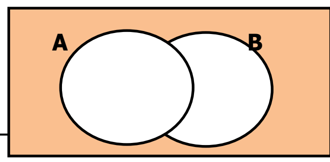
A se e só se **B**.
Todo **A** é **B** e todo **B** é **A**.
Todo **A** é **B** e reciprocamente.
Se **A** então **B** e reciprocamente.
A somente se **B** e **B** somente se **A**.
A é suficiente para **B** e **B** é suficiente para **A**.
B é necessário para **A** e **A** é necessário para **B**.



Se as proposições **A** e **B** forem representadas como conjuntos através de um diagrama, a proposição bicondicional "**A ↔ B**" corresponderá à **igualdade** dos conjuntos **A** e **B.**

(A = B)





A proposição bicondicional "**A se e somente se B**" é **verdadeira** quando **A** e **B** tem o **mesmo valor lógico** (ambas verdadeiras ou ambas falsas), sendo **falsa** quando **A** e **B** tem **valores lógicos contrários**.

Na tabela-verdade apresentada a seguir, podemos observar os resultados da proposição bicondicional "**A se e somente se B**" para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir:

A	**B**	**$A \leftrightarrow B$**
V	**V**	**V**
V	F	F
F	V	F
F	**F**	**V**

Ex: A: eu irei à praia.
B: faz sol.
$A \leftrightarrow B$: Eu irei à praia se e somente se fizer sol.

RESUMO DAS OPERAÇÕES EM TABELA VERDADE

A	B	A^B	AvB	A$\underline{v}$B	A→B	A↔B
V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F
F	F	F	F	F	V	V

TAUTOLOGIA, CONTRADIÇÃO E CONTINGÊNCIA

TAUTOLOGIA

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições **A**, **B**, **C**... é uma **tautologia** se ela for **sempre verdadeira**, independentemente dos valores lógicos da proposições **A**, **B**, **C**...que a compõem.

Ex: Dada as proposições **A:** Pedro é inteligente.
B: João é forte.

A proposição "Se (**A** e **B**) então (**A** ou **B**)" é uma tautologia, veja a tabela-verdade abaixo:

A	B	A e B	A ou B	(A e B)→(A ou B)
V	V	V	V	**V**
V	F	F	V	**V**
F	V	F	V	**V**
F	F	F	F	**V**

CONTRADIÇÃO

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições **A**, **B**, **C**... é uma **contradição** se ela for **sempre falsa**, independentemente dos valores lógicos da proposições **A**, **B**, **C**...que a compõem.

Ex: Dada a proposição **A:** Pedro é inteligente.

A proposição "**A** se e somente se **não A"** será uma contradição, veja a tabela-verdade abaixo:

A	~A	A ↔ ~A
V	F	**F**
F	V	**F**

OBS: Relação entre Tautologia e Contradição
Sabemos que uma tautologia é sempre verdadeira enquanto uma contradição é sempre falsa, daí pode-se concluir que:
A negação de uma tautologia é uma contradição.
A negação de uma contradição é uma tautologia.

CONTINGÊNCIA

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições é uma **contingência** se e somente se for possível que ela seja **verdadeira** tanto quanto que ela também seja **falsa**, dependendo dos valores lógicos das proposições que a compõem.

Assim, quando uma proposição composta for uma contingência, a última coluna de sua tabela-verdade deverá apresentar o valor lógico **V** (verdadeiro) pelo menos uma vez e, também, o valor lógico **F** (falso) pelo menos uma vez.

Ex: Todos os seis conectivos lógicos vistos anteriormente são contingências, pois em seus resultados finais, apresentam valores lógicos **V** e **F** pelo menos uma vez.

EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

Dizemos que duas proposições são **logicamente equivalentes** ou, simplesmente, que são **equivalentes** quando são compostas **pelas mesmas proposições simples** e **os resultados de suas tabelas-verdade são idênticos**.

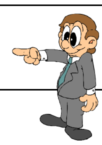
Uma conseqüência prática da equivalência lógica é que ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando a maneira de dizê-la.

A equivalência lógica entre duas proposições, **A** e **B**, pode ser representada simbolicamente como:

$$A \Leftrightarrow B$$

Da definição de equivalência lógica, pode-se demonstrar as seguintes equivalências:

Leis comutativas: **1. A ^ B ⇔ B ^ A** **2. A v B ⇔ B v A** **3. A $\underline{v}$ B ⇔ B $\underline{v}$ A** **4. A ↔ B ⇔ B ↔ A**	**Leis associativas:** **5. (A ^ B) ^ C ⇔ A ^ (B ^ C)** **6. (A v B) v C ⇔ A v (B v C)** **Leis distributivas:** **7. A^(B v C) ⇔ (A^B) v (A^C)** **8. A v (B^C) ⇔ (A v B)^(A v C)**
Lei da Dupla Negação: 9. ~(~A) ⇔ A (importante)	
Equivalências da Condicional: **10. A → B ⇔ ~A v B (* muito importante!)** **11. A → B ⇔ ~B → ~A (* muito importante!)**	
Equivalências da Bicondicional: **12. A ↔ B ⇔ (A → B) ^ (B → A)** **13. A ↔ B ⇔ (A ^ B) v (~B ^ ~A)** **14. A ↔ B ⇔ ~(A $\underline{v}$ B)**	



NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

Um problema de grande importância para a lógica é o da identificação de proposições equivalentes à negação de uma proposição dada. Negar uma proposição simples é uma tarefa que não oferece grandes obstáculos. Entretanto, podem surgir algumas dificuldades quando procuramos identificar a negação de uma proposição composta.

Como vimos anteriormente, a negação de uma proposição deve ter sempre valor lógico oposto ao da proposição dada. Desse modo, **sempre** que uma proposição **A** for verdadeira, a sua negação **não A** deve ser falsa e **sempre** que **A** for falsa, **não A** deve ser verdadeira.

A tabela abaixo mostra as equivalências mais comuns para as negações de algumas proposições compostas:

Proposição	Equivalente da Negação
A e B	Não A ou Não B
A ou B	Não A e Não B
ou A ou B	A se e somente se B
se A então B	A e não B
A se e somente se B	ou A ou B

Vejamos a seguir cada tabela-verdade detalhadamente:

NEGAÇÃO DA CONJUNÇÃO

A	B	A ^ B	~(A ^ B)	~A	~B	~A v ~B

V	V	V	**F**	F	F	**F**
V	F	F	**V**	F	V	**V**
F	V	F	**V**	V	F	**V**
F	F	F	**V**	V	V	**V**

Observe que: **~(A^B) ⇔ ~A v ~B**. Ou seja:
Para **negar uma conjunção**: **1º.** Nega-se a 1ª proposição,
2º. Troca-se o sinal **^** por **v**,
3º. Nega-se a 2ª proposição.

NEGAÇÃO DA DISJUNÇÃO INCLUSIVA

A	B	A v B	~(A v B)	~A	~B	~A ^ ~B
V	V	V	**F**	F	F	**F**
V	F	V	**F**	F	V	**F**
F	V	V	**F**	V	F	**F**
F	F	F	**V**	V	V	**V**

Observe que: **~(A v B) ⇔ ~A ^ ~B**. Ou seja:
Para **negar uma disjunção inclusiva:** **1º.** Nega-se a 1ª proposição,
2º. Troca-se o sinal **v** por **^**,
3º. Nega-se a 2ª proposição.

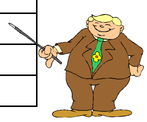
NEGAÇÃO DA CONDICIONAL

A	B	A → B	~(A → B)	~B	A ^ ~B
V	V	V	F	F	F
V	F	F	**V**	V	**V**
F	V	V	**F**	F	**F**
F	F	V	**F**	V	**F**

Observe que: **A → B ⇔ A ^ ~B**. Ou seja:
Para **negar uma condicional**: **1º.** Confirma-se a 1ª proposição,
2º. Troca-se o sinal **→** por **^**,
3º. Nega-se a 2ª proposição.

NEGAÇÃO DA DISJUNÇÃO EXCLUSIVA

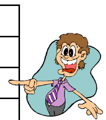
A	B	A <u>v</u> B	~(A <u>v</u> B)	A ↔ B
V	V	F	V	**V**
V	F	V	**F**	**F**
F	V	V	**F**	**F**
F	F	F	**V**	**V**



Observe que: **~(A <u>v</u> B) ⇔ A ↔ B**. Ou seja:
A negação de uma disjunção exclusiva equivale à afirmação de uma bicondicional:
Basta trocar o sinal <u>v</u> por **↔.**

NEGAÇÃO DA BICONDICIONAL

A	B	A ↔ B	~(A ↔ B)	A <u>v</u> B
V	V	V	F	**F**
V	F	F	**V**	**V**
F	V	F	**V**	**V**
F	F	V	**F**	**F**



Observe que: **~(A ↔ B) ⇔ A <u>v</u> B**. Ou seja:
A negação de uma bicondicional equivale à afirmação de uma disjunção exclusiva:
Basta trocar o sinal ↔ por **<u>v</u>.**

TESTES – LÓGICA SENTENCIAL

01. (ICMS/SP 2006) Considere a proposição "Paula estuda, mas não passa no concurso". Nessa proposição o conectivo lógico é:
a) disjunção inclusiva. d) condicional.
b) conjunção. e) bicondicional.
c) disjunção exclusiva.
Resolução: Na proposição "Paula estuda, mas não passa no concurso", temos uma proposição do tipo **A e B** , ou seja os dois ocorrem ao mesmo tempo, isto equivale a uma **conjunção (B).**

02. Considere as proposições abaixo:
I. $3 + 1 = 4$ e $2 + 3 = 5$ (V **e** V = **V**) **(D)**
II. $6 > 2$ e $7 < 3$ (V **e** F = **F**)
III. $2 = 3$ e $5 < 0$ (F **e** F = **F**)
a) todas são falsas; d) somente I é verdadeira;
b) I e II são falsas; e) I e II são verdadeiras.
c) somente III é falsa;

03. Considere as proposições abaixo:
I. $5 + 1 = 6$ ou $4 – 4 = 0$ (V **ou** V = **V**)
II. $2 + 2 = 5$ ou $7 > 2$ (F **ou** V = **V**)
III. $3 = 5$ ou $8 < 6$ (F **ou** F = **F**) **(B)**
a) somente I é verdadeira; d) todas são falsas;
b) somente III é falsa; e) I e III são falsas.
c) todas são verdadeiras;

04. Considere as proposições abaixo:
I. $3 + 4 = 7$ ou $2 + 2 = 4$ (V **ou** V = **V**) **(E)**
II. $8 < 4$ e $6 > 3$ (F **e** V = **F**) **(E)**
III. $6 < 0$ ou $3 = 4$ (F **ou** F = **F**)
Assinale a única alternativa correta,
a) todas são falsas; d) I e II são falsas;
b) somente III é falsa; e) I é falsa ou II é falsa.
c) somente II é falsa;

05. Assinale a única proposição falsa.
a) Se 2 é par, então 3 é ímpar. (V → V = **V**)
b) Se 5 é inteiro, então 3 é menor que 5. (V → V = **V**)
c) Se 8 é ímpar, então 7 é maior que 3. (F → V = **V**)
d) Se 13 é par, então 2 é ímpar. (F → F = **V**)
e) Se 10 é par, então 6 é maior que 20. (V → F = **F**) **(E)**

06. Dadas as proposições compostas:
I. $3 + 4 = 7 \leftrightarrow 5^3 = 125$ (V ↔ V = **V**)
II. $3 + 2 = 6 \rightarrow 4 + 4 = 9$ (F → F = **V**)
III. $\sqrt{3} > 1$ v (n não é um nº real) (V **v** ? = **V**)
IV. $\sqrt{2} > 1 \rightarrow 2^0 = 2$ (V **→** F = **F**) **(D)**
V. $– 2 > 0 \leftrightarrow n^2 < 0$ (F ↔ F = **V**)
A que tem o valor lógico FALSO é a:
a) I b) II c) III d) IV e) V

07. Dadas as proposições compostas:
I. $\sim(1 + 1 = 2 \leftrightarrow 3 + 4 = 5)$ ~(V ↔ F = F) (V)
II. $\sim(2 + 2 \neq 4 \wedge 3 + 5 = 8)$ ~(F ^ V = F) (V)
III. $4^3 \neq 64 \leftrightarrow (3 + 3 = 7 \leftrightarrow 1 + 1 = 2)$ (F ↔ (F ↔ V)) (V)
IV. $2^3 \neq 8$ v $4^2 \neq 4^3$ (F v V = V) (V)
V. $3^4 = 81 \leftrightarrow \sim (2 + 1 = 3 \wedge 5 . 0 = 0)$ (V ↔ ~ (V ^ V)) (F)
A que tem o valor lógico FALSO é a: **(A)**
a) V b) IV c) III d) II e) I

08. Considere a afirmação **P: "A ou B"**, onde A e B, por sua vez, são as seguintes afirmações:
A: "Carlos é dentista".
B: "Se Enio é economista, então Juca é arquiteto".
Ora, sabe-se que a afirmação P é falsa. Logo:
a) Carlos não é dentista; Enio não é economista; Juca não é arquiteto.
b) Carlos não é dentista; Enio é economista; Juca não é arquiteto.
c) Carlos não é dentista; Enio é economista; Juca é arquiteto.
d) Carlos é dentista; Enio não é economista; Juca não é arquiteto.
e) Carlos é dentista; Enio é economista; Juca não é arquiteto.
Resolução:

Para que uma proposição do tipo "**A ou B**" seja falsa, é necessário que as duas proposições **A** e **B** sejam falsas.
A é falsa, concluímos que: "**Carlos não é dentista**".
B é falsa: Para que uma proposição do tipo "**Se A então B**" seja falsa, é necessário que **A** seja verdadeira e **B** falsa, concluímos então que: **Enio é economista e Juca não é arquiteto (B).**

09. Na tabela-verdade abaixo, p e q são proposições simples.

p	q	?
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

A proposição composta que substitui corretamente o ponto de interrogação é:
a) $p \wedge q$ d) $p \leftrightarrow q$
b) $p \rightarrow q$ e) $\sim(p \vee q)$
c) $\sim(p \rightarrow q)$

p	q	$p \rightarrow q$	?= $\sim(p \rightarrow q)$**(C)**
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	F

10. (TRT 2004) Considere a seguinte proposição: "Na eleição para a prefeitura, o candidato X será eleito ou não será eleito". Do ponto de vista lógico, a afirmação da proposição caracteriza:
a) um silogismo. d) uma contingência.
b) uma tautologia. e) uma contradição.
c) uma equivalência.
Resolução:
A: O candidato X será eleito.
~A: O candidato X não será eleito.
Temos uma proposição composta do tipo: **A ou ~A**
Vamos construir a tabela verdade:

A	~A	A v ~A
V	F	V
F	V	**V**

Tautologia (B)

11. (TRT 2004) Leia atentamente as proposições P e Q:
P: o computador é uma máquina.
Q: compete ao cargo de técnico judiciário a construção de computadores.
Em relação às duas proposições, é correto afirmar que:
a) a proposição composta "P ou Q" é verdadeira.
b) a proposição composta "P e Q" é verdadeira.
c) a negação de P é equivalente à negação de Q.
d) P é equivalente a Q.
e) P implica Q.
P = V / Q = F **"P ou Q" = V. (A)**

12. (TRT 2004) Leia atentamente as proposições P e Q:
P: João foi aprovado no concurso do Tribunal.
Q: João foi aprovado em um concurso.
Do ponto de vista lógico, uma proposição condicional correta em relação a P e Q é:
a) Se não Q, então P.
b) Se não P, então não Q.
c) Se P, então Q.
d) Se Q, então P.
e) Se P, então não Q.
Se João foi aprovado no concurso do Tribunal, então João foi aprovado em um concurso. (Se P, então Q) (C)

13. Assinale a assertiva **incorreta**.
a) A negação de "2 é par e 3 é ímpar" é " 2 não é par ou 3 não é ímpar".
b) A negação de "5 é primo ou 7 é par" é "5 não é primo e 7 não é par".
c) A negação de $2 \geq 5$ é $2 \leq 5$.
d) A negação de "10 é par se e somente se 10 é divisível por 2" é "ou 10 é par ou 10 é divisível por 2".
e) A negação de "Se 20 é par, então 13 é ímpar" é "20 é par e 13 não é ímpar.
Resposta: A letra C está incorreta. A negação de 2 maior ou igual 5 é 2 não é maior(é menor) e não é igual a 5.

14. (Fiscal do Trabalho/98) A negação da afirmação condicional "Se estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva" é:
a) Se não estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva.
b) Não está chovendo, e eu levo o guarda-chuva.
c) Não está chovendo, e eu não levo o guarda-chuva.
d) Se estiver chovendo, eu não levo o guarda-chuva.
e) Está chovendo e eu não levo o guarda-chuva.
Resolução: A negação de uma proposição do tipo "Se A então B", é a afirmação da primeira **e** negação da segunda. Então temos: **"Está chovendo e eu não levo guarda-chuva". (E)**

15. (ESAF 2002) Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:
a) Pedro não é pobre ou Alberto não é alto.
b) Pedro não é pobre e Alberto não é alto.
c) Pedro é pobre ou Alberto não é alto.
d) Se Pedro não é pobre, então Alberto é alto.
e) Se Pedro não é pobre, então Alberto não é alto.
Resolução: A negação de uma proposição do tipo "A e B", é a negação da primeira **ou** negação da segunda. Então temos:
"Pedro não é pobre ou Alberto não é alto". (A)

16. (Fiscal do Trabalho/98) Dizer que "Pedro não é pedreiro ou Paulo é paulista" é do ponto de vista lógico, é o mesmo que dizer que:
a) Se Pedro é pedreiro, então Paulo não é paulista.
b) Se Paulo é paulista, então Pedro é pedreiro.
c) Se Pedro não é pedreiro, então Paulo é paulista.
d) Se Pedro é pedreiro, então Paulo é paulista.
e) Se Pedro não é pedreiro, então Paulo não é paulista.
Resolução: Do ponto de vista da lógica, a negação da primeira **ou** afirmação da segunda (~A v B), é equivalente a dizer que a afirmação da primeira implica na afirmação da segunda ($A \rightarrow B$). $(\sim A \vee B) \Leftrightarrow (A \rightarrow B)$
Logo: "Pedro não é pedreiro ou Paulo é paulista" $\Leftrightarrow$ **"Se Pedro é pedreiro, então Paulo é paulista". (D)**

17. (ICMS/SP 2006) Se p e q são proposições, então a proposição $p \wedge \sim q$ é equivalente a:
a) $\sim(p \rightarrow \sim q)$ b) $\sim(p \rightarrow q)$ c) $\sim q \rightarrow \sim p$
d) $\sim(q \rightarrow \sim p)$ e) $\sim(p \vee q)$
Resolução: A afirmação da 1ª e negação da segunda equivale a negação da condicional, portanto **$\sim(p \rightarrow q)$ (B)**

18. (ESAF 2005) A afirmação "Não é verdade que, se Pedro está em Roma, então Paulo está em Paris" é logicamente equivalente à afirmação:
a) É verdade que "Pedro está em Roma e Paulo está em Paris".
b) Não é verdade que "Pedro está em Roma ou Paulo não está em Paris".
c) Não é verdade que "Pedro não está em Roma ou Paulo não está em Paris".
d) Não é verdade que "Pedro não está em Roma ou Paulo está em Paris".
e) É verdade que "Pedro está em Roma ou Paulo está em Paris".
Resolução: Do ponto de vista da lógica uma proposição condicional, é equivalente a negação da primeira **ou** afirmação da segunda. $(A \rightarrow B) \Leftrightarrow (\sim A \vee B)$

Logo: "Não é verdade que, se Pedro está em Roma, então Paulo está em Paris" ⇔ **"Não é verdade que, Pedro não está em Roma ou Paulo está em Paris". (D)**

19. (SERPRO /96) Uma sentença logicamente equivalente a "Pedro é economista, então Luísa é solteira é:
a) Pedro é economista ou Luísa é solteira.
b) Pedro é economista ou Luísa não é solteira.
c) Se Luísa é solteira, Pedro é economista.
d) Se Pedro não é economista, então Luísa não é solteira.
e) Se Luísa não é solteira, então Pedro não é economista.
Resolução: Do ponto de vista da lógica uma proposição condicional, é equivalente a uma das duas afirmações:
(A → B) ⇔ (~A v B) "Pedro não é economista ou Luísa é solteira".
(A → B) ⇔ (~B → ~A) **"Se Luísa não é solteira, então Pedro não é economista". (E)**

20. (ESAF 2005) Se Marcos não estuda, João não passeia, Logo:
a) Marcos estudar é condição necessária para João não passear.
b) Marcos estudar é condição suficiente para João passear.
c) Marcos não estudar é condição necessária para João não passear.
d) Marcos não estudar é condição suficiente para João passear.
e) Marcos estudar é condição necessária para João passear.
Resolução: Do ponto de vista da lógica uma proposição condicional, é equivalente a (A → B) ⇔ (~B → ~A).
Analisemos as duas formas:
A → B: Se Marcos não estuda, então João não passeia: Marcos não estudar é cond. suficiente para João não passear
(~B → ~A): Se João passeia, então Marcos estuda.
Marcos estudar é cond. necessária para João passear (E)

21. (ESAF 2001) Dizer que "André é artista ou Bernardo não é engenheiro", é logicamente equivalente a dizer que:
a) André é artista se e somente se Bernardo não é engenheiro.
b) Se André é artista, então Bernardo não é engenheiro.
c) Se André é não artista, então Bernardo é engenheiro.
d) Se Bernardo é engenheiro, então André é artista.
e) André não é artista e Bernardo é engenheiro.
Resolução: Uma proposição tipo A ou ~B, equivale logicamente a B→A. Então: **Se Bernardo é engenheiro, então André é artista. (D).**

22. Um economista deu a seguinte declaração em entrevista: "Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa". Uma proposição equivalente à do economista é:
a) Se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos.
b) Se a inflação é alta, então os juros bancários são altos.
c) Se os juros bancários não são altos, então a inflação não é baixa.
d) Os juros bancários são baixos e a inflação é baixa.
e) Ou os juros bancários, ou a inflação é baixa.
Resolução: Do ponto de vista da lógica uma proposição condicional, é equivalente a uma das duas afirmações:
(A → B) ⇔ (~A v B) "Os juros bancários não são altos (baixos) ou a inflação é baixa.
(A → B) ⇔ (~B → ~A) **"Se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos". (A)**

23. (UFF 98) Na cidade litorânea de Iorentin é rigorosamente obedecida a seguinte ordem do prefeito: "Se não chover então todos os bares à beira-mar deverão ser abertos". Pode-se afirmar que:
a) Se todos os bares à beira-mar estão abertos, então choveu.
b) Se todos os bares à beira-mar estão abertos, então não choveu.
c) Se choveu, então todos os bares à beira-mar não estão abertos.
d) Se choveu, então todos os bares à beira-mar estão abertos.
e) Se todos os bares à beira-mar não estão abertos, então choveu.
Resolução: A ordem do prefeito é uma proposição condicional do tipo A→B que equivale logicamente a uma proposição condicional do tipo (~B → ~A) **"Se todos os bares à beira-mar não estão abertos, então choveu". (E)**

24. Duas grandezas x e y são tais que: se x =3, então y =7. Conclui-se que:
a) se $x \neq 3$, então $y \neq 7$.
b) se y = 7, então x = 3.
c) se $y \neq 7$, então $x \neq 3$.
d) se x = 5, então y = 5
e) nenhuma das conclusões é válida
Resolução: Uma proposição condicional do tipo A→B equivale logicamente a uma proposição condicional do tipo (~B → ~A), ou seja, **"se $y \neq 7$, então $x \neq 3$".(C)**

25. Das proposições abaixo, a única que é logicamente equivalente a p→q é:
a) ~q → ~p
b) ~q → p
c) ~p → ~q
d) q → ~p
e) ~(q → p)
Resolução: Equivalências: p → q ⇔ **~q → ~p.(A)**

26. (ICMS/SP 2006) Dentre as alternativas abaixo, assinale a correta.
a) As proposições ~(p ^ q) e (~p v ~q) não são logicamente equivalentes.
b) A negação da proposição "Ele faz caminhada se, e somente se, o tempo está bom" é "Ele não faz caminhada se, e somente se, o tempo não está bom".
c) A proposição ~[p v ~(p ^ q)] é logicamente falsa.
d) A proposição "Se está quente, ele usa camiseta", é logicamente equivalente à proposição "Não está quente e ele usa camiseta".
e) A proposição "Se a Terra é quadrada, então a Lua é triangular" é falsa.
Resolução: Análise das Alternativas:
a) **INCORRETA**, pois ~(p ^ q) e (~p v ~q) **são** logicamente equivalentes. A negação (~) de **(p ^ q) ⇔ ~p v ~q.**
b) **INCORRETA**, pois a negação de "Ele faz caminhada se, e somente se, o tempo está bom" é **"ou ele faz caminhada, ou o tempo está bom".**
d) **INCORRETA**, pois a proposição "Se está quente, ele usa camiseta", é logicamente equivalente à proposição "Não está quente **ou** ele usa camiseta".
e) **INCORRETA**, pois a proposição "Se a Terra é quadrada, então a Lua é triangular" é **verdadeira**. (A proposição **A**: A terra é quadrada **é falsa**, a proposição **B**: A lua é triangular **é falsa**, e na condicional, **falso com falso é verdadeiro**).
c) **CORRETA:**
Vamos construir a tabela verdade de ~[p v ~(p ^ q)]

p	q	p ^ q	~(p ^ q)	p v ~(p ^ q)	~[p v ~(p ^ q)]
V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	V	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	V	V	F

A proposição ~[p v ~(p ^ q)] é logicamente falsa.(C)

27. A negação da proposição "Pedro tem 20 anos de idade e é assistente administrativo" é:

a) Pedro não tem 20 anos de idade e não é assistente administrativo.
b) Pedro não tem 20 anos de idade ou Pedro não é assistente administrativo.
c) Pedro tem 20 anos de idade e não é assistente administrativo.
d) Pedro não tem 20 anos de idade ou Pedro é assistente administrativo.
e) Pedro não tem 20 anos de idade e Pedro é assistente administrativo.

Resolução: A negação de uma proposição do tipo "A e B", é a negação da primeira **ou** negação da segunda. Então temos: **"Pedro não tem 20 anos de idade ou Pedro não é assistente administrativo". (B)**

28. Se você se esforçar, então irá vencer. Assim sendo:
a) Seu esforço é condição suficiente para vencer.
b) Seu esforço é condição necessária para vencer.
c) Se você não se esforçar, então não irá vencer
d) Você vencerá só se se esforçar.
e) Mesmo que se esforce você não vencerá.

Resolução: Em uma proposição condicional do tipo $A \rightarrow B$, **A** é condição suficiente para **B**. Portanto **"seu esforço é condição suficiente para vencer" (A)**

29. Se Rodrigo mentiu, então ele é culpado, Logo:
a) Se Rodrigo não é culpado, então ele não mentiu.
b) Rodrigo é culpado.
c) Se Rodrigo não mentiu, então ele não é culpado.
d) Rodrigo mentiu.
e) Se Rodrigo é culpado, então ele mentiu.

Resolução: Uma proposição condicional do tipo $A \rightarrow B$ equivale logicamente a uma proposição condicional do tipo $\sim B \rightarrow \sim A$. Logo: **Se Rodrigo não é culpado, então ele não mentiu. (A)**

30. Se $P(p, q, r) = p \cap (q \cup r)$ então P (VVV, VVF, VFV, VFF, FVV, FVF, FFV, FFF) é igual, respectivamente, a:
a) VVVFFFFF b) VFVVVVFV c) VFVFVFVF
d) VVFFVVFF e) FFFFVVFF

Resolução: Montando a tabela-verdade temos: **(A)**

p	q	r	(q v r)	p ^(q v r)
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	V	F	V	F
F	F	V	V	F
F	F	F	F	F

31. Das opções abaixo, assinale a única que simboliza uma tautologia, isto é, uma proposição que é sempre verdadeira, independente dos valores das proposições que à compõem.
a) $\sim A \vee (A \wedge B)$ d) $(\sim A \wedge \sim B) \vee (A \vee B)$
b) $(A \vee \sim B) \wedge \sim A$ e) $(A \underline{\vee} B) \wedge (A \leftrightarrow B)$
c) $A \wedge (B \vee \sim B)$

Resolução: A alternativa D é uma tautologia, pois é uma conjunção de uma proposição (A v B) com sua negação (~A ^ ~B). Vejamos a tabela verdade:

A	B	A v B	~A	~B	~A ^~B	(~A^~B) v (A v B)
V	V	**V**	F	F	**F**	**V**
V	F	**V**	F	V	**F**	**V**
F	V	**V**	V	F	**F**	**V**
F	F	**F**	V	V	**V**	**V**

32. (Petrobrás 2005) Uma proposição que é verdadeira em todas as suas valorações é uma tautologia. Assinale a opção que NÃO é uma tautologia:
a) $p \vee \sim(p \wedge q)$ d) $p \rightarrow (p \vee q)$
b) $(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ e) $\sim p \wedge (p \wedge \sim q)$
c) $p \vee (q \wedge \sim q) \leftrightarrow p$

Resolução: As conjunções dificilmente apresentam tautologias em seu resultado, portanto provavelmente seria a alternativa **(E)**. vamos confirmar com a tabela-verdade:

p	q	~p	~q	(p ^ ~q)	~p ^ (p ^ ~q)
V	V	F	F	F	**F**
V	F	F	V	V	**F**
F	V	V	F	F	**F**
F	F	V	V	F	**F**

33. (AFC 96) Se Beto briga com Glória, então Glória vai ao cinema. Se Glória vai ao cinema, então Carla fica em casa. Se Carla fica em casa, então Raul briga com Carla. Ora, Raul não briga com Carla. Logo:
a) Carla não fica em casa e Beto não briga com Glória.
b) Carla fica em casa e Glória vai ao cinema.
c) Carla não fica em casa e Glória vai ao cinema.
d) Glória vai ao cinema e Beto briga com Glória.
e) Glória não vai ao cinema e Beto briga com Glória.

Resolução: Temos a cadeia de proposições condicionais – **A implica em B que implica em C**...
A: Beto briga com Glória. $A \rightarrow B$
B: Glória vai ao cinema. $B \rightarrow C$
C: Carla fica em casa. $C \rightarrow D$
D: Raul briga com Carla. $\sim D \rightarrow \sim C \rightarrow \sim B \rightarrow \sim A$

Conclusão: ~D (Raul não briga com Carla)
$\sim D \rightarrow$ **~C** (**Carla não fica em casa**), **(A)**
$\sim C \rightarrow$ **~B** (Glória não vai ao cinema)
$\sim B \rightarrow$ **~A** (**Beto não briga com Glória**). **(A)**

34. (TRT-PE 2006) Uma turma de alunos de um curso de Direito reuniu-se em um restaurante para um jantar de confraternização e coube a Francisco receber de cada um a quantia a ser paga pela participação. Desconfiado que Augusto, Berenice e Carlota não tinham pagado as suas respectivas partes, Francisco conversou com os três e obteve os seguintes depoimentos:
- Augusto: "Não é verdade que Berenice pagou ou Carlota não pagou".
- Berenice: "Se Carlota pagou, então Augusto também pagou".
- Carlota: "Eu paguei, mas sei que um dos dois outros não pagou".

Considerando que os três falaram a verdade, é correto afirmar que:
a) apenas Berenice não pagou a sua parte.
b) apenas Carlota não pagou a sua parte.
c) Augusto e Carlota não pagaram as suas partes.
d) Berenice e Carlota não pagaram as suas partes.
e) os três pagaram suas partes.

Resolução:
A: Augusto pagou. $\sim(B \text{ ou } \sim C) \Leftrightarrow \sim B \text{ e } C$ (V)
B: Berenice pagou. $C \rightarrow A$ (V)
C: Carlota pagou. C e (ou ~A ou ~B) (V)

Conclusão:
I. **<u>~B e C (V):</u>** Os dois têm que ser verdadeiros então: **~B (Berenice não pagou)** e **C (Carlota pagou)**.
III. **<u>C e (ou ~A ou ~B) (V):</u>** Os dois têm que ser verdadeiros então: Pela expressão I, já sabemos que C é verdadeiro. Para (ou ~A ou ~B) ser verdadeiro uma tem que ser verdadeira enquanto que a outra falsa, se na expressão I, ~B é verdadeiro, então ~A é falso e logo, **A é verdadeiro**, portanto **Augusto pagou**.
Alternativa (A) – Apenas Berenice não pagou.

35. (Fiscal do trabalho 98) Se Frederico é francês, então Alberto não é alemão. Ou Alberto é alemão, ou Egídio é espanhol. Se Pedro não é português, então Frederico é francês. Ora, nem Egídio é espanhol nem Isaura é italiana. Logo:

a) Pedro é português e Frederico é francês.
b) Pedro é português e Alberto é alemão.
c) Pedro não é português e Alberto é alemão.
d) Egídio é espanhol ou Frederico é francês.
e) Se Alberto é alemão, Frederico é francês.

Resolução:
A: Frederico é francês. $A \rightarrow \sim B$
B: Alberto é alemão. ou B ou C
C: Egídio é espanhol. $\sim D \rightarrow A$
D: Pedro é português
E: Isaura é italiana.

Conclusão: ~C (Egídio **não** é espanhol)
~E (Isaura **não** é italiana)
ou **B** ou C(~C) (Alberto **é** alemão) **(B)**
$\sim(\sim B) \rightarrow$ **~A** (Frederico **não** é francês)
$\sim A \rightarrow \sim($**~D)** (Pedro **é** português) **(B)**

36. (ESAF 2004) Surfo ou estudo. Fumo ou não surfo. Velejo ou não estudo. Ora, não velejo. Assim:
a) estudo e fumo.
b) não fumo e surfo.
c) fumo e surfo.
d) estudo e não fumo.
e) não velejo e não fumo.

Resolução:
A: Surfo. A ou B
B: Estudo. C ou ~A
C: Fumo. D ou ~B
D: Velejo

Conclusão: ~D (não velejo), D(~D) ou **~B** (não estudo),
A ou B(~B) (**surfo**), **C** ou ~A(A) (**fumo**). **(C)**

37. (BACEN 2006) Sejam as proposições:
p: atuação compradora de dólares por parte do Banco Central;
q: fazer frente ao fluxo positivo.
Se p implica q, então:
a) A atuação compradora de dólares por parte do Banco Central é condição necessária para fazer frente ao fluxo positivo.
b) Fazer frente ao fluxo positivo é condição suficiente para a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central.
c) A atuação compradora de dólares por parte do Banco Central é condição suficiente para fazer frente ao fluxo positivo.
d) Fazer frente ao fluxo positivo é condição necessária e suficiente para a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central.
e) A atuação compradora de dólares por parte do Banco Central não é condição suficiente e nem necessária para fazer frente ao fluxo positivo.

Resolução: Quando temos uma proposição do tipo $p \rightarrow q$, temos que:
p é condição **suficiente** para **q** e **q** é condição **necessária** para **p**. Então : **a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central é condição suficiente para fazer frente ao fluxo positivo. (C)**

38. (Tec. Cont. Interno 99) Um estudante e um garçom, tiveram o seguinte diálogo numa lanchonete:
Garçom: o que deseja?
Estudante: Se eu comer um sanduíche então não comerei salada, mas tomarei sorvete.
A situação que torna a declaração do estudante FALSA é:
a) O estudante não comeu salada, mas tomou sorvete.
b) O estudante comeu sanduíche, não comeu salada e tomou sorvete.
c) O estudante não comeu sanduíche.
d) O estudante comeu sanduíche, mas não tomou sorvete.
e) O estudante não comeu sanduíche, mas comeu salada.

Resolução: $A \rightarrow (\sim B \wedge C)$
Para tornar a declaração do estudante falsa, teremos que negar a proposição:
$\sim(A \rightarrow (\sim B \wedge C)) \Leftrightarrow A \wedge \sim(\sim B \wedge C) \Leftrightarrow A \wedge B \vee \sim C$

Portanto o estudante **comeu sanduíche**, **comeu salada mas não tomou sorvete**. **(D)**.

39. Analise as proposições abaixo atribuindo C para correta, E para errada, depois marque a alternativa com a sequência correspondente:
I. Se as proposições p e q são ambas verdadeiras, então a proposição (~p v ~q) também é verdadeira. ( )
II. Se a proposição t é verdadeira e a proposição r é falsa, então a proposição $r \rightarrow \sim t$ é falsa. ( )
III. Se as proposições p e q são verdadeiras e a proposição r é falsa, então a proposição $(p \wedge r) \rightarrow \sim q$ é verdadeira. ( )
a) CCC b) ECE c) EEC d) ECC e) EEE

Resolução:
I. p = V , q = V (~p v ~q) também é verdadeira. (**E**)
~p = F , ~q = F $\Rightarrow$ F v F = F
II. t = V , r = F, $r \rightarrow \sim t$ é falsa. (**E**)
$F \rightarrow F = V$
III. p = V , q = V, r = F , $(p \wedge r) \rightarrow \sim q$ é verdadeira. (**C**)
$(V \wedge F) \rightarrow F$ $F \rightarrow F = V$
Alternativa correta: C

40. (ICMS/SP 2006) Se considerarmos que p é falsa na sentença $\sim\{[(p \rightarrow q) \vee r] \leftrightarrow [q \rightarrow (\sim p \vee r)]\}$, então é verdade que:
a) Essa sentença é uma tautologia.
b) O valor lógico dessa sentença é sempre F.
c) Nas linhas da tabela-verdade em que p é falsa, a sentença é verdadeira.
d) Nas linhas da tabela-verdade em que p é falsa, a sentença é falsa.
e) Faltou informar o valor lógico de q e de r.

Resolução: Construindo a tabela-verdade (fazendo p Falso):

p	q	r	(p→q)	[(p→q) v r]	~p	(~p v r)	[q→(~p v r)]
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

[(p→q) v r] ↔ [q→(~p v r)]	~{[(p→q) v r]↔ [q→(~p v r)]}
V	F
V	F
V	F
V	F

nas linhas da tabela-verdade em que p é falsa, a sentença é falsa. (D)

41. (Fiscal do Trabalho 98) De três irmãos – José, Adriano e Caio, sabe-se que ou José é o mais velho, ou Adriano é o mais moço. Sabe-se, também, que ou Adriano é o mais velho, ou Caio é o mais velho. Então o mais velho e o mais moço dos três irmãos são respectivamente:
a) Caio e José
b) Caio e Adriano
c) Adriano e Caio
d) Adriano e José
e) José e Adriano

Resolução: Temos duas disjunções exclusivas:
I. **ou** José é o mais velho **ou** Adriano é o mais moço. (V)
II. **ou** Adriano é o mais velho **ou** Caio é o mais velho. (V)
A proposição do tipo disjunção exclusiva (ou...ou) só é verdadeira se somente uma das duas proposições é verdadeira e a outra necessariamente é falsa.
I. Na proposição (I), José não poderá ser o mais velho, pois isso tornaria a proposição (II) inteiramente falsa. Portanto, **Adriano é o mais moço**.
II. Sabendo que , **Adriano é o mais moço** (I), só resta concluir que **Caio é o mais velho**. **(B)**

42. (ICMS/SP 2006) Considere as afirmações abaixo:
I. O número de uma tabela-verdade é sempre um número par.

II. A proposição "$(10 < \sqrt{10}) \leftrightarrow (8 - 3 = 6)$" é falsa.
III. Se p e q são proposições simples. Então a proposição composta "$(p \rightarrow q) \vee \sim q$" é uma tautologia.
É verdade o que se afirma APENAS em:
a) I b) II c) III d) I e II e) I e III
Resolução:
I. O número de linhas de uma tabela-verdade é dado por:
$L = 2^n$, onde n é o número de proposições. Então o número de linhas será sempre múltiplo de dois e, portanto sempre par. (**Verdadeira**)
II. $(10 < \sqrt{10}) = F \leftrightarrow (8 - 3 = 6) = V$. $F \leftrightarrow F = V$ (**Falsa**).
III. montando a tabela-verdade temos:

p	q	(p→q)	~q	(p→q) v ~q
V	V	V	F	**V**
V	F	F	V	**V**
F	V	V	F	**V**
F	F	V	V	**V**

É uma tautologia. (**Verdadeira**)

É verdade o que se afirma apenas em I e III. (E)

43. (BACEN 2005) Aldo, Benê e Caio receberam uma proposta para executar um projeto. A seguir são registradas as declarações dadas pelos três, após a conclusão do projeto:
- Aldo: "Não é verdade que Benê e Caio executaram o projeto".
- Benê: "Se Aldo não executou o projeto, então Caio o executou".
- Caio: "Eu não executei o projeto, mas Aldo ou Benê o executaram".

Se somente a afirmação de Benê é falsa, então o projeto foi executado APENAS por:
a) Aldo. b) Benê. c) Caio.
d) Aldo e Benê. e) Aldo e Caio.
Resolução:
A: Aldo executou o projeto. $\sim(B \text{ e } C) \Leftrightarrow \sim B \text{ ou } \sim C$ (V)
B: Benê executou o projeto. $\sim(\sim A \rightarrow C) \Leftrightarrow \sim A \text{ e } \sim C$ (V)
C: Caio executou o projeto. $\sim C \text{ e } (A \text{ ou } B)$ (V)
Conclusão:
II. **<u>~A e ~C (V):</u>** os dois tem que ser verdadeiros então: **~A (Aldo não executou)** e **~C (Caio não executou)**.
III. **<u>~C e (A ou B) (V):</u>** Os dois têm que ser verdadeiros então: Pela expressão II, já sabemos que ~C é verdadeiro. Para (A ou B) ser verdadeiro uma das duas tem que necessariamente ser verdadeiro, se na expressão II, ~A é verdadeiro, então A é falso e logo, **B é verdadeiro**, portanto **Benê executou o projeto**. **Alternativa (B)**.

44. (Fiscal do Trabalho 98) Chama-se tautologia a toda proposição que é sempre verdadeira, independentemente da verdade dos termos que a compõe. Um exemplo de tautologia é:
a) Se João é alto, então João é alto ou Guilherme é gordo.
b) Se João é alto, então João é alto e Guilherme é gordo.
c) Se João é alto ou Guilherme é gordo, então Guilherme é gordo.
d) Se João é alto ou Guilherme é gordo, então João é alto e Guilherme é gordo.
e) Se João é alto ou não é alto, então Guilherme é gordo.

Resolução: Temos duas proposições simples:
A: João é alto.
B: Guilherme é gordo.
Analisando a alternativa (A) temos a seguinte tabela-verdade:

A	B	(A v B)	A→(A v B)
V	V	V	**V**
V	F	V	**V**
F	V	V	**V**
F	F	F	**V**

A alternativa (A) é uma tautologia.

45. Considere as sentenças abaixo:

P	Fumar deve ser proibido.
Q	Fumar deve ser encorajado.
R	Fumar não faz bem à saúde.
T	Muitos europeus fumam.

Com base nas informações acima, julgue os itens seguintes:
I. ( ) A sentença "Fumar deve ser proibido, mas muitos europeus fumam" pode ser corretamente representada por $P \wedge (\sim T)$.
II. ( ) A sentença "Fumar não deve ser proibido e fumar faz mal à saúde" pode ser corretamente representada por $(\sim P) \wedge (\sim R)$.
III. ( ) A sentença "Se fumar faz bem à saúde, deve ser proibido" pode ser corretamente representada por $R \rightarrow P$.
IV. ( ) A sentença "Se fumar não faz bem à saúde e não é verdade que muitos europeus fumam, então fumar deve ser proibido" pode ser corretamente representada por $(R \wedge (\sim T)) \rightarrow P$.
V. ( ) A sentença "Tanto é falso que fumar não faz bem à saúde como é falso que fumar deve ser proibido conseqüentemente, muitos europeus fumam" pode ser corretamente representada por $T \rightarrow ((\sim R) \wedge (\sim P))$.

O número de itens corretos é:
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5
Resolução:
I. ERRADO. O correto seria $P \wedge T$.
II. CORRETA.
III. CORRETA.
IV. CORRETA.
V. ERRADO. O correto seria $((\sim R) \wedge (\sim P)) \rightarrow T$.
Alternativa correta (C).

46. Se nasci em Belém, então sou paraense, Logo:
a) Nascer em Belém é condição necessária para ser paraense.
b) Ser paraense é condição suficiente para nascer em Belém.
c) Nascer em Belém é condição necessária e suficiente para ser paraense.
d) Não nascer em Belém é condição necessária para não ser paraense.
e) Não ser paraense é condição necessária para não nascer em Belém.

Resolução: Do ponto de vista da lógica uma proposição condicional, é equivalente a $(B \rightarrow P) \Leftrightarrow (\sim P \rightarrow \sim B)$.
Analisemos as duas formas:
$B \rightarrow P$: Nascer em Belém é cond. suf. para ser paraense.
Ser paraense é cond. nec. Para nascer em Belém.
$\sim P \rightarrow \sim B$: Não ser paraense é cond. suf. para não nascer em Belém.
Não nascer em Belém é condição necessária para não ser paraense. (D)

47. Sabe-se que: se chover, então eu não vou sair de casa. Logo, pode-se concluir que:
a) Chover é condição necessária para eu não sair de casa.
b) Se não chover então eu vou sair de casa.
c) Se não chover então eu não vou sair de casa.
d) Se não chover eu posso sair ou não de casa.
e) Se eu não sai de casa é porque não choveu.
Resolução: a proposição condicional diz que:
"se chover, então eu não vou sair de casa." Sendo assim, se não chover posso sair ou não, pois não foi afirmado o que eu faria se não chovesse.(veja tabela-verdade, quando a condição é falsa, podemos ter a conclusão verdadeira ou falsa que o resultado será verdadeiro) **Alternativa (D)**.

48. (ESAF 2004) Homero não é honesto, ou Júlio é justo. Homero é honesto, ou Júlio é justo, ou Beto é bondoso. Beto é

bondoso, ou Júlio não é justo. Beto não é bondoso, ou Homero é honesto. Logo:
a) Beto é bondoso, Homero é honesto, Júlio não é justo.
b) Beto não é bondoso, Homero é honesto, Júlio não é justo.
c) Beto é bondoso, Homero é honesto, Júlio é justo.
d) Beto não é bondoso, Homero não é honesto, Júlio não é justo.
e) Beto não é bondoso, Homero é honesto, Júlio é justo.
Resolução:
A: Homero é honesto. ~A ou B ⇔ A → B
B: Júlio é justo. A ou B ou C
C: Beto é bondoso. C ou ~B ⇔ ~B ou C ⇔ B → C
~C ou A ⇔ C → A
Conclusão:
Pela cadeia de proposições condicionais, conclui-se que se A é verdadeiro, B é verdadeiro e C é verdadeiro, o que inclusive torna verdadeira a proposição **A ou B ou C**. Ou seja, **Beto é bondoso, Homero é honesto, Júlio é justo. (C)**

49. (Téc. Controle Interno) A função f não é injetora e também não é sobrejetora, logo, logicamente é uma função:
a) bijetora.
b) não injetora e sobrejetora.
c) injetora e sobrejetora.
d) não injetora ou sobrejetora.
e) injetora ou sobrejetora.
Resolução: A negação de uma conjunção ~A e ~B é A ou B (nega-se a primeira, troca-se o "**e**" pelo "**ou**" e nega-se a segunda) então temos: **injetora ou sobrejetora. (E)**

50. (MPU ESAF 2001) Sabe-se que João estar feliz é condição necessária para Maria sorrir e condição suficiente para Daniela abraçar Paulo. Sabe-se também, que Daniela abraçar Paulo é condição necessária e suficiente para Sandra abraçar Sérgio. Assim quando Sandra não abraça Sérgio:
a) João está feliz, Maria sorri e Daniela abraça Paulo.
b) João não está feliz, Maria sorri e Daniela não abraça Paulo.
c) João está feliz, Maria sorri e Daniela não abraça Paulo.
d) João não está feliz, Maria não sorri e Daniela não abraça Paulo.
e) João não está feliz, Maria sorri e Daniela abraça Paulo.
Resolução:
A: Maria sorri. A → B
B: João está feliz. B → C
C: Daniela abraça Paulo. C ↔ D
D: Sandra abraça Sérgio.
Conclusão: ~D (Sandra não abraça Sérgio)
~D ↔ **~C** (Daniela **não** abraça Paulo)
~C → **~B** (João **não** está feliz)
~B → **~A** (Maria **não** sorri) **(D)**

51. (Fiscal do Trabalho 98) Se o jardim não é florido, então o gato mia. Se o jardim é florido, então o passarinho não canta. Ora, o passarinho canta. Logo:
a) o jardim é florido e o gato mia.
b) o jardim é florido e o gato não mia.
c) o jardim não é florido e o gato mia.
d) o jardim não é florido e o gato não mia.
e) se o passarinho canta, então o gato não mia.
Resolução:
A: o jardim é florido. ~A → B
B: o gato mia. A → ~C
C: o passarinho canta.
Conclusão: C (o passarinho canta)
~(~C) → **~A** (**o jardim não é florido**) **(C)**
~A → **B** (**o gato mia**) **(C)**

52. (FUVEST) Todas as cartas apresentam uma letra em uma face e um número na outra. Alguém disse: "Se a letra da carta é uma vogal, então atrás tem um número par".

A	**B**	**2**	**3**

Para verificar se o que foi dito é verdade, precisamos necessariamente virar:
a) todas as cartas.
b) somente as duas primeiras.
c) somente as duas últimas.
d) somente a primeira e a última.
e) somente a primeira e a terceira.
Resolução: Se a letra não for uma vogal, o número no verso pode ser par ou ímpar, não importa. Para tornar um se então falso, só se tivermos a 1ª proposição verdadeira e a 2ª proposição falsa, ou seja, se tivermos vogal com número não par, ou melhor **vogal e ímpar**. Só há possibilidade de isto ocorrer na 1ª e na última carta. **Alternativa (D)**.

53. (MPU ESAF 2001) Quando não vejo Carlos, não passeio ou fico deprimida. Quando chove, não passeio e fico deprimida. Quando não faz calor e passeio, não vejo Carlos. Quando não chove e estou deprimida, não passeio. Hoje passeio. Portanto, hoje:
a) vejo Carlos, não estou deprimida, chove e não faz calor.
b) não vejo Carlos, estou deprimida, chove e faz calor.
c) vejo Carlos, não estou deprimida, não chove e faz calor.
d) não vejo Carlos, estou deprimida, não chove e não faz calor.
e) vejo Carlos, estou deprimida, não chove e faz calor.
Resolução:
A: vejo Carlos. ~A → (~B ou C)
B: passeio. D → (~B e C)
C: fico deprimida. (~E e B) → ~A
D: chove. (~D e C) → ~B
E: faz calor
Análise: B (passeio)
IV. **(~D e C)** → **~B**: Se B é verdadeiro, então ~B é falso, e (~D e C) terá que ser falso para a sentença ser verdadeira. Para (~D e C) ser falso, temos duas situações: as duas seriam falsas, o que contraria na sentença II, pois D seria verdadeiro e C falso tornando a sentença II falsa. Portanto resta concluir que: **~D é verdadeiro** e C é falso, sendo portanto **~C verdadeiro**.
I. **~A → (~B ou C)** : Na sentença I, se ~B é falso e C é falso, resta concluir que ~A é falso e portanto **A verdadeiro**.
III. **(~E e B) → ~A** : Na sentença III, se ~A é falso e B é verdadeiro, para que a sentença seja verdadeira, é necessário que ~E seja falso, então **E é verdadeiro**.
Conclusão:
A (**vejo Carlos**), ~C (**não estou deprimida**) , ~D (**não chove**), E (**faz calor**). **Alternativa(C)**.

54. (ICMS 2006) Seja a sentença aberta A: (~p v p) ↔ $\boxed{}$ e a sentença B: "Se o espaço $\boxed{}$ for ocupado por uma .....(I)....., a sentença **A** será uma .....(II)....." . A sentença **B** se tornará verdadeira se I e II forem substituídos, respectivamente, por:
a) tautologia e contingência
b) contingência e contingência
c) contradição e tautologia
d) contingência e contradição
e) tautologia e contradição
Resolução: construindo a tabela-verdade temos:

P	~P	(~P v P)	↔	↔	↔
V	F	V	V = V	F = F	V = V
F	V	V	V = V	F = F	F = F

tautologia e tautologia
contradição e contradição
contingência e contingência
Resposta: (B)

55. (ICMS 2006) Dada a sentença $\boxed{}$ → ~(~P ^ Q ^ R), complete o espaço $\boxed{}$ com uma e uma só das sentenças simples P, ~P, Q, ~Q, R ou ~R para que a sentença dada seja

uma tautologia. Assinale a opção que corresponde a essa condição:
a) Somente Q.
b) Somente P.
c) Somente uma das duas: Q ou R.
d) Somente uma das três: ~P, Q ou R.
e) Somente uma das três: P, ~Q ou ~R.
Resolução: Construindo a tabela-verdade, temos:

P	Q	R	~P	~P ^ Q	~P ^ Q ^ R	~(~P^Q^R)
V	V	V	F	F	F	V
V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V	F
F	V	F	V	V	F	V
F	F	V	V	F	F	V
F	F	F	V	F	F	V

Quando temos uma condicional: $\boxed{} \rightarrow$ ~(~P ^ Q ^ R)
A conclusão sendo verdadeira, qualquer valor para a condição (V ou F) teremos um resultado verdadeiro.
Porém a conclusão sendo falsa, só teremos o resultado verdadeiro se a condição for falsa. Então temos que analisar apenas a **5ª linha**, onde temos a conclusão falsa.

P→ ~(~P ^ Q ^ R) = F → F = **V**
~P→ ~(~P ^ Q ^ R) = V → F = F
Q→ ~(~P ^ Q ^ R) = V → F = F
~Q→ ~(~P ^ Q ^ R) = F → F = **V**
R→ ~(~P ^ Q ^ R) = V → F = F
~R→ ~(~P ^ Q ^ R) = F → F = **V**

Resposta = Somente uma das três: **P, ~Q ou ~R** **(E)**

56. O professor de matemática e raciocínio lógico Paulo Delgado fez as seguintes afirmações**:**

X > Q e Z < Y
X > Y e Q > Y, se e somente se Y > Z
R ≠ Q, se e somente se Y = X

Sabendo-se que todas as afirmações do professor são verdadeiras, conclui-se corretamente que:
a) X > Y > Q > Z
b) X > R > Y > Z
c) Z < Y < X < R
d) X > Q > Z > R
e) Q < X < Z < Y
Resolução: As afirmações são todas verdadeiras, logo:
<u>**1ª sentença**</u>: Para uma conjunção ser verdadeira, as duas proposições tem que ser verdadeiras, portanto, **X > Q = V** e **Z < Y = V** (ou Y > Z = V).
<u>**2ª sentença**</u>: Já vimos que Y>Z = V. Uma bicondicional para ser verdadeira com uma das duas proposições sendo verdadeira, a outra também será verdadeira, portanto, **X > Y = V** e **Q > Y = V**.
<u>**3ª sentença**</u>: Se X > Y = V, então **X = Y é Falso**. Uma bicondicional para ser verdadeira com uma das duas proposições sendo falsa, a outra também será falsa, portanto, R ≠ Q é falso, ou seja **R = Q é verdadeiro**.
Juntando tudo temos: X > Q, Q > Y, Y > Z⇒ X > Q > Y > Z, como Q = R então **X > R > Y > Z** **(B)**

57. (UFB) Assinale a alternativa correta: Se p é uma proposição verdadeira, então:
a) p ^ q é verdadeira, qualquer que seja q.
b) p v q é verdadeira, qualquer que seja q.
c) p ^ q é verdadeira, só se q for falsa.
d) p → q é falsa, qualquer que seja q.
e) p ↔ q é falsa, qualquer que seja q.
Resolução: O **ou** só é falso se as duas proposições componentes forem falsas. Sabendo que p é verdadeira, basta para concluirmos que p v q é verdadeira.

58. Assinale a alternativa correta:
a) p v q é verdade → p ^ q é verdade.
b) p ^ q é verdade ↔ p v q é verdade.
c) p v q é verdade ↔ p ^ q é verdade.
d) p v q é falso → p ^ q é falso.
e) p ^ q é falso ↔ p v q é verdade.
Resolução: O **ou** só é falso se as duas proposições componentes forem falsas. Logo, sabendo que p v q é falso, podemos concluir que p ^ q é falso também. **(D)**

59. (ESAF – TCU 1999) Se Flávia é filha de Fernanda, então Ana não é filha de Alice. Ou Ana é filha de Alice, ou Ênia é filha de Elisa. Se Paula não é filha de Paulete, então Flávia é filha de Fernanda. Ora, nem Ênia é filha de Elisa nem Inês é filha de Isa. Logo:
a) Paula é filha de Paulete e Flávia é filha de Fernanda.
b) Paula é filha de Paulete e Ana é filha de Alice.
c) Paula não é filha de Paulete e Ana é filha de Alice.
d) Ênia é filha de Elisa ou Flávia é filha de Fernanda.
e) Se Ana é filha de Alice, Flávia é filha de Fernanda.
Resolução:
A: Flávia é filha de Fernanda. A → ~B
B: Ana é filha de Alice. ou B ou C
C: Ênia é filha de Elisa. ~D → A
D: Paula é filha de Paulete.
E: Inês é filha de Isa.
Conclusão: **~C** (Ênia não é filha de Elisa)
~E (Inês não é filha de Isa)
ou **B** ou C (**~C**) (Ana é filha de Alice) **(B)**
~(~B)→ **~A** (Flávia **não** é filha de Fernanda)
~A → ~(**~D**) (Paula é filha de Paulete) **(B)**

60. (ESAF – AFTN 96) Se Nestor disse a verdade, Júlia e Raul mentiram. Se Raul mentiu, Lauro falou a verdade. Se Lauro falou a verdade, há um leão feroz nesta sala. Ora, não há um leão feroz nesta sala. Logo:
a) Nestor e Júlia disseram a verdade.
b) Nestor e Lauro mentiram.
c) Raul e Lauro mentiram.
d) Raul mentiu ou Lauro disse a verdade.
e) Raul e Júlia mentiram.
Resolução:
A: Nestor disse a verdade. A → ~B e ~C
B: Júlia disse a verdade. ~C → D
C: Raul disse a verdade. D → E
D: Lauro disse a verdade.
E: Há um leão feroz nesta sala.
Conclusão: **~E** (não há um leão feroz nesta sala)
~E → **~D** (Lauro mentiu) **(B)**
~D → **~(~C)** (Raul disse a verdade)
~B(**B**) e ~C(C) (Júlia disse a verdade)
~(~B e ~C)→**~A** (Nestor mentiu) **(B)**

61. (ESAF 2004) Se não leio, não compreendo. Se jogo, não leio. Se não desisto, compreendo. Se é feriado, não desisto. Então:
a) se jogo, não é feriado.
b) se não jogo, é feriado.
c) se é feriado, não leio.
d) se não é feriado, leio.
e) se é feriado, jogo.
Resolução:
A: leio. ~A → ~B
B: compreendo. C → ~A
C: jogo. ~D → B ⇒ ~B → ~(~D) ⇒**~B → D**
D: desisto. E → ~D ⇒ ~(~D) → ~E ⇒ **D → ~E**
E: é feriado.
Conclusão: A cadeia de condicional está fora de ordem, para arrumá-la, é necessário fazer a equivalência das duas últimas. **C** → ~A, ~A → ~B, ~B → D, D → **~E**
Após formar a cadeia de condicional, fica claro concluirmos que **"se jogo, não é feriado" (A)**

62. Sabe-se que:
- (p ^ q) → r é verdadeiro.
- p ↔ ~r é falso.

- (p v q) → r é falso.

Os valores lógicos das proposições simples p, q e r são, respectivamente:
a) V, V, V b) F, F, F c) V, F, F
d) V, F, V e) F, V, F
Resolução:
<u>(p v q) → r é falso</u>. Uma condicional só é falsa quando a 1ª proposição (p v q) é verdadeira e a 2ª proposição (r) é falsa, portanto **r é falso.**
Se r é falso, então ~r é verdadeiro.
<u>p ↔ ~r é falso</u>. Uma bicondicional só é falsa quando as proposições possuem valores lógicos contrários. Como ~r é verdadeiro, **p só pode ser falso**.
<u>(p v q) é verdadeiro</u>. (visto acima). Para uma disjunção ser verdadeira, é necessário que pelo menos uma das duas proposições seja verdadeira. Como p é falso, **q só pode ser verdadeiro**.
p = F, q = V, r = F (E)

63. (Fiscal do Trabalho 98) Se Luís estuda História, então Pedro estuda Matemática. Se Helena estuda Filosofia, então Jorge estuda Medicina. Ora, Luís estuda História ou Helena estuda Filosofia. Logo, segue-se necessariamente que:
a) Pedro estuda Matemática ou Jorge estuda Medicina.
b) Pedro estuda Matemática e Jorge estuda Medicina.
c) Se Luís estuda História, então Jorge não estuda Medicina.
d) Helena estuda Filosofia e Pedro estuda Matemática.
e) Pedro estuda Matemática ou Helena estuda Filosofia.
Resolução:
A: Luís estuda História. A → B
B: Pedro estuda Matemática. C → D
C: Helena estuda Filosofia.
D: Jorge estuda Medicina.
Conclusão:
A ou C (Luís estuda História ou Helena estuda Filosofia) = V
Não temos uma condição específica para iniciar o encadeamento de condicionais. A afirmação: Luís estuda História **ou** Helena estuda Filosofia, é verdadeira, então basta que uma das duas seja verdadeira.
Admitindo que Luís estuda História, concluímos que **Pedro estuda Matemática**.
Admitindo Helena estuda Filosofia, concluímos que **Jorge estuda Medicina**.
Sendo assim, como uma das afirmações do **ou** tem de ser verdade, segue-se necessariamente que Pedro estuda Matemática ou Jorge estuda Medicina. **Alternativa (A)**

64. (MF 2009 – ESAF) Entre os membros de uma família existe o seguinte arranjo: Se Márcio vai ao shopping, Marta fica em casa. Se Marta fica em casa, Martinho vai ao shopping. Se Martinho vai ao shopping, Mário fica em casa. Dessa maneira, se Mário foi ao shopping, pode-se afirmar que:
a) Marta ficou em casa.
b) Martinho foi ao shopping.
c) Márcio não foi ao shopping e Marta não ficou em casa.
d) Márcio e Martinho foram ao shopping.
e) Márcio não foi ao shopping e Martinho foi ao shopping.
Resolução: Temos a cadeia de proposições condicionais – **A implica em B que implica em C**...
A: Márcio vai ao shopping. A→ B
B: Marta fica em casa. B→ C
C: Martinho vai ao shopping. C→ D
D: Mário fica em casa. ~D→ ~C→ ~B → ~A
Conclusão: ~D (Mário não fica em casa)
~D→ **~C** (Martinho não vai ao shopping)
~C→ **~B** (**Marta não fica em casa**) **(C)**
~B→ **~A** (**Márcio não vai ao shopping**). **(C)**

65. (MF 2009 – ESAF) X e Y são números tais que: Se X ≤ 4, então Y > 7. Sendo assim:
a) Se Y ≤ 7, então X > 4. d) Se Y < 7, então X ≥ 4.
b) Se Y > 7, então X ≥ 4. e) Se x < 4, então Y ≥ 7.
c) Se X ≥ 4, então Y < 7.
Resolução: Uma proposição condicional do tipo A → B equivale lógicamente a uma proposição condicional do tipo (~B → ~A), ou seja, **"se Y não é maior que 7, então X não é menor ou igual a 4".** Isto está corretamente escrito na alternativa **(A) Se Y ≤ 7, então X > 4.**

66. (MF 2009 – ESAF) A negação de "Ana ou Pedro vão ao cinema e Maria fica em casa" é:
a) Ana e Pedro não vão ao cinema ou Maria fica em casa.
b) Ana e Pedro não vão ao cinema ou Maria não fica em casa.
c) Ana ou Pedro vão ao cinema ou Maria não fica em casa.
d) Ana ou Pedro não vão ao cinema ou Maria não fica em casa.
e) Ana e Pedro não vão ao cinema e Maria fica em casa.
Resolução: Temos uma proposição composta do tipo **"(A ou P) e M"**. A negação de uma proposição do tipo **"A e B"**, <u>é a negação da primeira **ou** negação da segunda</u>. Então temos, ~(A ou P) ou ~M, ainda precisamos negar o parênteses, e a negação de uma proposição do tipo **"A ou B"**, <u>é a negação da primeira **e** negação da segunda</u>. Então a negação final será: **"~A e ~P ou ~M" (B).**

67. (Fiscal do trabalho 98) Se não durmo, bebo. Se estou furioso, durmo. Se durmo, não estou furioso. Se não estou furioso, não bebo. Logo:
a) não durmo, estou furioso e não bebo.
b) durmo, estou furioso e não bebo.
c) não durmo, estou furioso e bebo.
d) durmo, não estou furioso e não bebo.
e) não durmo, não estou furioso e bebo.
Resolução: (F) ~A → B (F)
A: Eu durmo. (F) C → A (V)
B: Eu bebo. (V) A → ~C (V)
C: Eu estou furioso. (V) ~C → ~B (V)
Esta questão não apresenta uma conclusão, portanto, temos que tirá-las de acordo com a cadeia de proposições condicionais. Temos que começar pela 2ª proposição, pois **C** se contradiz com **~C**. Se atribuirmos o valor verdadeiro para **C**, a proposição **A** só poderá ser verdadeira e teremos na terceira proposição o valor falso, o que não pode ocorrer. Portanto **C é falso**, **A é verdadeiro** e **B é falso**.
Conclusão: A (**Eu durmo**) **~C** (Eu **não** estou furioso)
~B (Eu **não** bebo) **(D)**

68. (ESAF 2004) Se Fulano é culpado, então Beltrano é culpado. Se Fulano é inocente, então ou Beltrano é culpado, ou Sicrano é culpado, ou ambos, Beltrano e Sicrano, são culpados. Se Sicrano é inocente, então Beltrano é inocente. Se Sicrano é culpado, então Fulano é culpado. Logo:
a) Fulano é inocente, e Beltrano é inocente, e Sicrano é inocente.
b) Fulano é culpado, e Beltrano é culpado, e Sicrano é inocente.
c) Fulano é culpado, e Beltrano é inocente, e Sicrano é inocente.
d) Fulano é inocente, e Beltrano é culpado, e Sicrano é culpado.
e) Fulano é culpado, e Beltrano é culpado, e Sicrano é culpado.
Resolução: A → B
A: Fulano é culpado. ~A → ou (B ou C) ou (B e C)
B: Beltrano é culpado. ~C → ~B
C: Sicrano é culpado. C → A
Conclusão: A (Fulano é culpado)
A → **C** (Sicrano é culpado) **(E)**
A → **B** (Beltrano é culpado)

69. (ESAF 2002) Se Iara não fala italiano, então Ana fala alemão. Se Iara fala italiano, então ou Ching fala chinês ou Débora fala dinamarquês. Se Débora fala dinamarquês, Elton fala

espanhol. Mas Elton fala espanhol se e somente se não for verdade que Francisco não fala francês. Ora, Francisco não fala francês e Ching não fala chinês. Logo:
a) Iara não fala italiano e Débora não fala dinamarquês.
b) Ching não fala chinês e Débora fala dinamarquês.
c) Francisco não fala francês e Elton fala espanhol.
d) Ana não fala alemão ou Iara fala italiano.
e) Ana fala alemão e Débora fala dinamarquês.
Resolução: (V) $\sim I \rightarrow A$ (V)
$I \rightarrow$ (ou C ou D)
(F) (F) (F)
(F) $D \rightarrow E$ (F)
$E \leftrightarrow \sim(\sim F) \Leftrightarrow$ (F) $E \leftrightarrow F$ (F)
Conclusão: ~F (Francisco **não** fala francês)
~C (Ching **não** fala chinês)
$\sim F \leftrightarrow$ **~E** (Elton **não** fala espanhol)
$\sim E \rightarrow$ **~D** (Débora **não** fala dinamarquês) **(A)**
~(ou C ou D) $\rightarrow$ ~I (Iara **não** fala italiano) **(A)**
$\sim I \rightarrow A$ (Ana fala alemão)

70. (ESAF 2001) Ou Anaís será professora, ou Anelise será cantora, ou Anamélia será pianista. Se Ana for atleta, então Anamélia será pianista. Se Anelise for cantora, então Ana será atleta. Ora, Anamélia não será pianista. Então:
a) Anais será professora e Anelise não será cantora.
b) Anais não será professora e Ana não será atleta.
c) Anelise não será cantora e Ana será atleta.
d) Anelise será cantora ou Ana será atleta.
e) Anelise será cantora e Anamélia não será pianista.
Resolução:
A: Anaís será professora. ou A ou B ou C
B: Anelise será cantora. $D \rightarrow C$
C: Anamélia será pianista. $B \rightarrow D$
D: Ana será atleta.
Conclusão: ~C (Anamélia **não** será pianista)
$\sim C \rightarrow$ **~D** (Ana **não** será atleta)
$\sim D \rightarrow$ **~B** (Anelise **não** será cantora) **(A)**
ou **A** ou B(~B) ou C(~C)(Anaís será professora) **(A)**

71. (AFTN 96) José quer ir ao cinema assistir ao filme "Fogo contra Fogo", mas não em certeza se o mesmo está sendo exibido. Seus amigos, Maria, Luís e Júlio têm opiniões discordantes sobre se o filme está ou não em cartaz. Se Maria estiver certa, então Júlio está enganado. Se Júlio estiver enganado, então Luís está enganado. Se Luís estiver enganado, então o filme não está sendo exibido. Ora ou o filme "Fogo contra Fogo" está sendo exibido, ou José não irá ao cinema. Verificou-se que Maria está certa. Logo:
a) O filme "Fogo contra Fogo" está sendo exibido.
b) Luís e Júlio não estão enganados.
c) Júlio está enganado, mas não Luís.
d) Luís está enganado, mas não Júlio.
e) José não irá ao cinema.
Resolução:
A: Maria está certa. $A \rightarrow \sim B$
B: Júlio está certo. $\sim B \rightarrow \sim C$
C: Luís está certo. $\sim C \rightarrow \sim D$
D: O filme está sendo exibido. ou D ou ~E
E: José irá ao cinema.
Conclusão: Se Maria está certa (então a proposição **A** ocorre e pela cadeia de implicações, todas ocorrem, $A \rightarrow \sim B \rightarrow \sim C \rightarrow \sim D$). Ora se **~D** ocorre (**O filme não está sendo exibido**), então D não ocorre e portanto **~E** ocorre (**João não irá ao cinema**). **Alternativa (E).**

72. Se Ana é altruísta então Bruna é benevolente. Se Bruna é benevolente então Cláudia é conservadora. Sabe-se que Cláudia não é conservadora. Nestas condições, pode-se concluir que:
a) Ana não é benevolente.
b) Bruna não é altruísta.
c) Ana não é conservadora.
d) Cláudia não é altruísta.
e) Ana não é altruísta.
Resolução: Esta questão faz uso de uma estrutura bem conhecida na lógica: a cadeia de proposições condicionais – **A implica em B que implica em C**...
A: Ana é altruísta. $A \rightarrow B$
B: Bruna é benevolente. $B \rightarrow C$
C: Cláudia é conservadora. $\sim C \rightarrow \sim B \rightarrow \sim A$
Conclusão: ~C (Cláudia não é conservadora),
$\sim C \rightarrow$ **~B** (Bruna não é benevolente)
$\sim B \rightarrow$ **~A** (**Ana não é altruísta**).**(E)**

73. Se chove então faz frio. Assim sendo:
a) Chover é condição necessária para fazer frio.
b) Fazer frio é condição suficiente para chover.
c) Chover é condição necessária e suficiente para fazer frio.
d) Chover é condição suficiente para fazer frio.
e) Fazer frio é condição necessária e suficiente para chover.
Resolução: Em uma proposição condicional do tipo "Se A então B" temos que:
A é suficiente para B e B é necessário para A, assim:
Chover é condição suficiente para fazer frio.(D)
Fazer frio é condição necessária para chover.

74. (AFC 96) Se Carlos é mais velho do que Pedro, então Maria e Júlia têm a mesma idade. Se Maria e Júlia têm a mesma idade, então João é mais moço do que Pedro. Se João é mais moço do que Pedro, então Carlos é mais velho do que Maria. Ora, Carlos não é mais velho do que Maria. Então:
a) Carlos não é mais velho do que Júlia, e João é mais moço do que Pedro.
b) Carlos é mais velho do que Pedro, e Maria e Júlia têm a mesma idade.
c) Carlos e João são mais moços do que Pedro.
d) Carlos é mais velho do que Pedro, e João é mais moço do que Pedro.
e) Carlos não é mais velho do que Pedro, e Maria e Júlia não têm a mesma idade.
Resolução: Temos a cadeia de proposições condicionais – **A implica em B que implica em C**...
A: Carlos é mais velho do que Pedro. $A \rightarrow B$
B: Maria e Júlia têm a mesma idade. $B \rightarrow C$
C: João é mais moço do que Pedro. $C \rightarrow D$
D: Carlos é mais velho do que Maria. $\sim D \rightarrow \sim C \rightarrow \sim B \rightarrow \sim A$
Conclusão: ~D (Carlos não é mais velho do que Maria)
$\sim D \rightarrow$ **~C** (João não é mais moço do que Pedro)
$\sim C \rightarrow$ **~B** (**Maria e Júlia não têm a mesma idade**) **(E)**
$\sim B \rightarrow$ **~A** (**Carlos não é mais velho do que Pedro**) **(E)**

75. (ESAF 2002) Se $M = 2x + 3y$, então $M = 4p + 3r$. Se $M = 4p + 3r$, então $M = 2w - 3r$. Por outro lado, $M = 2x + 3y$, ou $M = 0$. Se $M = 0$, então $M + H = 1$. Ora, $M + H \neq 1$. Logo:
a) $2x + 3y = 0$
b) $4p + 3r \neq 2w - 3r$
c) $M \neq 2x + 3y$
d) $2x + 3y \neq 2w - 3r$
e) $M = 2w - 3r$
Resolução: A: $M = 2x + 3y$. $A \rightarrow B$
B: $M = 4p + 3r$. $B \rightarrow C$
C: $M = 2w - 3r$. A ou D
D: $M = 0$. $D \rightarrow E$
E: $M + H = 1$.
Conclusão: ~E ($M + H \neq 1$), $\sim E \rightarrow$ **~D** ($M \neq 0$)
A ou D(~D) ($M = 2x + 3y$), $A \rightarrow$ **B** ($M = 4p + 3r$)
$B \rightarrow$ **C** (**$M = 2w - 3r$**) **(E)**

76. (ESAF 2003) André é inocente ou Beto é inocente. Se Beto é inocente, então Caio é culpado. Caio é inocente se e somente se Dênis é culpado. Ora, Dênis é culpado, logo:
a) Caio e Beto são inocentes.
b) André e Caio são inocentes.

c) André e Beto são inocentes.
d) Caio e Dênis são culpados.
e) André e Dênis são culpados.

Resolução:
A: André é inocente. A ou B
B: Beto é inocente. $B \rightarrow C$
C: Caio é culpado. $\sim C \leftrightarrow D$
D: Dênis é culpado.
Conclusão: D (Dênis é culpado).
$D \leftrightarrow \sim C$ (Caio é inocente). **(B)**
$\sim C \rightarrow \sim B$ (Beto é culpado).
A ou B(~B) (André é inocente). **(B)**

77. Ou Celso compra um carro, ou Ana vai à África, ou Rui vai a Roma. Se Ana vai à África, então Luís compra um livro. Se Luís compra um livro, então Rui vai à Roma. Ora, Rui não vai à Roma, logo:
a) Celso compra um carro e Ana não vai à África.
b) Celso não compra um carro e Luís não compra um livro.
c) Ana não vai à África e Luís compra um livro.
d) Ana vai à África ou Luís compra um livro.
e) Ana vai à África e Rui não vai à Roma.

Resolução: ou C ou A ou R
(V) (F) (F)
(F) $A \rightarrow L$ (F)
(F) $L \rightarrow R$ (F)
Conclusão: ~R (Rui não vai à Roma).
$\sim R \rightarrow \sim L$(Luís não compra um livro).
$\sim L \rightarrow \sim A$ (**Ana não vai à África**). **(A)**
ou **C** ou A(~A) ou R(~R) (**Celso compra um carro**). **(A)**

78. (ESAF 2002) Se Carina é amiga de Carol, então Carmem é cunhada de Carol. Carmem não é cunhada de Carol. Se Carina não é cunhada de Carol, então Carina é amiga de Carol. Logo:
a) Carina é cunhada de Carmem e é amiga de Carol.
b) Carina não é amiga de Carol ou não é cunhada de Carmem.
c) Carina é amiga de Carol ou não é cunhada de Carol.
d) Carina é amiga de Carmem e é amiga de Carol.
e) Carina é amiga de Carol e não é cunhada de Carmem.

Resolução:
A: Carina é amiga de Carol. $A \rightarrow B$
B: Carmem é cunhada de Carol. $\sim C \rightarrow A$
C: Carina é cunhada de Carol.
Conclusão: ~B (Carmem não é cunhada de Carol)
$\sim B \rightarrow \sim A$ (**Carina não é amiga de Carol**) **(B) ou**
$\sim A \rightarrow \sim(\sim C)$ (Carina é cunhada de Carol).
A Alternativa B está correta, pois: Carina não é amiga de Carol **ou** não é cunhada de Carmem. (A palavra **ou**, faz com que só precise de uma proposição correta).

79. (Fiscal do Trabalho 97) Ou A = B, ou B = C, mas não ambos. Se B = D, então A = D. Ora, B = D, logo:
a) B diferente de C.
b) B diferente de A.
c) C igual a A.
d) C igual a D.
e) D diferente de A.

Resolução: ou A = B, ou B = C (mas não ambos).
$B = D \rightarrow A = D$.
Conclusão: $B = D \rightarrow A = D$
(se A = D e B= D então **A = B**)
se A = B ocorre, **então não ocorre B = C**,
portanto, **$A = B = D$** e **$B \neq C$ (A)**

80. (ESAF 2002) Ou lógica é fácil, ou Artur não gosta de lógica. Por outro lado, Se Geografia não é difícil, então lógica é difícil. Daí segue-se que, se Artur gosta de lógica, então:
a) Se Geografia é difícil, então lógica é difícil.
b) Lógica é difícil e Geografia é difícil.
c) Lógica é difícil ou Geografia é fácil.
d) Lógica é fácil e Geografia é difícil.
e) Lógica é fácil e Geografia é fácil.

Resolução:
A: Lógica é fácil. ou A ou ~B
B: Artur gosta de lógica. $C \rightarrow \sim A$
C: Geografia é fácil.
Conclusão: B (Artur gosta de lógica)
ou **A** ou ~B (**Lógica é fácil**) **(D)**
$\sim(\sim A) \rightarrow$ **~C** (**Geografia é difícil**) **(D)**

81. (ESAF 2004) Se a professora de matemática foi à reunião, nem a professora de inglês nem a professora de francês deram aula. Se a professora de francês não deu aula, a professora de português foi à reunião. Se a professora de português foi à reunião, todos os problemas foram resolvidos. Ora, pelo menos um problema não foi resolvido. Logo:
a) A professora de matemática não foi à reunião e a professora de francês não deu aula.
b) A professora de matemática e a professora de português não foram à reunião.
c) A professora de francês não deu aula e a professora de português não foi à reunião.
d) A professora de francês não deu aula ou a professora de português foi à reunião.
e) A professora de inglês e a professora de francês não deram aula.

Resolução:
A: a professora de matemática foi à reunião. $A \rightarrow \sim B$ e ~C
B: a professora de inglês deu aula. $\sim C \rightarrow D$
C: a professora de francês deu aula. $D \rightarrow E$
D: a professora de português foi à reunião.
E: todos os problemas foram resolvidos.
Conclusão: ~E(pelo menos um problema não foi resolvido)
$\sim E \rightarrow$ **~D** (a professora de português **não** foi à reunião) **(B)**
$\sim D \rightarrow \sim($**~C**) (a professora de francês deu aula)
~B(**B**) e ~C(**C**) (a professora de inglês deu aula)
$\sim(\sim B$ e $\sim C) \rightarrow$**~A** (a prof. de mat. **não** foi à reunião) **(B)**

82. (ESAF 2001) Se Vera viajou, nem Camile nem Carla foram ao casamento. Se Carla não foi ao casamento, Vanderléia viajou. Se Vanderléia viajou, o navio afundou. Ora, o navio não afundou. Logo:
a) Vera não viajou e Carla não foi ao casamento.
b) Camile e Carla não foram ao casamento.
c) Carla não foi ao casamento e Vanderléia não viajou.
d) Carla não foi ao casamento ou Vanderléia viajou.
e) Vera e Vanderléia não viajaram.

Resolução:
A: Vera viajou. $A \rightarrow \sim B$ e ~C
B: Camile foi ao casamento. $\sim C \rightarrow D$
C: Carla foi ao casamento. $D \rightarrow E$
D: Vanderléia viajou.
E: O navio afundou.
Conclusão: ~E (o navio não afundou)
$\sim E \rightarrow$ **~D** (Vanderléia **não** viajou) **(E)**
$\sim D \rightarrow \sim($**~C**) (Carla foi ao casamento)
~B(**B**) e ~C(**C**) (Camile foi ao casamento)
$\sim(\sim B$ e $\sim C) \rightarrow$**~A** (Vera **não** viajou) **(E)**

83. (ESAF 2002) O rei ir à caça é condição necessária para o duque sair do castelo, e é condição suficiente para a duquesa ir ao jardim. Por outro lado, o conde encontrar a princesa é condição necessária e suficiente para o barão sorrir e é condição necessária para a duquesa ir ao jardim. O barão não sorriu. Logo:
A) A duquesa foi ao jardim ou o conde encontrou a princesa.

B) Se o duque não saiu do castelo, então o conde encontrou a princesa.
C) O rei não foi à caça e o conde não encontrou a princesa.
D) O rei foi à caça e a duquesa não foi ao jardim.
E) O duque saiu do castelo e o rei não foi à caça.

Resolução:

A: O duque saiu do castelo $A \rightarrow B$
B: O rei foi à caça $B \rightarrow C$
C: A duquesa foi ao jardim. $D \leftrightarrow E$
D: O conde encontrou a princesa $C \rightarrow D$
E: O barão sorriu

Conclusão: ~E (O barão não sorriu)
$\sim E \leftrightarrow$ **~D** (O conde **não** encontrou a princesa) **(C)**
$\sim D \rightarrow$ **~C** (A duquesa **não** foi ao jardim)
$\sim C \rightarrow$ **~B** (O rei **não** foi à caça) **(C)**
$\sim B \rightarrow$ **~A** (O duque **não** saiu do castelo)

84. (DETRAN-AC) Segundo a Agência Nacional de Saúde, integram o grupo da gripe A(N1H1) mulheres grávidas ou pessoas com problemas respiratórios.
A esse respeito analise as afirmativas abaixo:

I. Mulheres grávidas que não apresentem problemas respiratórios não integram o grupo de risco.
II. Homens que apresentem problemas respiratórios integram o grupo de risco.
III. Mulheres grávidas que apresentem problemas respiratórios não integram o grupo de risco.

É (são) verdadeira(s), **APENAS**, a(s) afirmativa(s)
a) I b) I e II c) I e III d) II e) III

Resolução: "Integram o grupo de risco mulheres grávidas **ou** pessoas com problemas respiratórios". Uma disjunção inclusiva (**ou**) basta que uma seja verdadeira, isto é, basta que a pessoa apresente uma dos dois sintomas: gravidez ou problema respiratório para fazer parte do grupo de risco. Portanto só está verdadeira a **afirmativa II. (D)**

85. (IBGE 2010) Considerando-se verdadeira a proposição composta "Se x é par, então y é positivo", conclui-se que:
a) Se x é ímpar, então y é negativo.
b) Se x é ímpar, então y não é positivo.
c) Se y é positivo, então x é par.
d) Se y é negativo, então x é par.
e) Se y é nulo, então x é ímpar.

Resolução: A equivalência da proposição condicional é:
$$(X \rightarrow Y) \Leftrightarrow (\sim Y \rightarrow \sim X).$$
então se y não é positivo, então x não é par, o que equivale a alternativa **(E) Se y é nulo, então x é ímpar.**

86. (IBGE 2010) Considere a proposição composta "A prova estava difícil e menos do que 20% dos candidatos foram aprovados no concurso". Sua negação é:
a) A prova estava difícil ou menos do que 20% dos candidatos foram aprovados no concurso.
b) A prova estava difícil e mais do que 80% dos candidatos foram reprovados no concurso.
c) A prova não estava difícil ou menos do que 20% dos candidatos foram reprovados no concurso.
d) A prova não estava difícil ou mais do que 80% dos candidatos foram reprovados no concurso.
e) A prova não estava difícil ou 20% dos candidatos foram reprovados no concurso.

Resolução: A negação de uma conjunção é a negação da primeira **ou** negação da segunda. Então temos:
A prova não estava difícil ou menos do que 20% dos candidatos foram reprovados no concurso. (C)

87. (ESAF MF 2006) Ricardo, Rogério e Renato são irmãos. Um deles é médico, outro é professor, e o outro é músico. Sabe-se que:

I. Ou Ricardo é médico, ou Renato é médico.
II. Ou Ricardo é Professor, ou Rogério é músico.
III. Ou Renato é músico, ou Rogério é musico.
IV. Ou Rogério é professor, ou Renato é professor.

Portanto, as profissões de Ricardo, Rogério e Renato são respectivamente:
a) professor, médico, músico.
b) médico, professor, músico.
c) professor, músico, médico.
d) músico, médico, professor.
e) médico, músico, professor.

Resolução: Temos quatro disjunções exclusivas:
A proposição do tipo disjunção exclusiva (ou...ou) só é verdadeira se somente uma das duas proposições é verdadeira e a outra necessariamente é falsa.
I. Na proposição (I), Renato não poderá ser o médico, pois isso faria com que Rogério fosse músico (III) e Ricardo ficaria sem profissão (II). Portanto, **Ricardo é o médico**. (I)
II. Sabendo que, **Ricardo é o médico** (I), **Rogério é músico** (II) e conclui-se que **Renato é professor** (IV). **(E)**

88. (ESAF MPU 2006) Nas férias, Carmem não foi ao cinema. Sabe-se que sempre que Denis viaja, Denis fica feliz. Sabe-se, também, que nas férias, ou Dante vai à praia ou vai à piscina. Sempre que Dante vai à piscina, Carmen vai ao cinema, e sempre que Dante vai à praia, Denis viaja. Então nas férias:
a) Denis não viajou e Denis ficou feliz.
b) Denis não ficou feliz e Dante não foi à piscina.
c) Dante foi à praia e Denis ficou feliz.
d) Denis viajou e Carmen foi ao cinema.
e) Dante não foi à praia e Denis não ficou feliz.

Resolução:

A: Denis viaja. (V) $A \rightarrow B$ (V)
B: Denis fica feliz. (V) ou C ou D (F)
C: Dante vai à praia. (F) $D \rightarrow E$ (F)
D: Dante vai à piscina. (V) $C \rightarrow A$ (V)
E: Carmen vai ao cinema.

Conclusão: ~E (Carmem não foi ao cinema)
$\sim E \rightarrow$ **~D** (Dante não foi à piscina)
ou C ou D(~D) (**Dante foi à praia**) **(C)**
$C \rightarrow$ **A** (Denis viajou)
$A \rightarrow$ **B** (**Denis ficou feliz**) **(C)**

89. (ANPAD 2006) Considere as seguintes premissas:
I. "Se não chover, Cláudia vai à praia".
II. "Se chover, Fábia vai ao clube".
Como choveu o dia inteiro, então:
a) "Cláudia não foi à praia" e "Fábia foi ao clube".
b) "Cláudia e Fábia não foram à praia".
c) "Cláudia e Fábia não foram ao clube".
d) "Cláudia não foi à praia"
e) "Fábia foi ao clube".

Resolução:

C: Chover (F) $\sim C \rightarrow Cl$ (V ou F)
Cl: Cláudia vai à praia (V) $C \rightarrow F$ (V)
F: Fábia vai ao clube

Conclusão: Como choveu o dia inteiro, **Fábia foi ao clube (E)**. Porém a condição para Cláudia ir à praia era de não chover, como choveu, tanto faz ela ir ou não à praia, portanto não podemos afirmar nada quanto à Cláudia.

90. (BB 2007) Uma proposição que é verdadeira em todas as suas valorações é uma tautologia. Quando ela é falsa em todas as suas valorações é uma contradição. E se não é tautologia nem contradição, é uma contingência. A proposição **A: (p^q) v r** é uma contingência que:
a) possui 2 avaliações V.
b) possui 3 avaliações V.
c) possui 4 avaliações V.
d) possui 5 avaliações V.
e) possui 6 avaliações V.

Resolução: Montando a tabela-verdade temos: **(D)**

p	q	r	(p^q)	(p^q) v r
V	V	V	V	**V**
V	V	F	V	**V**
V	F	V	F	**V**
V	F	F	F	F
F	V	V	F	**V**
F	V	F	F	F
F	F	V	F	**V**
F	F	F	F	F

91. (BB 2007) Considere as afirmações abaixo:
I. O BB foi criado em 1980.
II. Resolva sua prova corretamente.
III. Manuela tem mais de 40 anos.
São proposições:
a) apenas I.
b) apenas II.
c) apenas III.
d) apenas I e II.
e) apenas I e III.
Resolução:
Uma proposição é uma sentença, expressa em palavras ou símbolos, que representam um pensamento completo na forma **declarativa.** Não se pode atribuir um valor de verdadeiro ou falso às demais formas de sentenças como as interrogativas, exclamativas, imperativas e outras, embora elas também expressem pensamentos completos. A afirmação II é uma sentença imperativa, enquanto I e III são declarativas, portanto **apenas I e III são proposições (E)**.

92. (ESAF MPOG 2006) Dizer que: "Ana não é alegre ou Beatriz é feliz" é do ponto de vista lógico, o mesmo que dizer:
a) Se Ana não é alegre, então Beatriz é feliz.
b) Se Beatriz é feliz, então Ana é alegre.
c) Se Ana é alegre, então Beatriz é feliz.
d) Se Ana é alegre, então Beatriz não é feliz.
e) Se Ana não é alegre, então Beatriz não é feliz.
Resolução: Do ponto de vista lógico, a negação da primeira **ou** afirmação da segunda (~A v B), é equivalente a dizer que a afirmação da primeira implica na afirmação da segunda, ou seja, (A → B). **(~A v B) ⇔ (A → B)**
Logo: "Ana não é alegre ou Beatriz é feliz" ⇔ **"Se Ana é alegre, então Beatriz é feliz". (C)**

93. (ESAF MPOG 2006) Ana, Beatriz e Carla desempenham diferentes papéis em uma peça de teatro. Uma delas faz o papel de bruxa, a outra o de fada, e a outra, o de princesa. Sabe-se que:
I. Ou Ana é a Bruxa, ou Carla é a bruxa.
II. Ou Ana é a fada, ou Beatriz é a princesa.
III. Ou Carla é princesa, ou Beatriz é a princesa.
IV. Ou Beatriz é a fada, ou Carla é a fada.
Com essas informações, conclui-se que os papéis de Ana e Carla são respectivamente:
a) bruxa e fada.
b) bruxa e princesa.
c) fada e bruxa.
d) princesa e fada.
e) fada e princesa.
Resolução: Temos quatro disjunções exclusivas:
A proposição do tipo disjunção exclusiva (ou...ou) só é verdadeira se somente uma das duas proposições é verdadeira e a outra necessariamente é falsa.
I. Na proposição (I), Carla não poderá ser a Bruxa, pois isso faria com que Beatriz fosse a princesa (III) e a fada (IV) e deixaria Ana sem papel na peça e Beatriz não poderia desempenhar dois papéis ao mesmo tempo. Portanto, **Ana é a bruxa**. (I)
II. Sabendo que, **Ana é a bruxa** (I), **Beatriz é a princesa** (II) e conclui-se que **Carla é a fada** (IV). **(A)**

94. (ESAF MPOG 2006) Carmem, Gerusa e Maribel são suspeitas de um crime. Sabe-se que o crime foi cometido por uma ou mais de uma delas, já que podem ter agido individualmente ou não. Sabe-se que, se Carmem é inocente então Gerusa é culpada. Sabe-se também que ou Maribel é culpada ou Gerusa é culpada, mas não as duas. Ora, Maribel não é inocente logo:
a) Gerusa e Maribel são as culpadas.
b) Carmem e Maribel são culpadas.
c) Somente Carmem é inocente.
d) Somente Gerusa é culpada.
e) Somente Maribel é culpada.
Resolução:
G: Gerusa é culpada. (F) ~C → G (F)
M: Maribel é culpada. (V) ou M ou G (F)
C: Carmem é culpada.
Conclusão: M (Maribel é culpada). **(B)**
ou M ou G (**~G**) (Gerusa não é culpada).
~G → **C** (Carmem é culpada). **(B)**

95. (ESAF MPOG 2006) Ana possui três irmãs: uma gremista, uma corintiana e uma flamenguista. Uma das irmãs é loira, a outra morena, e a outra ruiva. Sabe-se que:
I. Ou a gremista é loira, ou a flamenguista é loira.
II. Ou a gremista é morena, ou a corintiana é ruiva.
III. Ou a flamenguista é ruiva, ou a corintiana é ruiva.
IV. Ou a corintiana é morena, ou a flamenguista é morena.
Portanto, a gremista, a corintiana e a flamenguista, são, respectivamente:
a) loira, ruiva, morena.
b) ruiva, morena, loira.
c) ruiva, loira, morena.
d) loira, morena, ruiva.
e) morena, loira, ruiva.
Resolução: Temos quatro disjunções exclusivas:
A proposição do tipo disjunção exclusiva (ou...ou) só é verdadeira se somente uma das duas proposições é verdadeira e a outra necessariamente é falsa.
I. Na proposição (I), a flamenguista não poderá ser loira, pois isso faria com que a corintiana fosse ruiva (III) e morena (IV). Portanto, a **gremista é a loira**. (I)
II. Sabendo que a **gremista é loira** (I), a **corintiana é ruiva** (II) e conclui-se que a **flamenguista é morena** (IV). **(A)**

96. (FCC 2007) Uma afirmação equivalente à afirmação "Se bebo, então não dirijo" é:
a) Se não bebo, então não dirijo.
b) Se não dirijo, então não bebo.
c) Se não dirijo, então bebo.
d) Se não bebo, então dirijo.
e) Se dirijo, então não bebo.
Resolução: Do ponto de vista da lógica uma proposição condicional, é equivalente a:
(B → ~D) ⇔ (D → ~B) **"Se dirijo, então não bebo". (E)**

LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO

1. PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS

Na lógica clássica, o estudo da dedução era desenvolvido usando-se apenas quatro tipos especiais de proposições denominadas **proposições categóricas**.

As proposições categóricas podem ser universais ou particulares, cada uma destas subdividindo-se em afirmativa ou negativa. Temos, portanto, quatro proposições categóricas possíveis.

As quatro proposições categóricas possíveis, em suas formas típicas, são dadas no quadro seguinte:

	Proposições Afirmativas	**Proposições Negativas**
Proposições Universais	Todo A é B (A)	Nenhum A é B (E)
Proposições Particulares	Algum A é B (I)	Algum A não é B (O)

2. DIAGRAMAS DAS PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS

Geralmente os problemas com proposições categóricas do tipo "todo", "algum" (ou pelo menos um), "nenhum", são resolvidos mais facilmente com base na Teoria dos Conjuntos e utilizando-se os Diagramas de Venn.

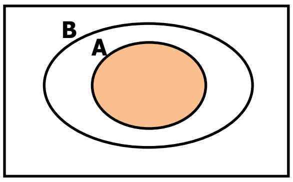
Vejamos a análise de cada proposição categórica:

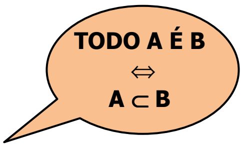
2.1. TODO A É B

Uma proposição do tipo "**Todo A é B**", significa que, se um elemento pertence ao conjunto **A**, então pertence (necessariamente) ao conjunto **B**.

Ora, se todos os elementos que pertencem ao conjunto **A** também pertencem ao conjunto **B**, representando através do Diagrama de Venn, isto corresponde à inclusão do conjunto **A** no conjunto **B**.

$A \subset B$

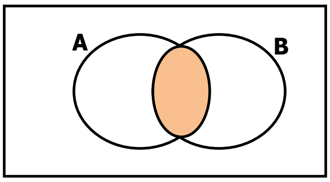




2.2. ALGUM A É B (ou Pelo menos um A é B)

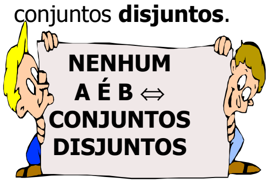
Uma proposição do tipo "**Algum A é B**", significa que, existe pelo menos um elemento comum aos conjuntos **A** e **B**. Representando através do Diagrama de Venn, corresponderá à **interseção** do conjunto **A** com o conjunto **B**. (parte sombreada do diagrama).

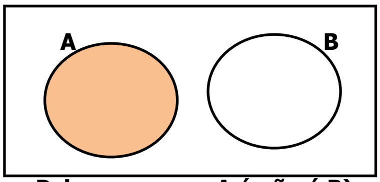
$A \cap B$



2.3. NENHUM A É B

Uma proposição do tipo "**Nenhum A é B**", significa que, não existe nenhum elemento comum aos conjuntos **A** e **B**, isto é, se um elemento pertence ao conjunto **A**, então não pertence ao conjunto **B** e vice-versa. Representando através do Diagrama de Venn, o conjunto **A** e o conjunto **B**, serão dois conjuntos **disjuntos**.

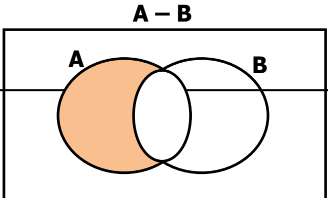


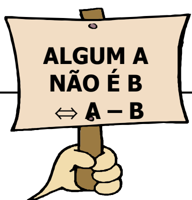


2.4. ALGUM A NÃO É B(ou Pelo menos um A é não é B)

Uma proposição do tipo "**Algum A não é B**", significa que, existe pelo menos um elemento que pertence ao conjunto **A** e não pertence ao conjunto **B**. Representando através do Diagrama de Venn, corresponde à **diferença** entre os conjuntos **A** e **B**. (A – B).

A – B





3. NEGAÇÃO DAS PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS

É muito comum encontrarmos em provas de concursos coisas como "Dizer que não é verdade que todos os atores são charmosos é logicamente equivalente a..."

Bem, dizer que não é verdade, é a mesma coisa que "negar". Assim negar que todos os atores são charmosos, implica afirmar alguma coisa que prove que isso não é verdade.

Vamos estudar caso a caso, ou seja, a negação para todo, algum e nenhum:

3.1. Negação de "Todo A é B"

Se alguém lhe afirmasse que "todos os atores são charmosos" e você quisesse negar essa afirmação, bastaria você dizer "olha aqui, isso não é verdade, porque eu conheço um ator que não é charmoso". Desta forma, quando alguma afirmação é feita sobre "todo A é B", sua negação implica simplesmente encontrar "pelo menos um A que não seja B"; em outras palavras, **negar que "Todo A é B"** é a mesma coisa que falar **"Pelo menos um A não é B"** ou ainda, **"Algum A não é B"**.

Note-se, aqui, que nossa tendência natural é negar "Todo ator é charmoso", dizendo "Nenhum ator é charmoso". Mas esta não é a negação correta, pois, para que a primeira posição seja falsa, não é necessário que nenhum ator seja charmoso, mas que somente algum não seja charmoso.

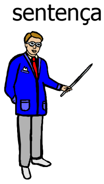
3.2. Negação de "Nenhum A é B"

Da mesma forma, se alguém afirma que "Nenhum Ator é charmoso" e queremos negar essa sentença, precisamos apenas mostrar que conhecemos pelo menos um ator charmoso, ou seja, bastaria afirmarmos que "algum ator é charmoso".

Esta negação traz o mesmo tipo de provocação que a anterior: temos o ímpeto de negar "nenhum ator é charmoso", dizendo "todo ator é charmoso". Isso também não está logicamente correto, porque para que "nenhum ator é charmoso" não seja verdade, não é necessário que todos o sejam, mas basta apenas que "pelo menos um ator seja charmoso". Portanto, **negar que "Nenhum A é B"**, é a mesma coisa que falar **"Pelo menos um A é B"** ou ainda, **"Algum A é B"**.

3.3. Negação de "Algum A é B" e "Algum A não é B"

Nesta última situação, imagine que você escute a sentença "Algum ator é charmoso". O que seria necessário para negá-la? Aqui, você precisaria afirmar que "nenhum ator é charmoso", já que a primeira sentença simplesmente afirmou que "algum é".



De forma análoga, se a primeira proposição fosse "Algum ator não é charmoso", você negaria com "Todo ator é charmoso.

Concluindo, **negar que "Algum A é B"** é a mesma coisa que afirmar que **"Nenhum A é B"** e **negar que "Algum A não é B"**, é a mesma coisa que afirmar que **"Todo A é B"**.

Veja a tabela resumo a seguir:

PROPOSIÇÃO	**NEGAÇÃO**
Todo A é B: "Todo ator é charmoso"	**Algum A não é B:** "Algum Ator não é charmoso"
Nenhum A é B: "Nenhum ator é charmoso"	**Algum A é B:** "Algum ator é charmoso"

EQUIVALÊNCIAS IMPORTANTES

NEM Todo A é B ⇔ Algum A não é B

Nenhum A é B ⇔ Todo A não é B

NEM Todo A **não é** B ⇔ Algum A é B

4. ARGUMENTO

Denomina-se argumento a relação que associa um conjunto de proposições P_1, P_2,..., P_n, chamadas **premissas** do argumento, a uma proposição C a qual chamamos de **conclusão** do argumento.

No lugar dos termos **premissa** e **conclusão** podem ser usadas as correspondentes: **hipótese** e **tese**, respectivamente.

Os argumentos que têm somente duas premissas são denominados **silogismos**.

Assim, são exemplos de silogismos os seguintes argumentos:

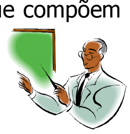
Ex 1 : P_1: Todos os artistas são apaixonados.
P_2: Todos os apaixonados gostam de flores.
C: Todos os artistas gostam de flores.

Ex 2 : P_1: Todos os apaixonados gostam de flores.
P_2: Míriam gosta de flores.
C: Míriam é uma apaixonada.

4.1. ARGUMENTO VÁLIDO

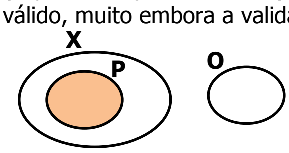
Dizemos que um argumento é **válido** ou ainda que ele é **legítimo** ou **bem construído** quando a sua conclusão é uma **conseqüência obrigatória** do seu conjunto de premissas. Posto de outra forma: quando um argumento é válido, a verdade das premissas deve **garantir** a verdade da conclusão do argumento. Isto significa que jamais poderemos chegar a uma conclusão falsa quando as premissas forem verdadeiras e o argumento for válido.

É importante observar que ao discutir a validade de um argumento **é irrelevante** o valor de verdade de cada uma de suas premissas. Em Lógica, o estudo dos argumentos não leva em conta a verdade ou falsidade das proposições que compõem os argumentos, mas tão-somente a validade destes.



Ex 3 : P_1: Todos os pardais adoram jogar xadrez.
P_2: Nenhum enxadrista gosta de óperas.
C: Portanto, nenhum pardal gosta de óperas.

O argumento acima está perfeitamente bem construído (Veja o diagrama abaixo), sendo, portanto, um argumento válido, muito embora a validade das premissas seja questionável.



O = Conjunto dos que gostam de óperas.
X = Conjunto dos que gostam de jogar xadrez.
P =Conjunto dos pardais.

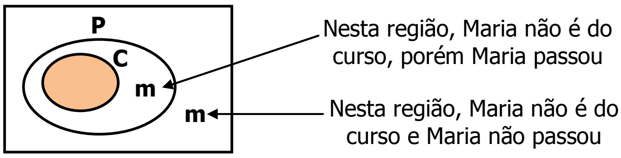
Pelo diagrama, pode-se perceber que nenhum elemento do conjunto **P**(pardais) pode pertencer ao conjunto **O** (os que gostam de óperas).

4.2. ARGUMENTO INVÁLIDO

Dizemos que um argumento é **inválido**, também denominado **ilegítimo**, **mal construído** ou **falacioso**, quando a verdade das premissas **não é suficiente** para garantir a verdade da conclusão.

Ex 4 : P_1: Todos os alunos do curso passaram.
P_2: Maria não é aluna do curso.
C: Portanto, Maria não passou.

É um argumento inválido, falacioso, mal construído, pois as premissas **não garantem** (**não obrigam**) a verdade da conclusão (veja o diagrama abaixo). Maria pode ter passado mesmo não sendo aluna do curso, pois a primeira premissa não afirmou que **somente** os alunos do curso haviam passado.



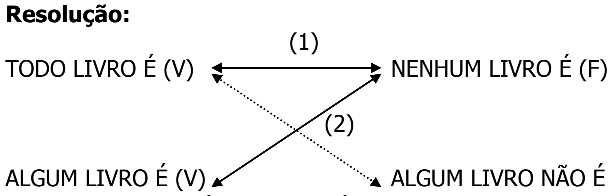
P = Conjunto das pessoas que passaram.
C = Conjunto dos alunos do curso.
M = Maria.

TESTES – LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO

01. Considerando "todo livro é instrutivo" como uma proposição verdadeira, é correto inferir que:

a) "Nenhum livro é instrutivo" é uma proposição necessariamente verdadeira.
b) "Algum livro é instrutivo" é uma proposição necessariamente verdadeira.
c) "Algum livro não é instrutivo" é uma proposição verdadeira ou falsa.
d) "Algum livro é instrutivo" é uma proposição verdadeira ou falsa.
e) "Algum livro não é instrutivo" é uma proposição necessariamente verdadeira.

Resolução:



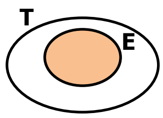
(1) Se "todo livro é instrutivo" é verdadeira, podemos garantir que não existe livro que não seja instrutivo, portanto: **"Nenhum livro é instrutivo" é necessariamente falsa**.

(2) Pela negação de proposições categóricas temos:
Se "todo livro é instrutivo" é verdadeira, então, **"Algum livro não é instrutivo" é necessariamente falsa**. E se "Nenhum livro é instrutivo" é falsa, então, **"Algum livro é instrutivo" é necessariamente verdadeira (B)**.

02. Todos os bons estudantes são pessoas tenazes. Assim sendo:

A) As pessoas tenazes são sempre bons estudantes.
B) O conjunto dos bons estudantes contém o conjunto das pessoas tenazes.
C) Toda pessoa tenaz é um bom estudante.
D) Nenhuma pessoa tenaz é um bom estudante.
E) O conjunto das pessoas tenazes contém o conjunto dos bons estudantes.

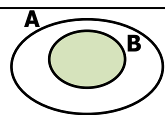
Resolução: Dizer que "todos os bons estudantes são pessoas tenazes" equivale a dizer que **dentro** do conjunto que reúne todas as pessoas tenazes acharemos **todos** os bons estudantes. Assim sendo, podemos dizer que o conjunto das pessoas tenazes contém o conjunto dos bons estudantes. **(E)**



03. Todo baiano gosta de axé music. Sendo assim:

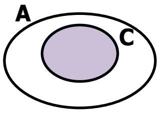
a) Todo aquele que gosta de axé music é baiano.
b) Todo aquele que não é baiano não gosta de axé music.
c) Todo aquele que não gosta de axé music não é baiano.
d) Algum baiano não gosta de axé music.
e) Alguém que não goste de axé music é baiano.

Resolução: Assumindo que "todo baiano gosta de axé music" podemos dizer que o **conjunto dos baianos** (conjunto B)

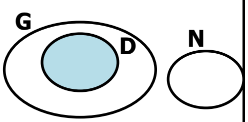


encontra-se completamente **dentro do conjunto dos que gostam de axé music** (conjunto A). Qualquer um que esteja **fora do conjunto A** não poderá estar no conjunto B, pois **B está dentro de A**. Mas todos os que não gostam de axé music estão fora do conjunto A. Logo, todos os que não gostam de axé music estão fora do conjunto B. Ou seja: **todo aquele que não gosta de axé music não é baiano. (C)**

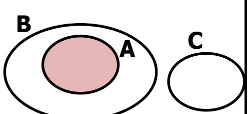
04. Todo cavalo é um animal, logo:
a) toda cabeça de animal é cabeça de cavalo.
b) toda cabeça de cavalo é cabeça de animal.
c) todo animal é cavalo.
d) nem todo cavalo é animal.
e) nenhum animal é cavalo.
Resolução: Assumindo que "todo cavalo é um animal" podemos dizer que o **conjunto dos cavalos** (conjunto C) encontra-se completamente **dentro do conjunto dos animais** (conjunto A). Qualquer um que esteja **dentro do conjunto C** também estará **dentro do conjunto A**, logo, **toda cabeça de cavalo é cabeça de animal**. **(B)**



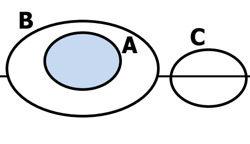
05. Todos os diplomatas são gordos. Nenhum gordo sabe nadar, logo segue-se que:
a) Algum diplomata não é gordo;
b) Algum diplomata sabe nadar;
c) Nenhum diplomata sabe nadar;
d) Nenhum diplomata é gordo;
e) Algum gordo sabe nadar.
Resolução: Sejam D = o conjunto dos diplomatas, G = o conjunto das pessoas gordas e N = o conjunto das pessoas que sabem nadar.
De acordo com o enunciado, o conjunto **D está totalmente dentro de G**, pois "Todos os diplomatas são gordos". O conjunto **N está completamente fora de G**, pois "Nenhum gordo sabe nadar". Sendo assim, os conjuntos G e N não podem ter qualquer elemento em comum, ou seja: **Nenhum diplomata sabe nadar (C)**



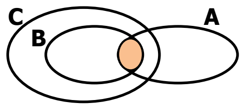
06. Todo atleta é bondoso. Nenhum celta é bondoso. Daí pode-se concluir que:
a) algum atleta é celta;
b) nenhum atleta é celta;
c) nenhum atleta é bondoso;
d) alguém que seja bondoso é celta;
e) ninguém que seja bondoso é atleta.
Resolução: Sejam A = o conjunto dos atletas, B = o conjunto das pessoas bondosas e C = o conjunto dos celtas.
De acordo com o enunciado, o conjunto **A está totalmente dentro de B**, pois "Todo atleta é bondoso". O conjunto **C está completamente fora de B**, pois "Nenhum celta é bondoso". Sendo assim, os conjuntos A e C não podem ter qualquer elemento em comum, ou seja: **Nenhum atleta é celta (B)**



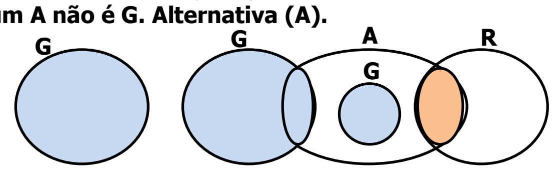
07. Todo **A** é **B** e todo **C** não é **B**, portanto:
a) algum **A** é **C**;
b) nenhum **A** é **C**;
c) nenhum **A** é **B**;
d) algum **B** é **C**;
e) nenhum **B** é **A**.
Resolução: De acordo com o enunciado, o conjunto **A está totalmente dentro de B**, pois "Todo **A** é **B**". O conjunto **C está completamente fora de B**,pois "todo **C** não é **B**" ou "nenhum **C** é **B**". Sendo assim, os conjuntos **A** e **C** não podem ter qualquer elemento em comum, ou seja: **Nenhum A é C. (B)**



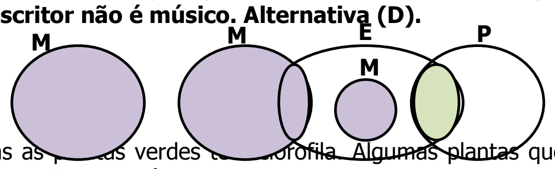
08. (TRT/98) Sabe-se que existe pelo menos um **A** que é **B**. Sabe-se, também, que todo **B** é **C**. Segue-se, portanto, necessariamente que:
a) todo **C** é **B**;
b) todo **C** é **A**;
c) algum **A** é **C**;
d) nada que não seja **C** é **A**;
e) algum **A** não é **C**.
Resolução: De acordo com o enunciado, o conjunto **B está totalmente dentro de C**, pois "Todo **B** é **C**". O conjunto **A se intercede com B**, pois "existe pelo menos um **A** que é **B**". Se o conjunto **A** se intercede com **B** e **B** está contido em **C**, necessariamente o conjunto **A** se intercede também com **C** e portanto, "**algum A é C". (C)**
OBS: Note que nesse caso não podemos inferir que **"algum A não é C"**, pois o enunciado não diz que nesta região existem elementos. Procure analisar apenas o que está no enunciado.



09. (TTN / 98) Se é verdade que "Alguns **A** são **R**" e que "Nenhum **G** é **R**", então é necessariamente verdadeiro que:
a) algum **A** não é **G**;
b) algum **A** é **G**;
c) nenhum **A** é **G**;
d) algum **G** é **A**;
e) nenhum **G** é **A**.
Resolução: De acordo com o enunciado, **o conjunto A se intercede com o conjunto R**, pois "Alguns A são R". O conjunto **G está completamente fora de R**, pois "Nenhum G é R". Porém não podemos afirmar exatamente a **posição do conjunto G em relação a A**. Existem trê**s** situações: **ou eles são disjuntos, ou eles se intercedem, ou G está dentro de A**. Em todas três situações podemos afirmar com certeza que **Algum A não é G. Alternativa (A).**



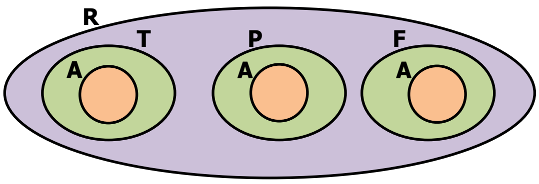
10. Se é verdade que "Alguns escritores são poetas" e que "Nenhum músico é poeta", então também é necessariamente verdade que:
a) nenhum músico é escritor;
b) algum escritor é músico;
c) algum músico é escritor;
d) algum escritor não é músico;
e) nenhum escritor é músico.
Resolução: Sejam E = o conjunto dos escritores, P = o conjunto dos poetas e M = o conjunto dos músicos.
De acordo com o enunciado, **o conjunto E se intercede com o conjunto P**, pois "Alguns escritores são poetas". O conjunto **M está completamente fora de P**, pois "Nenhum músico é poeta". Porém não podemos afirmar exatamente a **posição do conjunto M em relação a E**. Existem trê**s** situações: **ou eles são disjuntos, ou eles se intercedem, ou M está dentro de E**. Em todas três situações podemos afirmar com certeza que **Algum escritor não é músico. Alternativa (D).**



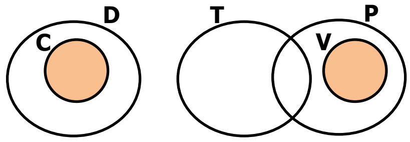
11. Todas as plantas verdes têm clorofila. Algumas plantas que têm clorofila são comestíveis, Logo:
a) algumas plantas verdes são comestíveis;
b) algumas plantas verdes não são comestíveis;
c) algumas plantas comestíveis têm clorofila;
d) todas as plantas que têm clorofila são comestíveis;
e) todas as plantas verdes são comestíveis.
Resolução: Sejam **V** = o conjunto das plantas verdes, **Cl** = o conjunto das plantas que têm clorofila e **Cm** = o conjunto das plantas comestíveis. De acordo com o enunciado, o conjunto **V**

está totalmente dentro de Cl, pois "Toda planta verde têm clorofila". O conjunto **Cm se intercede com Cl**, pois "Algumas plantas que têm clorofila são comestíveis". Porém não podemos afirmar exatamente a **posição do conjunto Cm em relação a V**. Existem duas situações: **ou eles são disjuntos, ou eles se intercedem**. Em todas duas situações podemos afirmar com certeza que **Algumas plantas comestíveis têm clorofila. Alternativa (C).**

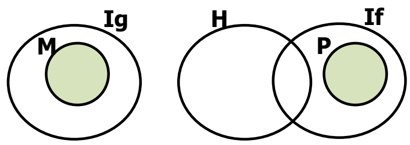
12. Em uma comunidade, todo trabalhador é responsável. Todo artista, senão for filósofo, ou é trabalhador ou é poeta. Ora, não há filósofo e não há poeta que não seja responsável. Portanto, tem-se que, necessariamente:
a) todo responsável é artista;
b) todo responsável é filósofo ou poeta;
c) todo artista é responsável;
d) algum filósofo é poeta;
e) algum trabalhador é filósofo.
Resolução: Sejam: T = o conjunto dos trabalhadores.
R = o conjunto das pessoas responsáveis.
A = o conjunto dos artistas.
F = o conjunto dos filósofos.
P = o conjunto dos poetas.
De acordo com o enunciado, o conjunto **T está totalmente dentro de R**, pois "Todo trabalhador é responsável". O enunciado diz, também que "não há filósofo e não há poeta que não seja responsável, em outras palavras, "todo filósofo e todo poeta são responsáveis", e os conjuntos **F e P também estão totalmente dentro de R.** E por último o enunciado diz que "todo artista, senão for filósofo, ou é trabalhador ou é poeta", ou seja, o conjunto **A pode estar totalmente dentro de qualquer um dos três conjuntos F, T ou P**. Se F,T e P estão dentro de R e A está dentro de um dos três (F,T ou P), conclui-se que **A está dentro de R** e
portanto, **"todo artista é responsável". (C)**



13. Uma escola oferece aulas de canto, dança, teatro, violão e piano. Todos os professores de canto são, também, professores de dança, mas nenhum professor de dança é professor de teatro. Todos os professores de violão são, também, professores de piano, e alguns professores de piano são, também, professores de teatro. Sabe-se que nenhum professor de piano é professor de dança e como as aulas de piano, violão e teatro não têm nenhum professor em comum, então:
a) nenhum professor de violão é professor de canto;
b) pelo menos um professor de violão é professor de teatro;
c) pelo menos um professor de canto é professor de teatro;
d) todos os professores de piano são professores de canto;
e) todos os professores de piano são professores de violão;
Resolução: Sejam: C = o conjunto dos professores de canto.
D = o conjunto dos professores de dança.
T = o conjunto dos professores de teatro.
V = o conjunto dos professores de violão.
P = o conjunto dos professores de piano.
De acordo com o enunciado, **C está totalmente dentro de D que por sua vez é disjunto de T**, pois "Todos os professores de canto são, também, professores de dança, mas nenhum professor de dança é professor de teatro". O enunciado diz, também que **V está totalmente dentro de P que por sua vez se intercede com T mas não se intercede com V**, pois "Todos os professores de violão são, também professores de piano, e alguns professores de piano são, também, professores de teatro", mas as três disciplinas não têm professores em comum. Sabe-se também que **P** é disjunto de **D**, pois "nenhum professor de piano é professor de dança", então a conclusão é que **"nenhum professor de violão é professor de canto" (A)**



14. (SERPRO 2001) Todos os alunos de Matemática são, também, alunos de Inglês, mas nenhum aluno de Inglês é aluno de História. Todos os alunos de Português são, também, alunos de Informática, e alguns alunos de Informática são, também, alunos de História. Como nenhum aluno de Informática é aluno de Inglês, e como nenhum aluno de Português é aluno de História, então:
a) pelo menos um aluno de Português é aluno de Inglês.
b) pelo menos um aluno de Matemática é aluno de História.
c) nenhum aluno de Português é aluno Matemática.
d) todos os alunos de Informática são alunos de Matemática.
e) todos os alunos de Informática são alunos de Português.
Resolução:
Sejam: M = o conjunto dos alunos de Matemática.
Ig = o conjunto dos alunos de Inglês.
H = o conjunto dos alunos de História.
P = o conjunto dos alunos de Português.
If = o conjunto dos alunos de Informática.
De acordo com o enunciado, **M está totalmente dentro de Ig que por sua vez é disjunto de H**, pois "Todos os alunos de Matemática são, também, alunos de Inglês, mas nenhum aluno de Inglês é aluno de História". O enunciado diz, também que **P está totalmente dentro de If que por sua vez se intercede com H mas não se intercede com P**, pois "Todos os alunos de Português são, também, alunos de Informática, e alguns alunos de Informática são, também, alunos de História, mas nenhum aluno de Português é aluno de História" . Sabe-se também que **If** é disjunto de **Ig**, pois "nenhum aluno de Informática é aluno de Inglês", então a conclusão é que **"nenhum aluno de português é aluno de Matemática" (C)**



15. (ESAF 2003) Após Mário visitar uma aldeia distante, afirmou: "Não é verdade que todos os aldeões daquela aldeia não dormem a sesta". A condição necessária e suficiente para que a afirmação de Mário seja verdadeira é que seja verdadeira a seguinte proposição:
a) No máximo um aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.
b) Todos os aldeões daquela aldeia dormem a sesta.
c) Pelo menos um aldeão daquela aldeia dorme a sesta.
d) Nenhum aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.
e) Nenhum aldeão daquela aldeia dorme a sesta.
Resolução: Como a expressão de Mário começa com "Não é verdade que...", para afirmá-la temos que negar que "todos os aldeões daquela aldeia não dormem a sesta", para isso precisamos encontrar "**pelo menos um aldeão daquela a aldeia que durma a sesta**". **(C)**

16. (TRT/2004) A correta negação da proposição "todos os cargos deste concurso são de analista judiciário", é:
A) "alguns cargos deste concurso são de analista judiciário".

B) "existem cargos deste concurso que não são de analista judiciário".
C) "existem cargos deste concurso que são de analista judiciário".
D) "nenhum dos cargos deste concurso não é de analista judiciário".
E) "os cargos deste concurso são ou de analista, ou de judiciário".

Resolução: Para negarmos a proposição "todos os cargos deste concurso são de analista judiciário", precisamos provar que **"existe pelo menos um cargo que não seja de analista judiciário"** é o que diz a **alternativa (B)**.

17. (ESAF 2000) Dizer que a afirmação "todos os economistas são médicos" é falsa, do ponto de vista lógico, equivale a dizer que a seguinte afirmação é verdadeira:
A) "pelo menos um economista não é médico";
B) "nenhum economista é médico";
C) "nenhum médico é economista";
D) "pelo menos um médico não é economista";
E) "todos os não médicos são não economistas".

Resolução: Dizer que uma afirmação é falsa significa negar a afirmação. Para negarmos a proposição "todos os economistas são médicos", precisamos provar que **"pelo menos um economista não é médico"** é o que diz a **alternativa (A)**.

18. (SERPRO/96) Se não é verdade que "Alguma professora universitária não dá aulas interessantes", então é verdade que:
a) "todas as professoras universitárias dão aulas interessantes".
b) "nenhuma professora universitária dá aulas interessantes".
c) "nenhuma aula interessante é dada por alguma professora universitária".
d) "Nem todas as professoras universitárias dão aulas interessantes".
e) "todas as aulas não interessantes são dadas por professoras universitárias".

Resolução: Se não é verdade que..., é o mesmo que negar que "alguma professora universitária não dá aulas interessantes". Para isso é necessário que "todas as professoras dêem aulas interessantes". **Alternativa (A)**.

19. A negação de "todos os homens são bons motoristas" é:
a) todas as mulheres são boas motoristas;
b) algumas mulheres são boas motoristas;
c) nenhum homem é bom motorista;
d) todos os homens são maus motoristas;
e) ao menos um homem não é bom motorista.

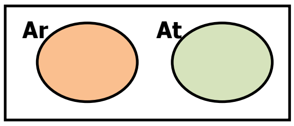
Resolução: Para negarmos "todos os homens são bons motoristas", precisamos provar que **"pelo menos um homem não é bom motorista"** é o que diz a **alternativa (E)**.

20. Utilizando-se de um conjunto de hipóteses, um cientista deduz uma predição sobre a ocorrência de certo eclipse solar. Todavia sua predição mostra-se falsa. O cientista deve logicamente concluir que:
a) todas as hipóteses desse conjunto são falsas.
b) a maioria das hipóteses desse conjunto é falsa.
c) pelo menos uma hipótese desse conjunto é falsa.
d) pelo menos uma hipótese desse conjunto é verdadeira.
e) a maioria das hipóteses desse conjunto é verdadeira.

Resolução: Para o conjunto de "todas as hipóteses se mostrarem erradas", basta que **"pelo menos uma hipótese esteja errada"** é o que diz a **alternativa (C)**.

21. (ESAF) Se é verdade que "nenhum artista é atleta", então também será verdade que:
a) Todos não artistas são não atletas.
b) Nenhum atleta é não artista.
c) Nenhum artista é não atleta.
d) Pelo menos um não atleta é artista.
e) Nenhum não atleta é artista.

Resolução: Pela teoria dos conjuntos temos o seguinte diagrama:



Tudo que estiver fora de **At** é não atleta, e tudo que estiver fora de **Ar** é não artista. Então os artistas são não atletas e os atletas são não artistas. A alternativa que corresponde a esta conclusão é a **(D) Pelo menos um não atleta é artista.**

22. (IPEA 2004) Considerando "toda prova de Lógica é difícil" uma proposição verdadeira, é correto inferir que:
a) "nenhuma prova de Lógica é difícil" é uma proposição necessariamente verdadeira.
b) "alguma prova de Lógica é difícil" é uma proposição necessariamente verdadeira.
c) "alguma prova de Lógica é difícil" é uma proposição verdadeira ou falsa.
d) "alguma prova de Lógica não é difícil" é uma proposição necessariamente verdadeira.
e) "alguma prova de Lógica não é difícil" é uma proposição verdadeira ou falsa.

Resolução:

TODO A É B (V) ←(1)→ NENHUM A É B (F)

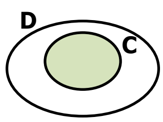
(2)

ALGUM A É B (V) ALGUM A NÃO É B (F)

(1) Se "toda prova de Lógica é difícil" é verdadeira, podemos garantir que não existe prova de Lógica que não seja difícil, portanto: **"nenhuma prova de Lógica é difícil" é necessariamente falsa**.
(2) Pela negação de proposições categóricas temos:
Se "toda prova de Lógica é difícil" é verdadeira, então, **"alguma prova de Lógica não é difícil" é necessariamente falsa**. E se "nenhuma prova de Lógica é difícil" é falsa, então, **"alguma prova de Lógica é difícil" é necessariamente verdadeira (B)**.

23. (TRT 2004) Sabe-se que existem pessoas desonestas e que existem corruptos. Admitindo-se verdadeira a frase "Todos os corruptos são desonestos", é correto concluir que:
a) quem não é corrupto é honesto.
b) existem corruptos honestos.
c) alguns honestos podem ser corruptos.
d) existem mais corruptos do que desonestos.
e) existem desonestos que são corruptos.

Resolução: Assumindo que "todos os corruptos são desonestos" podemos dizer que o **conjunto dos corruptos** (conjunto C) encontra-se completamente **dentro do conjunto dos desonestos** (conjunto D). Qualquer um que esteja **dentro do conjunto C** necessariamente estará **dentro do conjunto D**, pois **C está dentro de D**. Portanto, é correto dizer que: **existem desonestos que são corruptos. (E)**

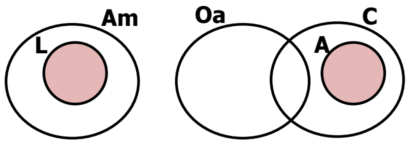


24. (ESAF 2002) Em um grupo de amigas, todas as meninas loiras são, também, altas e magras, mas nenhuma menina alta e magra tem olhos azuis. Todas as meninas alegres possuem cabelos crespos e algumas meninas de cabelos crespos têm também olhos azuis. Como nenhuma menina de cabelos crespos é alta e magra, e como neste grupo de amigas não existe nenhuma menina que tenha cabelos crespos, olhos azuis e seja alegre, então:
a) pelo menos uma menina alegre tem olhos azuis.
b) pelo menos uma menina loira tem os olhos azuis.
c) todas as meninas que possuem cabelos crespos são loiras.
d) todas as meninas que possuem cabelos crespos são alegres.

e) nenhuma menina alegre é loira.

Resolução: Sejam: L = o conjunto das meninas loiras.
Am = o conjunto das meninas altas e magras.
Oa = o conjunto das meninas de olhos azuis.
A = o conjunto das meninas alegres.
C = o conjunto das meninas de cabelos crespos.

De acordo com o enunciado, **L está totalmente dentro de Am que por sua vez é disjunto de Oa**, pois "Todas as meninas loiras são, também, altas e magras, mas nenhuma menina alta e magra tem olhos azuis". O enunciado diz, também que **A está totalmente dentro de C que por sua vez se intercede com Oa, mas não se intercede com A**, pois "Todas as meninas alegres possuem cabelos crespos, e algumas meninas de cabelos crespos tem também, olhos azuis, mas neste grupo de amigas não existe nenhuma menina que tenha cabelos crespos, olhos azuis e seja alegre". Sabe-se também que **C** é disjunto de **Am** , pois "nenhuma menina de cabelos crespos é alta e magra" , então a conclusão é que **"nenhuma menina alegra é loira" (E)**



25. (TRT 2006 FCC) As afirmações seguintes são resultados de uma pesquisa feita entre funcionários de certa empresa.

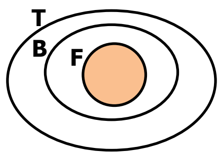
- Todo indivíduo que fuma tem bronquite.
- Todo indivíduo que tem bronquite costuma faltar no trabalho.

Relativamente a esses resultados, é correto concluir que:

a) existem funcionários fumantes que não faltam ao trabalho.
b) todo funcionário que tem bronquite é fumante.
c) todo funcionário fumante costuma faltar ao trabalho.
d) é possível que exista algum funcionário que tenha bronquite e não falte habitualmente ao trabalho.
e) é possível que exista algum funcionário que seja fumante e não tenha bronquite.

Resolução:
Sejam: F = o conjunto dos indivíduos fumantes.
B = o conjunto dos indivíduos que tem bronquite.
T = o conjunto dos que costumam faltar ao trabalho.

De acordo com o enunciado, **F está totalmente dentro de B que por sua está totalmente dentro de T**, pois "todo indivíduo que fuma tem bronquite" e "todo indivíduo que tem bronquite costuma faltar no trabalho". Pelo diagrama, podemos concluir que "**todo funcionário fumante costuma faltar ao trabalho". (C)**



26. (FCC 2006) Considere verdadeiras todas as três afirmações:

I. Todas as pessoas que estão no grupo de Alice são também as que estão no grupo de Benedito.
II. Benedito não está no grupo de Celina.
III. Dirceu está no grupo de Emília.

Se Emília está no grupo de Celina, então:

a) Alice está no grupo de Celina.
b) Dirceu não está no grupo de Celina.
c) Benedito está no grupo de Emília.
d) Dirceu não está no grupo de Alice.
e) Alice está no grupo de Emília.

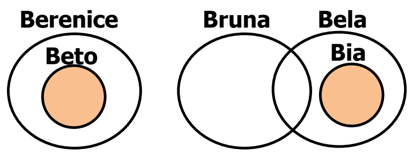
Resolução: Sejam: A = o grupo de Alice.
B = o grupo de Benedito.
C = o grupo de Celina.
d = o elemento Dirceu.
E = o grupo de Emília.

De acordo com as afirmações I e II, **A está totalmente dentro de B que por sua vez é disjunto de C**, pois "Todas as pessoas que estão no grupo de Alice são também as que estão no grupo de Benedito, mas Benedito não está no grupo de Celina". A afirmação III diz, que **d pertence a E que por sua está dentro de C**, pois "Dirceu está no grupo de Emília, e se Emília está no grupo de Celina", então: a conclusão é que **"Dirceu não está no grupo de Alice" (D)**

27. (ESAF 2002) Todas as amigas de Beto são, também, amigas de Berenice, mas nenhuma amiga de Berenice é amiga de Bruna. Todas as amigas de Bia são também amigas de Bela, e algumas amigas de Bela são, também, amigas de Bruna. Como nenhuma amiga de Bela é amiga de Berenice, e como Bela, Bia e Bruna não têm nenhuma amiga em comum, então:

a) pelo menos uma amiga de Bia é amiga de Bruna.
b) pelo menos uma amiga de Beto é amiga de Bruna.
c) todas as meninas de Bela são amigas de Beto.
d) todas as meninas de Bela são amigas de Bia.
e) nenhuma amiga de Bia é amiga de Beto.

Resolução:
De acordo com o enunciado, **o conjunto das amigas de Beto está contido no conjunto das amigas de Berenice que por sua vez é disjunto do conjunto das amigas de Bruna**, pois "Todas as amigas de Beto são, também, amigas de Berenice, mas nenhuma amiga de Berenice é amiga de Bruna." O enunciado diz, também que **o conjunto das amigas de Bia está contido no conjunto das amigas de Bela que por sua vez se intercede com o conjunto das amigas de Bruna mas não se intercede com as amigas de Bia**, pois "Todas as amigas de Bia são também amigas de Bela, e algumas amigas de Bela são, também, amigas de Bruna, e Bela, Bia e Bruna não tem nenhuma amiga em comum ". Sabe-se também que **o conjunto das amigas de Bela é disjunto do conjunto das amigas de Berenice**, pois "nenhuma amiga de Bela é amiga de Berenice", então a conclusão é que **"nenhuma amiga de Bia é amiga de Beto" (E)**



28. (FUNASA 2009) Qual é a negação da proposição "Alguma lâmpada está acesa e todas as portas estão fechadas"?

a) Todas as lâmpadas estão apagadas e alguma porta está aberta.
b) Todas as lâmpadas estão apagadas ou alguma porta está aberta.
c) Alguma lâmpada está apagada e nenhuma porta está aberta.
d) Alguma lâmpada está apagada ou nenhuma porta está aberta.
e) Alguma lâmpada está apagada e todas as portas estão abertas.

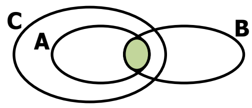
Resolução: O enunciado menciona sobre as lâmpadas estarem "**acesas**" e as portas estarem "**fechadas**". Todas as alternativas mencionam sobre as lâmpadas estarem "**apagadas**" e as portas estarem "**abertas**". Essas palavras são antônimas (acesa ≠ apagada, fechada ≠ aberta).

1º. Vamos escrever a frase usando as palavras antônimas:
"Alguma lâmpada não está apagada e nenhuma porta esta aberta".

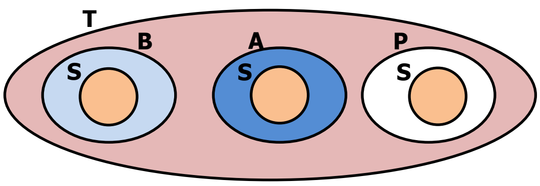
2º. A frase equivalente ficou no formato:
"**Algum A não é B e Nenhum A é B**". A negação de Algum A não é B = Todo A é B, e a negação de Nenhum A é B = Algum A é B, além disso, entre as duas há um conectivo **e**, para se negar

uma proposição com o conectivo **e**, troca-se o e pelo **ou**. Portanto, a correta negação será:
"Todas as lâmpadas estão apagadas ou Alguma porta está aberta" (B).

29. (FCC) Algum **A** é **B**. Todo **A** é **C**. Logo:
a) Algum **A** não é **B**;
b) todo **B** é **C**;
c) todo **C** é **A**;
d) todo **B** é **A**;
e) algum **B** é **C**.
Resolução: De acordo com o enunciado, o conjunto **A está totalmente dentro de C**, pois "Todo **A** é **C**". O conjunto **A se intercede com B**, pois algum **A** é **B**". Se o conjunto **A** se intercede com **B** e **A** está contido em **C**, necessariamente o conjunto **B** se intercede também com **C** e, portanto, "**algum B é C". (E)**



30. No Campeonato Paraense de Futebol, todo "bicolor" é torcedor. Todo "secador", senão for "azulino", ou é "bicolor" ou é "pantera". Ora, não há "azulino" e não há "pantera" que não seja torcedor. Portanto, é correto concluir que:
a) todo torcedor é secador;
b) todo torcedor é azulino ou pantera;
c) todo secador é torcedor;
d) algum azulino é pantera;
e) algum bicolor é azulino.
Resolução: Sejam: B = o conjunto dos bicolores.
T = o conjunto dos torcedores.
S = o conjunto dos secadores.
A = o conjunto dos azulinos.
P = o conjunto dos panteras.
De acordo com o enunciado, o conjunto **B está totalmente dentro de T**, pois "Todo bicolor é torcedor". O enunciado diz também que "não há azulino e não há pantera que não seja torcedor, em outras palavras, "todo azulino e todo pantera são torcedores", e os conjuntos **A e P também estão totalmente dentro de T.** E por último o enunciado diz que "todo secador, senão for azulino, ou é bicolor ou é pantera", ou seja, o conjunto **S pode estar totalmente dentro de qualquer um dos três conjuntos A, B ou P**. Se A, B e P estão dentro de T e S está dentro de um dos três (A, B, ou P), conclui-se que **S está dentro de T** e portanto, **"todo secador é torcedor". (C)**



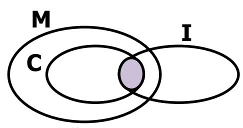
31. (Radiobrás – NCE 2005) Se digo que "todas as mulheres são boas", em particular, estou dizendo que:
I. Joana é boa.
II. José é mau.
III. Pedro não é mau.
Assinale:
a) se apenas a afirmativa I está correta.
b) se apenas a afirmativa II está correta.
c) se apenas a afirmativa III está correta.
d) se apenas as afirmativas I e II estão corretas.
e) se apenas as afirmativas I e III estão corretas.
Resolução: Como está se falando apenas das mulheres, não se pode tirar nenhuma conclusão sobre os homens, nem dizer que são bons ou maus. Só se pode afirmar que Joana é boa e, portanto, **apenas I está correta. (A)**

32. (Radiobrás – NCE 2005) Se não é verdade que todas as pessoas que consomem sal terão hipertensão, então:
a) as pessoas que consomem sal não terão hipertensão.
b) as pessoas que não consomem sal terão hipertensão.
c) há pessoas que consomem sal e terão hipertensão.
d) há pelo menos uma pessoa que consome sal e não terá hipertensão.
e) as pessoas que não consomem sal não terão hipertensão.
Resolução: A **negação** de **Todo A é B** é **Algum A não é B**.
Se não é verdade que todas as pessoas que consomem sal terão hipertensão, então, **existe pelo menos uma pessoa que consome sal e não terá hipertensão. (D)**

33. (Eletronorte – NCE 2005) Se "cada macaco fica no seu galho", então:
a) tem mais macaco do que galho.
b) pode haver galho sem macaco.
c) dois macacos dividem um galho.
d) cada macaco fica em dois galhos.
e) dois galhos dividem um macaco.
Resolução: Afirmar que cada macaco fica no seu galho significa dizer que todo macaco fica em algum galho. Mas não necessariamente todo galho terá um macaco "pendurado". Portanto, **pode haver algum galho sem macaco. (B)**

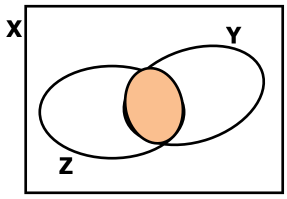
34. (CGM/RJ 2003) Considere que S seja a sentença "Todo político é filiado a algum partido". A sentença que equivale à negação da sentença S acima é:
a) nenhum político é filiado a algum partido.
b) nenhum político não é filiado a algum partido.
c) pelo menos um político é filiado a algum partido.
d) pelo menos um político não é filiado a algum partido.
Resolução: Negar a afirmação do enunciado "todo político é filiado a algum partido", significa dizer que **algum político, ou pelo menos um, não é filiado a algum partido. (D)**

35. (Metrô/SP FCC) Considere que as seguintes informações são verdadeiras:
"Toda criança gosta de passear no Metrô de São Paulo."
"Existem crianças que são inteligentes."
Assim sendo, certamente é verdade que:
a) Alguma criança inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.
b) Alguma criança que gosta de passear no metrô de São Paulo é inteligente.
c) Alguma criança não inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.
d) Toda criança que gosta de passear no Metrô de São Paulo é inteligente.
e) Toda criança inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.
Resolução: Sejam: C = o conjunto das crianças, M = o conjunto das pessoas que gostam de passear no Metrô de São Paulo e I = o conjunto das pessoas inteligentes.
De acordo com o enunciado, **C está totalmente dentro de M**, pois "Toda criança gosta de passear no Metrô de São Paulo." Por outro lado, **I se intercede com C**, pois "Existem crianças que são inteligentes." Mas o enunciado não diz que I está totalmente dentro de M. Portanto, julgando a região de interseção entre I e C, podemos dizer que certamente é verdade que: **Alguma criança que gosta de passear no metrô de São Paulo é inteligente. (B)**



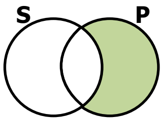
36. (FCC 2007) Sejam: X o conjunto dos municípios brasileiros; Y o conjunto dos municípios brasileiros que têm Agências do Banco do Brasil; Z o conjunto dos municípios brasileiros que têm mais de 30000 habitantes. Supondo que $Y \cap Z \neq \varnothing$, é correto afirmar que:
a) Todo município brasileiro que não tem Agência do Banco do Brasil tem menos de 30000 habitantes.
b) Todo município brasileiro que tem menos de 30000 habitantes não tem Agência do Banco do Brasil.
c) Pode existir algum município brasileiro que não tem Agência do Banco do Brasil e que tem mais de 30000 habitantes.

d) Se um município brasileiro tem Agência do Banco do Brasil, então ele tem mais de 30000 habitantes.
e) Se um município brasileiro tem menos de 30000 habitantes, então ele não tem Agência do Banco do Brasil.
Resolução:
O enunciado diz que: $Y \cap Z \neq \varnothing$, fazendo o diagrama, temos:



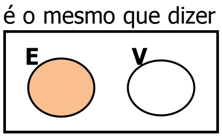
Observando a região sombreada, podemos concluir que: **Se um município brasileiro têm Agência do Banco do Brasil, então ele tem mais de 30000 habitantes. (D)**

37. (AFC) Os dois círculos abaixo representam, respectivamente, o conjunto S dos amigos de Sara e o conjunto P dos amigos de Paula. Sabendo que a parte sombreada do diagrama não possui elemento algum, então:
a) Todo amigo da Paula é também amigo de Sara.
b) Todo amigo de Sara é também amigo de Paula.
c) Algum amigo de Paula não é amigo de Sara.
d) Nenhum amigo de Sara é amigo de Paula.
e) Nenhum amigo de Paula é amigo de Sara.

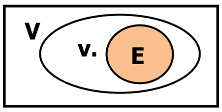


Resolução: No diagrama acima, temos:
P – S = corresponde aos amigos de Paula que não são amigos de Sara.
S ∩ P = corresponde aos amigos de Sara que são também amigos Paula.
S – P = corresponde aos amigos de Sara que não são amigos de Paula.
De acordo com texto, a parte sombreada (**P – S**) não possui elemento algum. Isto significa que Paula não tem qualquer amigo que não seja também amigo de Sara, portanto, **Todo amigo da Paula é também amigo de Sara. (A)**

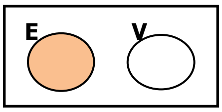
38. (VUNESP) Assinale a alternativa que apresenta uma contradição:
a) Todo espião não é vegetariano e algum vegetariano é espião.
b) Todo espião é vegetariano e algum vegetariano não é espião.
c) Nenhum espião é vegetariano e algum espião não é vegetariano.
d) Algum espião é vegetariano e algum espião não é vegetariano.
e) Todo vegetariano é espião e algum espião não é vegetariano.
Resolução: Analisando cada alternativa, temos:
a) Dizer que todo espião não é vegetariano é o mesmo que dizer que, nenhum espião é vegetariano e nenhum vegetariano poderia ser espião, portanto, há uma contradição nesta alternativa. **(A)**



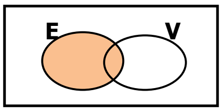
b) Nesta alternativa não há contradição, pois se todo espião é vegetariano, então existe algum vegetariano que não é espião.



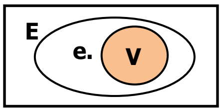
c) Nesta alternativa não há contradição, pois se nenhum espião é vegetariano, então existe algum espião que não é vegetariano.



d) Nesta alternativa não há contradição, pois se algum espião é vegetariano, então existe algum espião que não é vegetariano.



e) Nesta alternativa não há contradição, pois se todo vegetariano é espião, então existe algum espião que não é vegetariano.



39. (VUNESP) Todos os que conhecem João e Maria admiram Maria. Alguns que conhecem Maria não a admiram. Logo:
a) Todos os que conhecem Maria a admiram.
b) Ninguém admira Maria.
c) Alguns que conhecem Maria não conhecem João.
d) Quem conhece João admira Maria.
e) Só quem conhece João e Maria conhece Maria.
Resolução:
Sejam: J = o conjunto dos que conhecem João.
M = o conjunto dos que conhecem Maria.
AM = o conjunto dos que admiram Maria.
De acordo com o enunciado, o conjunto **J se intercede com o conjunto M e esta região está contida no conjunto AM**, pois "Todos os que conhecem João e Maria admiram Maria". Porém **existe uma região pertencente a M que não está contida em AM**, porque "Alguns que conhecem Maria não a admiram". **Como o enunciado não cita nada quanto a região que pertence somente a J estar ou não dentro de AM**, não se pode concluir nada quanto a isto. Mas podemos concluir sobre a região de M fora de AM que seria: **Alguns que conhecem Maria não conhecem João. (C)**