



PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
SUBSECRETARIA DE ENSINO
COORDENADORIA DE EDUCAÇÃO

1.º BIMESTRE - 2015



GINÁSIO CARIOCA

M8

MATEMÁTICA

ESCOLA MUNICIPAL: _____

NOME: _____

TURMA: _____

Imagens: Ginásio Experimental Carioca Escola Municipal Rio de Janeiro.

ALUNO



EDUARDO PAES

PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO

REGINA HELENA DINIZ BOMENY

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO

JUREMA HOLPERIN

SUBSECRETARIA DE ENSINO

MARIA DE NAZARETH MACHADO DE BARROS VASCONCELLOS

COORDENADORIA DE EDUCAÇÃO

MARIA DE FÁTIMA CUNHA

COORDENADORIA TÉCNICA

SILVIA MARIA SOARES COUTO

ORGANIZAÇÃO

CLAYTON BOTAS NOGUEIRA

ELABORAÇÃO

FRANCISCO RODRIGUES DE OLIVEIRA

GIBRAN CASTRO DA SILVA

SIMONE CARDOZO VITAL DA SILVA

REVISÃO

FÁBIO DA SILVA

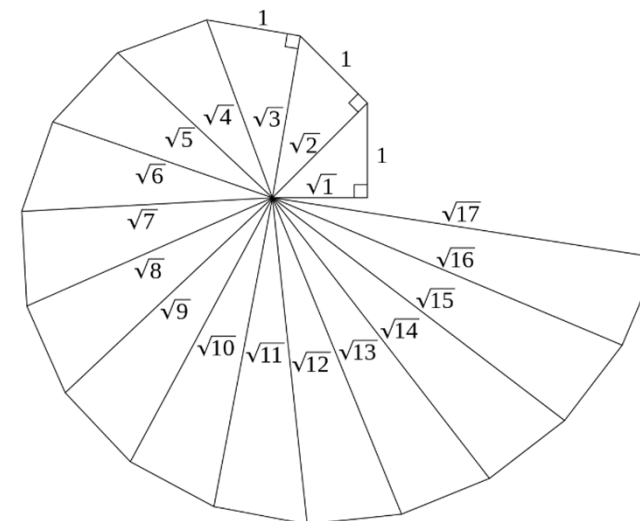
MARCELO ALVES COELHO JÚNIOR

DESIGN GRÁFICO

EDIOURO GRÁFICA E EDITORA LTDA.

IMPRESSÃO

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Spiral_of_Theodorus.svg



ESPIRAL DE TEODORO

Contatos CED:

silviamscouto@gmail.com - matematica@rioeduca.net - nazareth@rioeduca.net

Telefones: 2976-2301 / 2976-2302

**NÚMEROS INTEIROS – CONJUNTO $\mathbb{Z}$**

O conjunto $\mathbb{Z}$, formado pelos números **positivos**, **negativos** e **zero**:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Vamos relembrar algumas operações com números inteiros:

Recapitulando...

SOMA E SUBTRAÇÃO

A soma de dois números de **mesmo sinal** sempre tem o **mesmo sinal**.

$$8 + 5 = 13$$

$$-7 - 3 = -10$$

$$11 + 5 = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$-12 - 5 = \underline{\hspace{1cm}}$$

Ao somar números de sinal diferente, o resultado sempre tem o sinal do número com **maior** valor absoluto. E o resultado é a diferença destes valores.

$$-3 + 5 = +2$$

$$12 - 15 = -3$$

$$-12 + 10 = \underline{\hspace{1cm}}$$

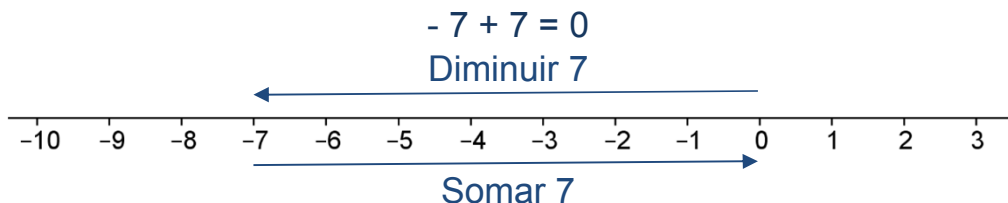
$$-7 + 10 = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$9 - 11 = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$-7 + 7 = \underline{\hspace{1cm}}$$

O valor absoluto do número 2 é 2.
O valor absoluto do número negativo -2 também é 2.

Os números -7 e 7 são chamados de números **opostos**. Vamos observar, na reta numérica, o resultado da soma de números opostos:



O que você pode observar, em relação às duas operações representadas pelas setas na figura acima?

**NÚMEROS INTEIROS - CONJUNTO $\mathbb{Z}$**

Para eliminarmos os parênteses, em expressões, devemos lembrar que subtrair um número é somar o seu oposto.

$$-15 - (+12) + (+17) - (-9)$$

$$-15 - 12 + 17 + 9$$

O oposto de +12 é -12.
O oposto de -9 é 9.

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Ao efetuarmos essas operações, devemos sempre obedecer à regra dos sinais:

$$(-2) \cdot (-3) = +6$$

$$(-7) \cdot (+3) = -21$$

$$(-8) : (-4) = +2$$

$$(+12) : (-4) = -3$$

$$(-1) \cdot (+5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-12) : (+4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-2) \cdot (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(+20) : (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

FIQUE LIGADO!!!

Sinais iguais: resultado positivo.
Sinais diferentes: resultado negativo.

AGORA,
É COM VOCÊ !!!

1- Encontre o valor das expressões numéricas abaixo:

$$(-15) : (+5) - (-2) \cdot (+1)$$

$$(+5) \cdot (-2) + (-24) : (-2)$$

DIC@

Lembre-se da ordem
das operações:

- multiplicações e divisões
- somas e subtrações



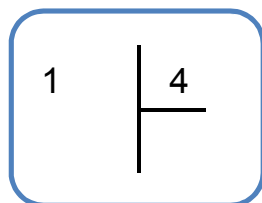
NÚMEROS RACIONAIS – CONJUNTO $\mathbb{Q}$

O conjunto dos números racionais são **quocientes** de números inteiros, isto é, resultados de **divisões**. Além disso, a palavra **racional** vem de **razão** entre dois números.

Esses números podem ter diversas representações **fracionárias** através de frações equivalentes que representam uma mesma quantidade. Vamos observar isto, completando o exemplo abaixo:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{\quad}{12} = \frac{4}{\quad} = \frac{5}{20}$$

Efetuada a divisão que é representada pela fração, podemos encontrar a representação **decimal** de um número racional. No exemplo, vamos dividir o numerador **1** pelo denominador **4**:



Quando não temos inteiros suficientes, utilizamos os décimos, os centésimos, os milésimos, e, assim, sucessivamente, para que não tenha resto na divisão. O resultado da divisão _____ é a forma **decimal** do número $\frac{1}{4}$.

O processo contrário também pode ser realizado. Podemos escrever, por extenso, o número na forma decimal **0,8**: _____. Desta forma, podemos pensar em frações com denominador 10:

$$0,8 = \frac{\quad}{10}$$

1 - Realize as divisões e encontre as formas decimais:

a) $\frac{7}{5} = \underline{\quad}$

c) $\frac{23}{10} = \underline{\quad}$

b) $\frac{3}{2} = \underline{\quad}$

d) $\frac{50}{25} = \underline{\quad}$

2 - Escreva a forma fracionária dos números abaixo:

a) $0,24 = \underline{\quad}$

c) $1,5 = \underline{\quad}$

b) $0,125 = \underline{\quad}$

d) $7,25 = \underline{\quad}$



Recapitulando...

NÚMEROS RACIONAIS – CONJUNTO $\mathbb{Q}$

OPERAÇÕES

1 - Realize as operações com as diferentes formas dos números racionais:

a) $\frac{7}{5} + \frac{2}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $\frac{1}{4} - \frac{5}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $1,7 + 3,25 = \underline{\hspace{2cm}}$

f) $0,9 - 0,35 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $\frac{1}{6} + \frac{5}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

g) $8,95 - 13,3 = \underline{\hspace{2cm}}$

h) $-1,7 + 3,25 = \underline{\hspace{2cm}}$

2 - Resolva as expressões numéricas:

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{6}\right) : \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\left(-\frac{1}{8}\right) : \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{6}\right)$$

$$\left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) - \left(\frac{5}{4}\right) \cdot (2)$$

$$(-1,5) : (0,05) - (-7,5) \cdot (-3,2)$$

$$(-0,7) \cdot (-0,8) - (0,7) : (1,4)$$

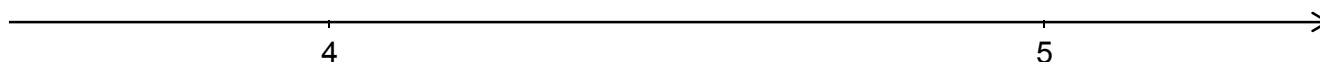
$$(1,2) \cdot (1,3) - (3) : (2)$$



NÚMEROS RACIONAIS – CONJUNTO $\mathbb{Q}$

ORDENAÇÃO E LOCALIZAÇÃO NA RETA NUMÉRICA

Para localizar números racionais na forma decimal, na reta numérica, usamos divisões dos intervalos da reta. Como exemplo, vamos localizar o número **4,3**. Sabendo que este número está entre os números 4 e 5, divida este intervalo em 10 partes iguais, isto é, em 10 **décimos**:

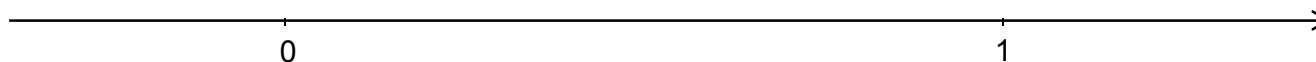


Para dividir em 10 espaços, utilizamos 9 marcações!

Como cada uma dessas partes vale **0,1** e o número 4,3 representa ____ unidades mais ____ décimos, marcamos esse número na terceira marca.

Para localizarmos números, com representações fracionárias, procedemos da mesma forma. Porém, devemos dividir o intervalo na quantidade equivalente ao denominador.

Marque o ponto $\frac{1}{3}$. Para isto, divida o intervalo em 3 partes iguais, cada uma representando **um terço**. Veja como ficou:



1 - Represente cada um dos números racionais na reta numérica:

a) 2,1

b) $\frac{5}{7}$

c) -1,8

Esta reta foi dividida em 7 partes iguais, cada uma valendo $\frac{1}{7}$.



DÍZIMAS PERIÓDICAS

Vamos voltar ao número representado pela fração $\frac{1}{3}$, que localizamos, anteriormente na reta numérica anteriormente. Sabemos que poderíamos utilizar outras frações para representar este mesmo número, como $\frac{2}{6}$ ou $\frac{3}{9}$, por exemplo. Como já vimos anteriormente, podemos efetuar a divisão do numerador pelo denominador para encontrar a forma decimal de um número racional. Observe:

Essa divisão não é exata. Ela sempre deixará resto. Além disso, os resultados no quociente e no resto se repetem indefinidamente. Neste caso, temos o resultado igual a $0,333...$. Chamamos esta representação decimal de **dízima periódica**. Também podemos representar este número por $0,\bar{3}$.

O quociente $0,333... = 0,\bar{3}$ é a **dízima periódica** que representa o número $\frac{1}{3}$. A parte que se repete, o algarismo 3, é o período da **dízima**. E a fração $\frac{1}{3}$ é chamada de **fração geratriz**.

GLOSSÁRIO:

- **dízima** - número decimal resultante de uma fração ordinária;
- **decimal** - relativo a dez; cuja base é dez;
- **periódico** - que sucede ou aparece em intervalos regulares.

(FERREIRA, Aurélio Buarque de Hollanda. *Miniaurélio*. Curitiba: Positivo, 2014.)



Nem sempre o período de uma dízima periódica será apenas um algarismo.

Vamos encontrar a dízima periódica da fração $\frac{50}{11}$.

Complete as afirmações abaixo de acordo com a divisão:

$$\begin{array}{r} 50 \\ 60 \\ 50 \\ 60 \\ 50 \\ 60 \\ 50 \\ 60 \end{array} \bigg| \begin{array}{r} 11 \\ \hline 4,545454 \end{array}$$

O quociente _____ = _____ é a dízima periódica que representa o número $\frac{50}{11}$. A parte que se repete, _____, formam o período da dízima. E a fração $\frac{50}{11}$ é chamada de fração _____.

Agora, vamos encontrar a dízima representada pela fração $\frac{63}{99}$. Porém, neste caso, podemos simplificar a fração antes de efetuar a divisão, com o objetivo de realizar contas mais simples.

$$\frac{63}{99} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\begin{array}{r} \quad \\ \hline \end{array}$$

O quociente _____ = _____ é a dízima periódica que representa o número $\frac{63}{99}$. A parte que se repete, os algarismos _____, forma o período da dízima. E as frações $\frac{63}{99}$ e _____ são frações geratrizes equivalentes.



1 - Efetue as divisões e complete com as dízimas periódicas:

a) $\frac{8}{3} =$ _____ Período: _____

b) $\frac{1}{9} =$ _____ Período: _____

c) $\frac{4}{9} =$ _____ Período: _____

d) $\frac{23}{99} =$ _____ Período: _____

Este espaço é seu!

DESAFIO

Observe os resultados encontrados nas frações $\frac{1}{9}$ e $\frac{4}{9}$. Que conclusões podemos tirar a partir desses resultados? Tente encontrar a dízima da fração $\frac{8}{9}$ sem fazer cálculos.

Será que você pode relacionar também o resultado de $\frac{23}{99}$ à sua conclusão anterior para encontrar os resultados abaixo?

• $\frac{62}{99} =$ _____

• $\frac{234}{999} =$ _____



DÍZIMAS PERIÓDICAS

FRAÇÃO GERATRIZ

Uma vez que sabemos como encontrar a dízima periódica, a partir da fração, vamos mostrar como encontrar a **fração geratriz** de uma dízima periódica. Vamos observar o procedimento para o número **0,555...**

Iniciaremos, representando a fração geratriz por **x** , igualando esta à dízima.

$$x = 0,555 \dots$$

Como o período desta dízima só possui o algarismo **5**, vamos multiplicar os dois lados da equação por 10.

$$10x = 5,555 \dots$$

Em seguida, diminuímos cada um dos termos das equações. E como as casas decimais infinitas são iguais, na subtração, o resultado serão infinitas casas iguais a **zero**, isto é, um número inteiro.

$$\begin{array}{r} 10x = 5,555 \dots \\ -x = 0,555 \dots \\ \hline 9x = 5,000 \dots \end{array}$$

Resolvendo a equação, chegamos à fração que queríamos:

$$9x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{9}$$



Complete o procedimento para encontrar a fração geratriz da dízima $3,333...$

$$x = 3,333 \dots$$

Multiplique
 $3,333...$
por 10!

$$10x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{array}{r} 10x = \underline{\hspace{2cm}} \\ - x = \quad 3,333 \dots \\ \hline 9x = \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

Sempre subtraímos,
posicionando as
vírgulas.

$$9x = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$x = \frac{\hspace{1cm}}{9}$$

Essa fração pode ser simplificada? Escreva a nova fração:

$$3,333 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Atenção! Quando a dízima tem período composto por dois algarismos, devemos multiplicá-la por 100. Vamos ver o exemplo $0,636363...$

$$x = 0,636363 \dots$$

$$100x = 63,636363 \dots$$

$$\begin{array}{r} 100x = 63,636363 \dots \\ - x = \quad 0,636363 \dots \\ \hline 99x = 63,000000 \dots \end{array}$$

$$99x = 63$$



$$x = \frac{63}{99} = \frac{7}{11}$$



1 - Encontre a fração geratriz da dízima $0,777...$

2 - Encontre a fração geratriz da dízima $0,343434...$

A partir dos exemplos anteriores, podemos observar que as frações geratrizes possuem numerador igual a seu período e denominador **9** quando o período possui apenas **um algarismo**, como: $0,555... = \frac{5}{9}$

Já quando o período possui **dois algarismos**, o denominador será **99**: $0,636363... = \frac{63}{99}$

AGORA,
É COM VOCÊ !!!

3 - Sem fazer cálculos, encontre as frações geratrizes:

a) $0,666...$

c) $0,292929...$

b) $0,111...$

d) $0,313131...$



NÚMEROS IRRACIONAIS

As frações são formas de representar números que possuem representações decimais finitas ou infinitas:

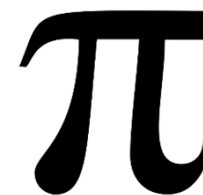
$$\frac{3}{4} = 0,75$$

$$\frac{1}{3} = 0,333 \dots$$

Porém, existem alguns números que não podem ser escritos na forma de fração, isto é, não possuem representação através de uma **razão**. O mais famoso desses números, é o número **Pi**, representado pelo símbolo π .

O número Pi é apenas um dos infinitos números que não são frações, chamados de **números irracionais**. A única representação possível, para estes números, são decimais infinitos. Vamos observar o número Pi:

$$\pi = 3,1415926535897932\dots$$



<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pi-symbol.svg>

Mas, qual a diferença entre os números racionais com representação infinita e os irracionais? Vamos ver dois exemplos:

$$\pi = 3,1415926535897932 \dots$$

$$\frac{63}{99} = 0,63636363636363 \dots$$

Nas dízimas periódicas, existe um período de repetição, isto é, uma parte do número que se repete infinitamente. Já nos números irracionais, não existem repetições. Os algorismos não seguem nenhum tipo de padrão.

NÚMEROS IRRACIONAIS

O número Pi (π) foi descoberto através do cálculo do perímetro, ou contorno de uma circunferência. Atualmente, são conhecidos diversos métodos para calcular mais e mais casas decimais desse número.

Investigando...

Procure, em sua casa ou em sua sala de aula, objetos que tenham a forma de uma circunferência perfeita como moedas ou discos. Você vai precisar de barbante.

- Corte um pedaço de barbante que seja do mesmo tamanho do contorno da circunferência do objeto e meça.
- Usando uma régua, encontre a medida do diâmetro, do comprimento, do objeto.

Em seguida, anote, abaixo, as medidas que você encontrou como no exemplo da moeda de 1 Real. Efetue a divisão, se necessário, em uma calculadora, da medida do perímetro pelo diâmetro:

Objeto	Moeda			
Perímetro	8,6 cm			
Diâmetro	2,7 cm			
Divisão				



A que conclusão chegamos? Você encontrou algum resultado da divisão, igual ou parecido com outro?

Os quocientes parecem estar perto de algum número?

NÚMEROS IRRACIONAIS

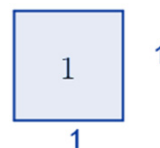
Além do Pi (π), existem outros números irracionais. Na verdade, esses números formam um conjunto **infinito**.

Podemos encontrar outro exemplo de números irracionais através de cálculos de lados de quadrados.

Vamos observar:

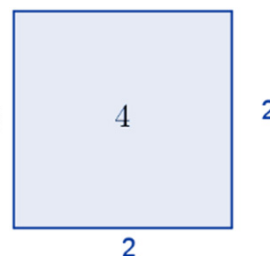
um quadrado com área igual a 1, tem lado medindo 1, pois:

$$1 = 1^2$$



um quadrado com área igual a 4 tem lado medindo 2, pois:

$$4 = 2^2$$



Lembre-se: A área de um quadrado é calculada dessa forma: $A = l^2$

Agora, para encontrar o lado de um quadrado que tenha área igual a 2, precisamos de um número que, elevado ao quadrado, seja igual a 2: $2 = ?^2$



Vamos utilizar uma incógnita para resolver a equação: $2 = x^2$

Como sabemos, a operação de **eleva ao quadrado** é a oposta da operação de **raiz quadrada**. Então, queremos encontrar um número x de forma que: $x = \sqrt{2}$

Usando a calculadora, para encontrar o valor desse número, chegamos a: $\sqrt{2} = 1,414213562373095 \dots$

É um número com infinitas casas decimais que não se repetem. Portanto, é um **número irracional**.

NÚMEROS IRRACIONAIS

Extraír **raízes de números naturais** é um dos métodos para encontrar números irracionais. Usando uma **calculadora**, copie os resultados encontrados no cálculo das raízes. Lembre-se de que, na calculadora, só é necessário digitar o número e, em seguida, apertar o botão $\sqrt{}$. Com estes resultados, tente dizer quais são os números racionais e quais são os irracionais.

$$\sqrt{1} = 1$$

Número racional.

$$\sqrt{2} = 1,4142135$$

Número irracional.

$$\sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Número .

$$\sqrt{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Número .

$$\sqrt{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Número .

$$\sqrt{6} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Número .

$$\sqrt{7} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Número .

$$\sqrt{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

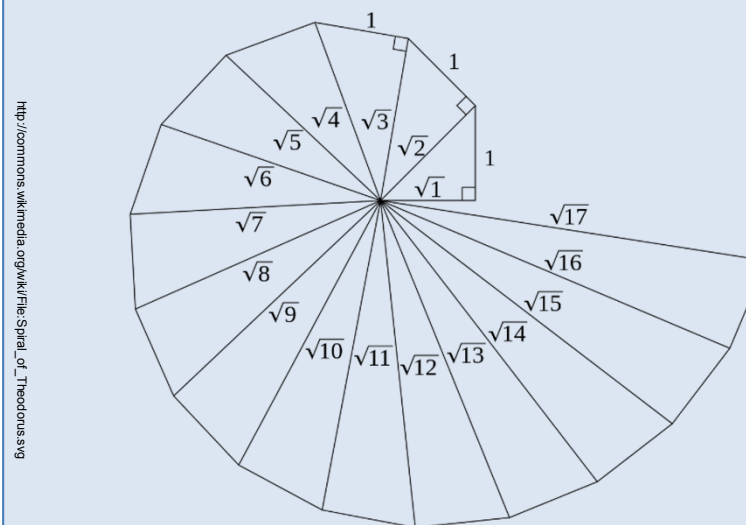
Número .

$$\sqrt{9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Número .

CURIOSIDADES

As raízes dos números naturais podem ser representadas através da **Geometria**:



A Espiral de Teodoro é composta por triângulos retângulos cada vez maiores onde as hipotenusas têm medidas iguais a esses números. Procure saber mais sobre esta espiral!



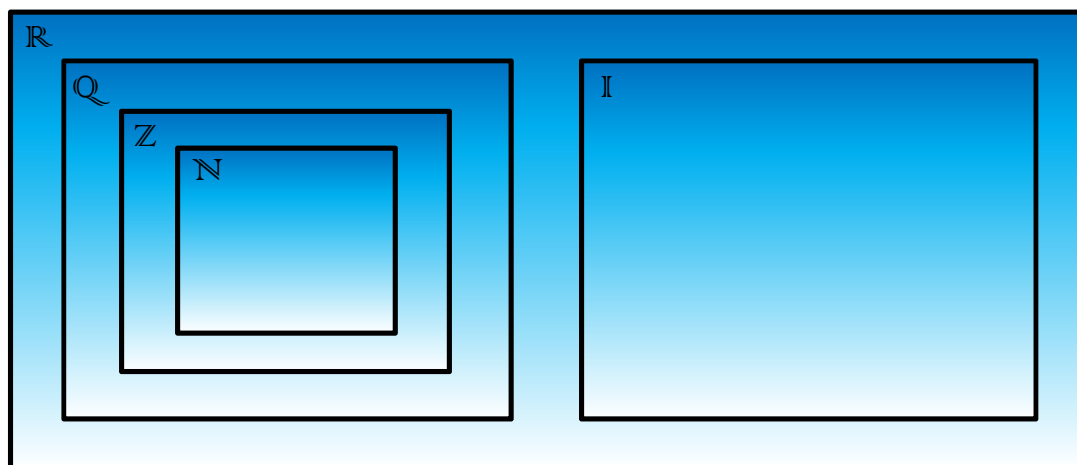
NÚMEROS REAIS

NÚMEROS RACIONAIS E IRRACIONAIS

Nós conseguimos diferenciar os números racionais dos irracionais. Sabemos que cada um desses conjuntos têm suas próprias características:

- **Números racionais**- possuem forma de razão, de fração ($\mathbb{Q}$).
- **Números inteiros**- são os negativos, zero e positivos. Possuem forma decimal, sem casas decimais ($\mathbb{Z}$).
- **Números naturais**- são os números que usamos para contar (positivos e incluindo o zero) ($\mathbb{N}$).
- **Números irracionais**- têm representação decimal infinita e sem período ($\mathbb{I}$).

Porém, existe um conjunto numérico que reúne os números racionais e irracionais. Chamamos de conjunto dos **NÚMEROS REAIS** e usamos a letra $\mathbb{R}$ para representá-lo.



**NÚMEROS REAIS**

Para representar se um número está em um conjunto numérico, usamos os símbolos matemáticos $\in$ (pertence) e $\notin$ (não pertence). Vamos observar alguns exemplos:

$$\sqrt{10} \notin \mathbb{Q} \quad \sqrt{10} \in \mathbb{I} \quad \sqrt{10} \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{9} \in \mathbb{Q} \quad \sqrt{9} \notin \mathbb{I} \quad \sqrt{9} \in \mathbb{R}$$



Lembre-se:
 $\sqrt{9} = 3$

Todos os números
que conhecemos até
agora são reais!



1 - Complete as sentenças abaixo com $\in$ e $\notin$:

- a) O número $\sqrt{8}$ é irracional, pois não é uma raiz exata. Logo, $\sqrt{8} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{I}$.
- b) O número 0,555 ... é racional, pois tem uma fração geratriz. Então, 0,555 ... $\underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Q}$.
- c) O número $\sqrt{36}$ não é irracional, pois é uma raiz exata. Logo, $\sqrt{36} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{I}$.
- d) O número $\sqrt{10}$ não é racional, pois não tem forma de fração. Então, $\sqrt{10} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Q}$.

2 - Complete com $\in$ ou $\notin$:

a) $\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Q}$

e) 0,454545 ... $\underline{\hspace{1cm}} \mathbb{I}$

b) $\sqrt{4} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{N}$

f) 3,1415 ... $\underline{\hspace{1cm}} \mathbb{I}$

c) $\frac{5}{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Z}$

d) $\frac{12}{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Z}$

$\in \rightarrow$ Pertence
 $\notin \rightarrow$ Não pertence

ARREDONDAMENTO

Anderson estava resolvendo uma expressão matemática com números reais, irracionais e dízimas periódicas, utilizando sua calculadora. Antes que ele pudesse terminar suas contas, a bateria de sua calculadora acabou e ele deixou de fazer a conta abaixo:

$$3,605551275463989 \cdot 6,6666666$$



Para realizar esta conta, de maneira simples e **aproximada**, Anderson vai fazer a conta apenas com **uma casa decimal**. Por essa razão, vai eliminar todas as casas decimais depois da primeira:

$$3,6\cancel{05551275463989}$$

$$6,6\cancel{666666}$$

Ele deve utilizar as regras de arredondamento.
Vamos observar o primeiro algarismo descartado:

- Se for 0, 1, 2, 3, ou 4, repetimos o número sem as outras casas.

Exemplo: $3,6\cancel{05551275463989} \cong 3,6$

- Se for 5, 6, 7, 8, ou 9, adicionamos uma unidade na casa anterior.

Exemplo: $6,6\cancel{666666} \cong 6,7$

O símbolo $\cong$ significa **aproximadamente**.



Efetue a multiplicação com os valores arredondados.
Qual o resultado? _____



ARREDONDAMENTO

Para arredondarmos as raízes não exatas, podemos utilizar a calculadora para encontrar seu valor aproximado como já fizemos anteriormente. Por exemplo:

$$\sqrt{23} = 4,79583152 \dots \cong 4,8$$

Porém, algumas raízes irracionais podem ser aproximadas, através de números naturais. Como exemplo, vamos aproximar, por números naturais, o número irracional $\sqrt{15}$. Para isto, vamos observar as raízes exatas próximas deste número: $\sqrt{9} = 3$ e $\sqrt{16} = 4$. Então:

$$9 < 15 < 16$$

$$\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$$

$$3 < \sqrt{15} < 4$$

E, ainda, como o número 16 está mais próximo do número 15 do que o número 9, para cálculos mentais práticos, podemos aproximar: $\sqrt{15} \cong 4$

1 - Faça uma aproximação, por números naturais, do número $\sqrt{40}$.

2 - Efetue o cálculo, mentalmente, através de aproximações por números naturais:

$$\sqrt{99} - \sqrt{65} \cong \underline{\hspace{2cm}}$$

COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO

Comparar dois números é o mesmo que dizer que um número é maior, ou menor, que outro. Para isto, usamos os símbolos: maior que ($>$) e menor que ($<$).



Atenção aos
números negativos!
Quanto maior o valor
absoluto, menor
eles são!

Exemplos:

$9 < 13$. Podemos ler: nove é menor que treze.

$-1 > -5$. Lemos: um negativo é maior que cinco negativo.

Quando comparamos números com casas decimais, dizemos qual é o maior, de acordo com a comparação dos algarismos de suas casas decimais. Por exemplo: os números $3,333 \dots$ e $3,5$ possuem a mesma parte inteira **3**. Então, devemos olhar para a primeira casa decimal:

$$3,333 \dots < 3,5$$

Como o algarismo **3** é menor que o algarismo **5**, sabemos que o número da esquerda é o menor.

Se temos várias casas decimais iguais, vamos olhar a primeira casa decimal em que os números são diferentes:

$$\begin{array}{c} \uparrow \quad 6 > 3 \quad \downarrow \\ 0,354\mathbf{6} > 0,354\mathbf{3}54354 \dots \end{array}$$

O número $0,354\mathbf{6}$ é maior pois a sua quarta casa decimal possui o algarismo **6** que é maior que o algarismo **3** da quarta casa decimal do número $0,354\mathbf{3}54354 \dots$.

Continua ►



COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO

Se repetimos o procedimento de comparação de casas decimais, podemos ordenar vários números e representá-los na reta, através de aproximações realizadas a partir do arredondamento. Vamos ver?

Vamos representar, na reta numérica, os números:

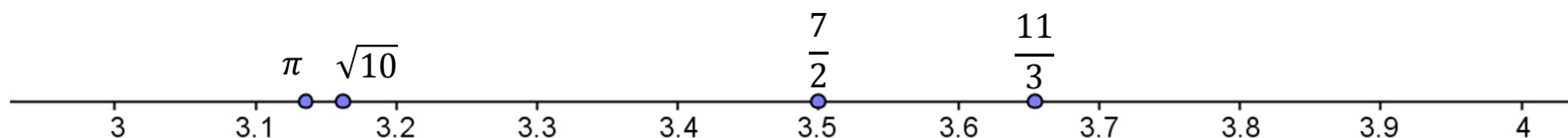
$$\frac{7}{2}, \quad \pi = 3,14159 \dots, \quad \frac{11}{3}, \quad \sqrt{10} = 3,16227 \dots$$

Um dos métodos tem, como primeiro passo, efetuar as divisões representadas pelas frações para encontrar representações decimais. Neste caso, temos: $\frac{7}{2} = 3,5$ e $\frac{11}{3} = 3,66666 \dots$. Comparando as casas decimais, chegamos à ordem **crescente**:

$$\pi = 3,14159 \dots < \sqrt{10} = 3,16227 \dots < \frac{7}{2} = 3,5 < \frac{11}{3} = 3,66666 \dots$$

Finalmente, para representar na reta numérica, vamos dividir o intervalo entre os números 3 e 4 em décimos e utilizar o arredondamento de duas casas decimais:

$$\pi \cong 3,14 < \sqrt{10} \cong 3,16 < \frac{7}{2} = 3,50 < \frac{11}{3} \cong 3,67$$





AGORA,
É COM VOCÊ !!!

1 - Arredonde os números abaixo para **uma** casa decimal:

a) $0,777 \dots \cong$ _____

b) $13,639462 \dots \cong$ _____

c) $6,666 \dots \cong$ _____

2 - Arredonde os números abaixo para **duas** casas decimais:

a) $12,121212 \dots \cong$ _____

b) $0,365365 \dots \cong$ _____

c) $5,3936946201 \dots \cong$ _____

3 - Complete com os sinais $>$, $<$ ou $=$:

a) $7,3$ _____ $7,8$

b) $-2,13$ _____ $-2,18$

c) $\frac{13}{3}$ _____ $4,5$

d) $\frac{20}{3}$ _____ $6,7082039 \dots$

e) $4,75$ _____ $4,9$

f) $-0,12345 \dots$ _____ $-0,12$

g) $0,3$ _____ $\frac{1}{3}$

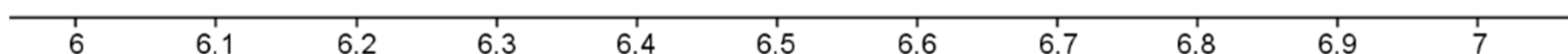
h) $0,774596 \dots$ _____ $\frac{5}{7}$



4 - Coloque os números do quadro abaixo em ordem crescente. Depois, represente, aproximadamente, esses números, na reta numérica:

$$\frac{20}{3}; \sqrt{45} = 6,7082039 \dots; 6,25; \frac{27}{4}$$

Lembre-se de dividir as frações!



5 - Agora, construa a reta numérica para representar os números abaixo em ordem crescente:

$$\frac{21}{4}; \sqrt{18} = 4,242640 \dots; \frac{40}{9}$$



6 - Sem utilizar a calculadora, diga qual o valor aproximado da expressão:

$$\sqrt{10} - \sqrt{17} \cong \underline{\hspace{2cm}}$$

7 - Indique quais os números abaixo que são racionais e quais os que são irracionais:

a) $\sqrt{10}$ -

d) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ -

b) $\frac{2}{3}$ -

e) $\sqrt{100}$ -

c) $-\sqrt{25}$ -

f) $\sqrt{20}$ -

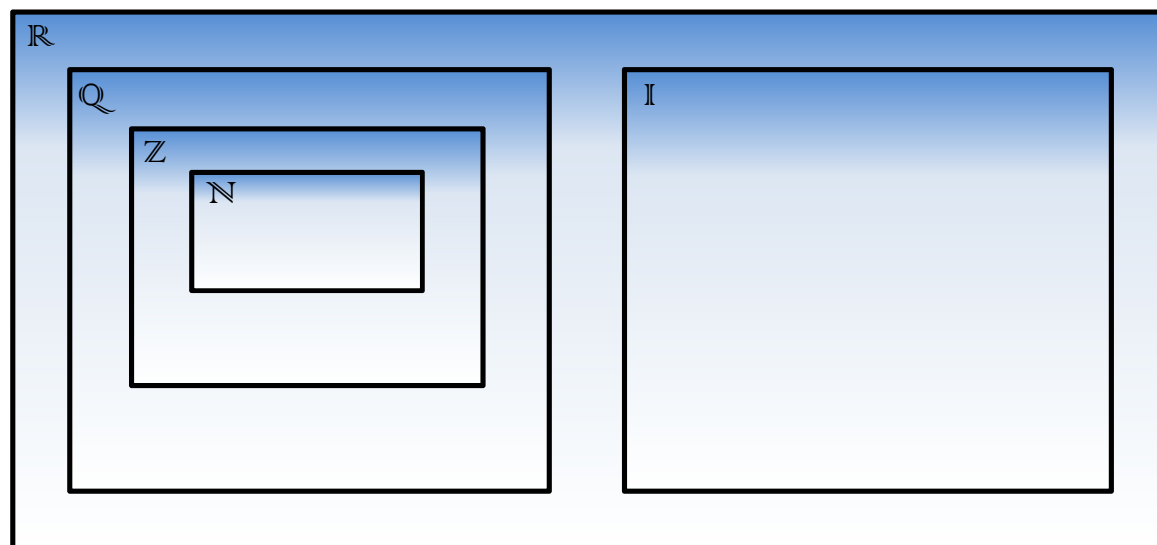
8 - Escreva cada um dos números dentro do conjunto em que ele deve estar contido:

$\sqrt{16}$

$-\frac{14}{7}$

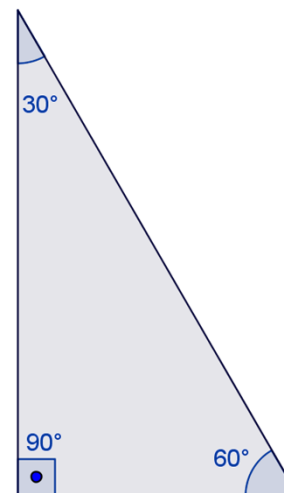
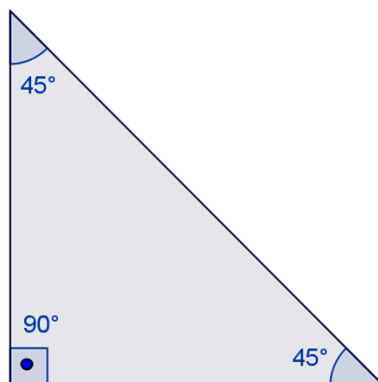
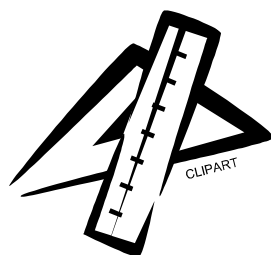
$\frac{14}{3}$

$\sqrt{18}$



ÂNGULOS

Durante a aula de Matemática, Beatriz notou que existiam dois tipos de régua diferentes das comuns em sua sala. Seu Professor lhe disse que as régua eram **esquadros** e fez um desenho no quadro, representando os esquadros:



No desenho, Beatriz observou que sua Professora marcou, nos cantos dos dois triângulos, as marcas de **ângulos**. Ela também viu que os ângulos eram medidos através de **graus** representados pelo símbolo $^{\circ}$. Ela lembrou, imediatamente, de que existiam três tipos de ângulos:

- Agudos – medem menos que noventa graus.
- Retos – medem exatamente noventa graus.
- Obtusos – medem mais que noventa graus.

Assim como Beatriz, vamos relembrar os estudos sobre ângulos.



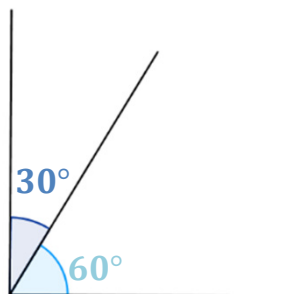
ÂNGULOS

ÂNGULOS SUPLEMENTARES E COMPLEMENTARES

Chamamos de ângulos **complementares** dois ângulos que, juntos, formam um ângulo reto. Isto é, sua soma é igual a 90° . Observe e complete os exemplos abaixo:

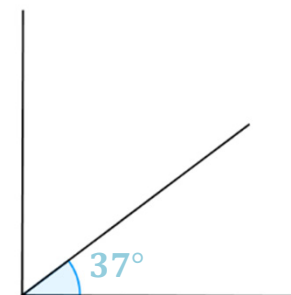
Os ângulos 30° e 60° são complementares, pois, juntos, formam um ângulo reto.

$$30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$



Complete a imagem ao lado com o ângulo complementar ao ângulo de 37° .

$$37^\circ + \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ$$

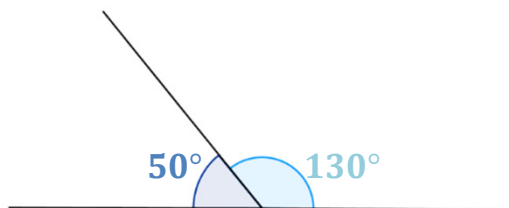


Dois ângulos são ditos **suplementares** quando formam, juntos, dois ângulos retos. Logo, a sua soma é igual a 180° .

O ângulo de 180° também é chamado de ângulo **raso**.

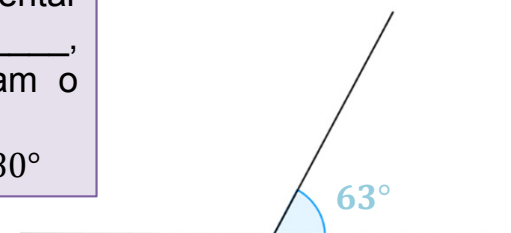
Os ângulos 50° e 130° são suplementares pois sua soma resulta em 180° :

$$50^\circ + 130^\circ = 180^\circ$$



Já o suplementar do ângulo 63° é _____, pois, juntos, formam o ângulo raso:

$$63^\circ + \underline{\hspace{2cm}} = 180^\circ$$



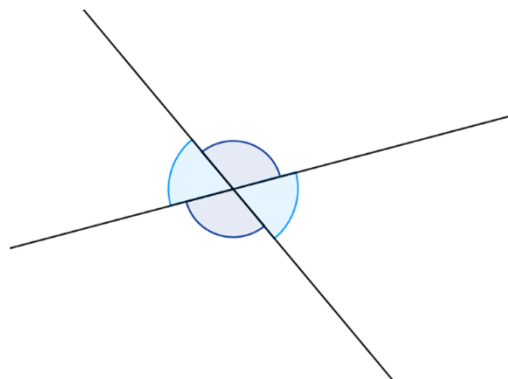
ÂNGULOS

ÂNGULOS CONGRUENTES E OPOSTOS PELO VÉRTICE

Quando duas retas se encontram, formam 4 ângulos, como na figura abaixo. Vamos estudar algumas propriedades relativas a esses ângulos:

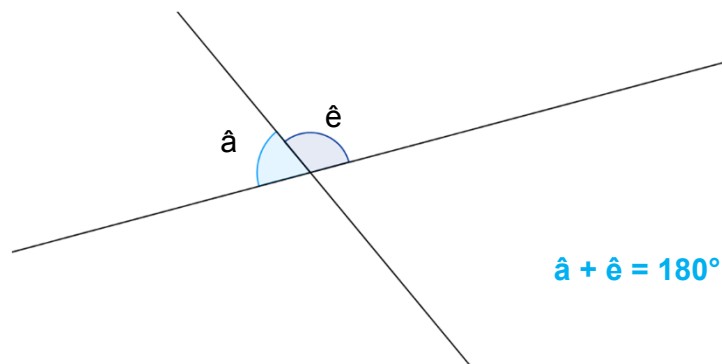


Duas retas concorrentes (que se cruzam) sempre vão delimitar quatro ângulos!



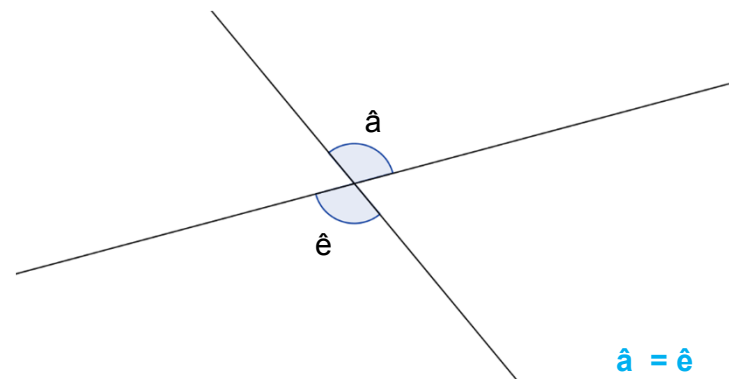
Dois ângulos são **congruentes** quando possuem a mesma medida.

Nesta configuração, quaisquer dois ângulos **adjacentes**, que possuem um lado em comum, são **suplementares**. Como os do exemplo:



$$\hat{a} + \hat{e} = 180^\circ$$

Já os ângulos que estão **opostos pelo vértice** (OPV) são sempre **congruentes**. Os dois ângulos destacados abaixo têm a mesma medida.

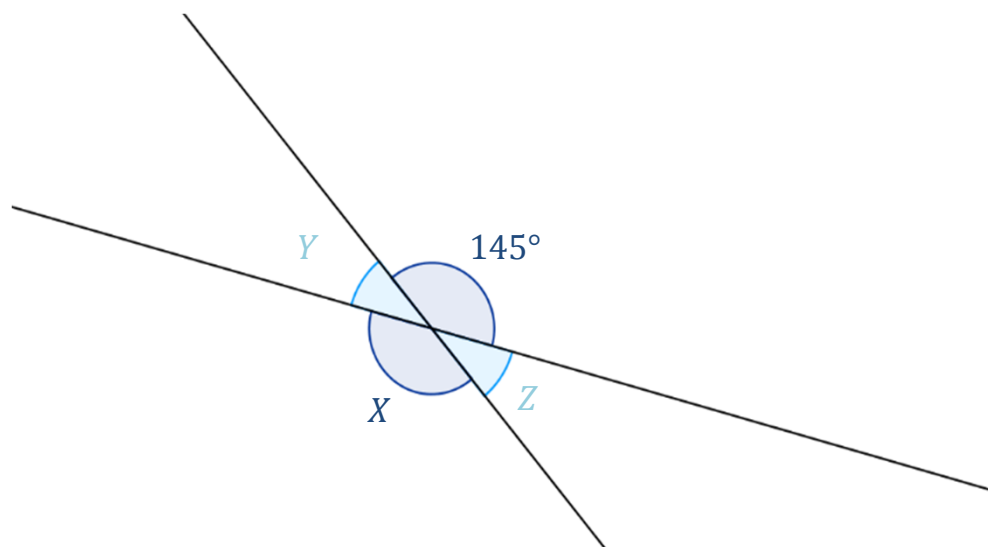


$$\hat{a} = \hat{e}$$

ÂNGULOS

ÂNGULOS CONGRUENTES E OPOSTOS PELO VÉRTICE

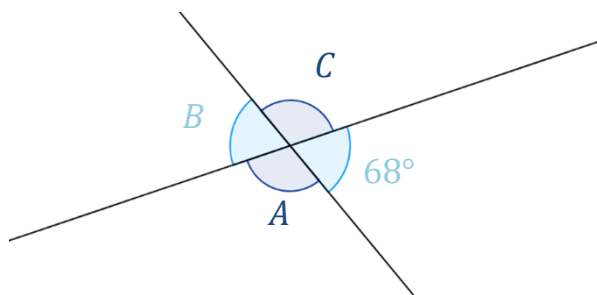
Vamos observar um exemplo:



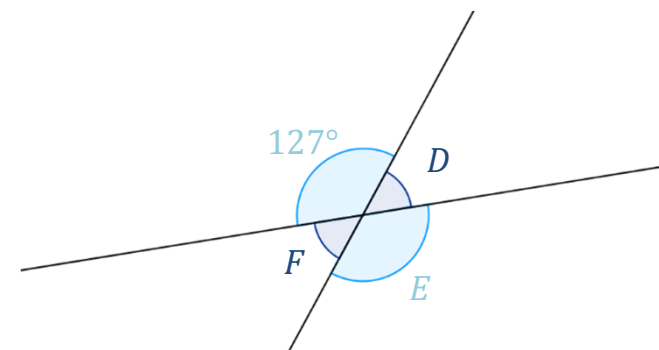
- Começamos, calculando o ângulo X pois X e 145° são Opostos Pelo Vértice (OPV). Portanto, têm a mesma medida. Logo, $X = 145^\circ$.
- Em seguida, achamos o valor de Y que é adjacente a 145° e, por esse motivo, são suplementares:
$$Y + 145^\circ = 180^\circ$$
$$Y = 180^\circ - 145^\circ$$
$$Y = 35^\circ$$
- Finalmente, para encontrar o valor de Z , percebemos que é adjacente à X e OPV à Y . Assim, $Z = Y = 35^\circ$.

1 - Encontre os valores dos ângulos abaixo:

a)



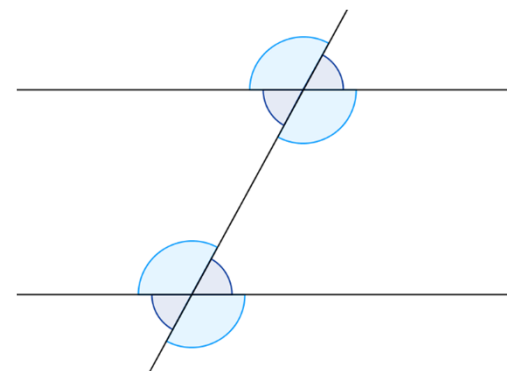
b)



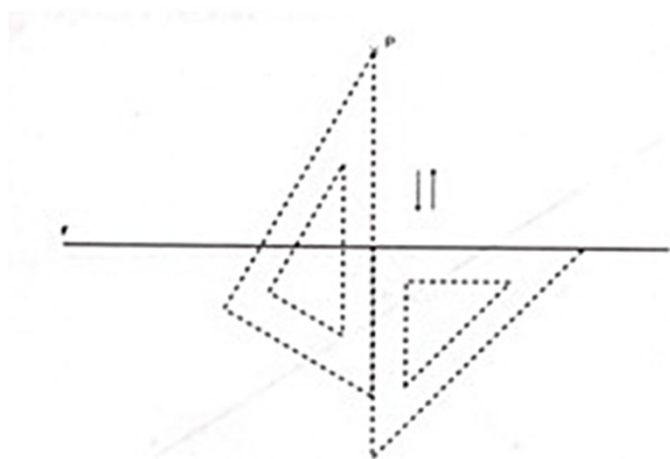
ESQUADROS E RETAS PARALELAS

A partir de agora, estudaremos os ângulos formados por uma reta qualquer, em duas outras que são **paralelas**, como na imagem ao lado. Isto é, estão no mesmo plano, mas não se encontram em nenhum ponto.

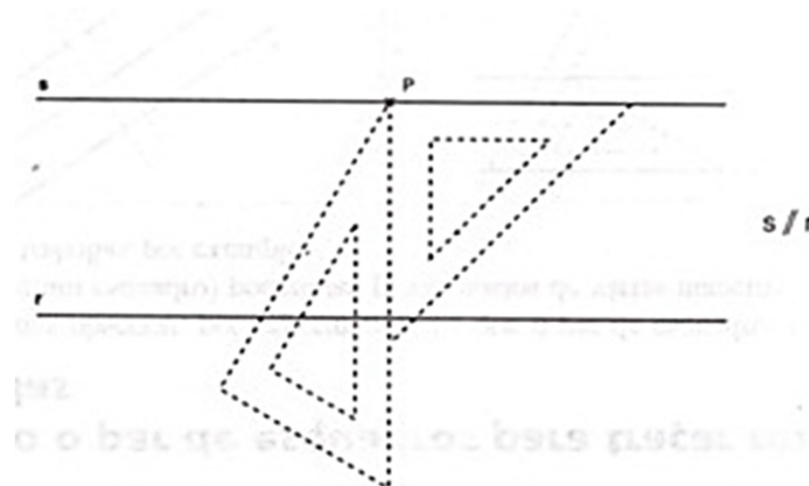
Vamos observar um procedimento para construir duas retas paralelas, utilizando os **esquadros**.



Iniciamos, posicionando os esquadros como na figura abaixo, e traçando a primeira reta pelo esquadro da direita, chamado de esquadro **móvel**. O esquadro da esquerda é chamado de esquadro **fixo**.



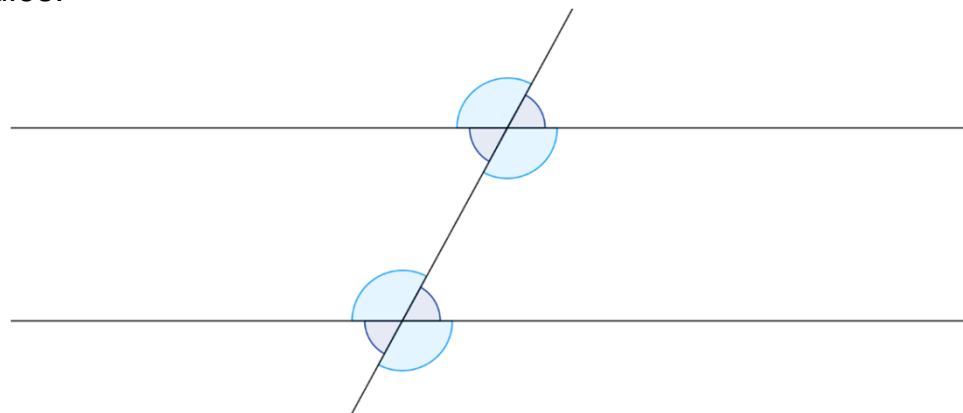
Sem movimentar o esquadro fixo, deslizamos o esquadro móvel para cima, sempre apoiado pelo esquadro fixo. Finalmente, traçamos uma outra reta acima dos dois esquadros. As duas retas construídas desta forma são retas paralelas.



ÂNGULOS

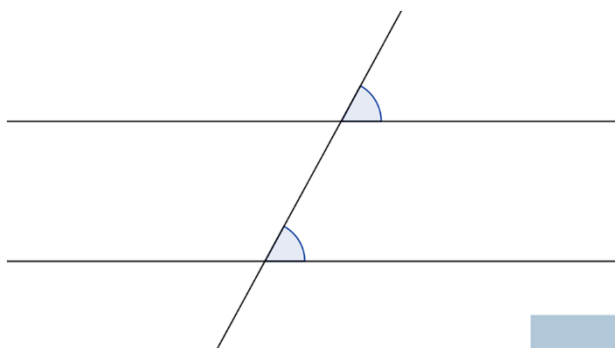
FEIXES DE PARALELAS, CORTADAS POR UMA TRANSVERSAL

Como já vimos, duas retas em um mesmo plano são **paralelas** quando não se encontram em nenhum ponto. Logo, não formam ângulos. Quando temos uma reta transversal, isto é, que “corta” as retas paralelas, esta nova reta vai delimitar oito ângulos.

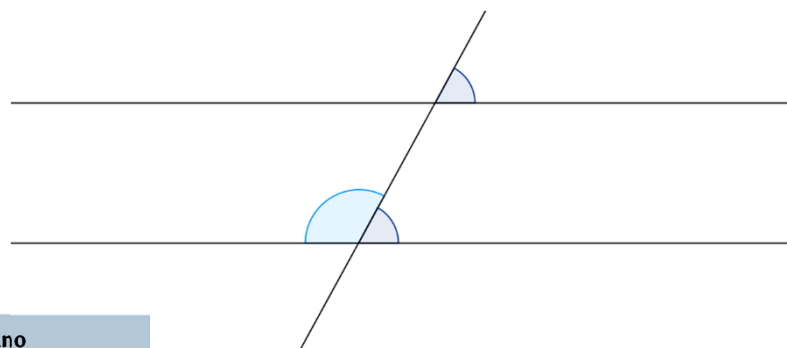


Existe uma propriedade, além das já estudadas, de ângulos opostos pelo vértice, que vamos conhecer agora: os ângulos formados em cada uma das retas paralelas são **os mesmos em suas posições correspondentes**.

Ângulos, nas mesmas posições correspondentes, são congruentes. Por exemplo:



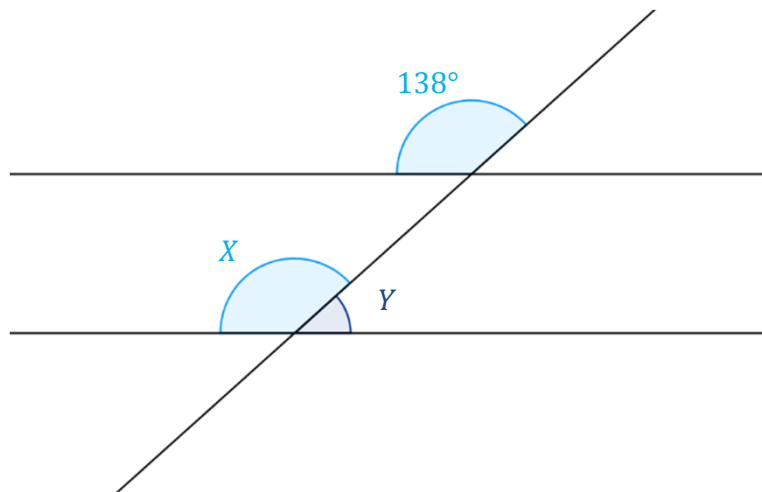
Desta forma, o adjacente do ângulo abaixo é, também, suplementar ao de cima:



ÂNGULOS

FEIXES DE PARALELAS, CORTADAS POR UMA TRANSVERSAL

Vamos a um exemplo de como encontrar os valores dos ângulos em um feixe de retas paralelas:



- O ângulo X é igual a 138° pois estão em correspondência, na mesma posição em cada uma das retas paralelas.

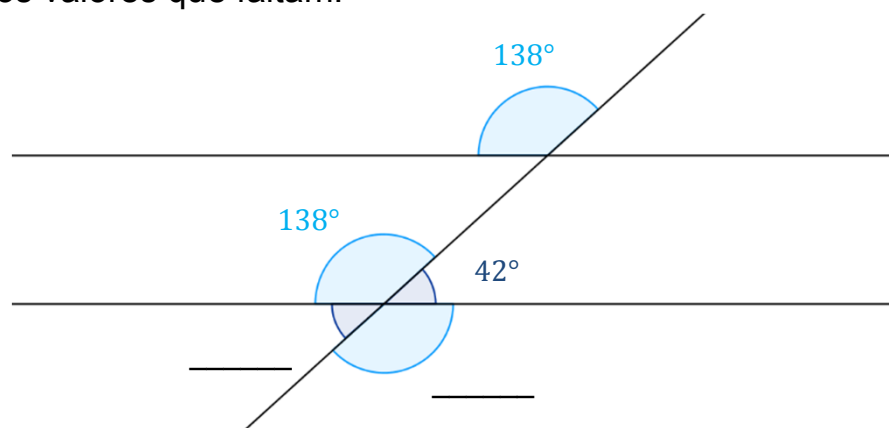
- Já o ângulo Y é suplementar a X e também a 138° .

$$Y + 138^\circ = 180^\circ$$

$$Y = 180^\circ - 138^\circ$$

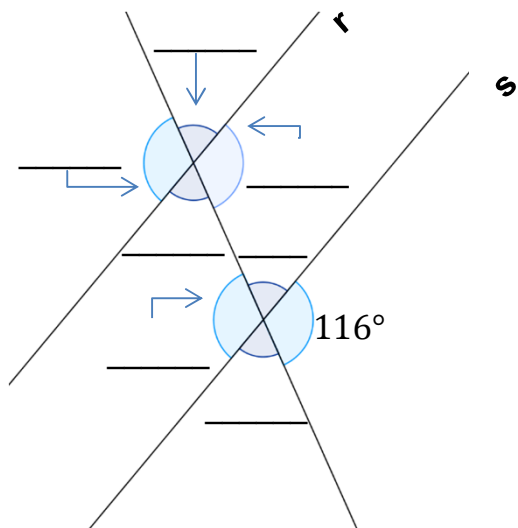
$$Y = 42^\circ$$

Juntamente com as propriedades de ângulos opostos pelo vértice, podemos encontrar os valores de todos os ângulos. Complete abaixo com os valores que faltam:



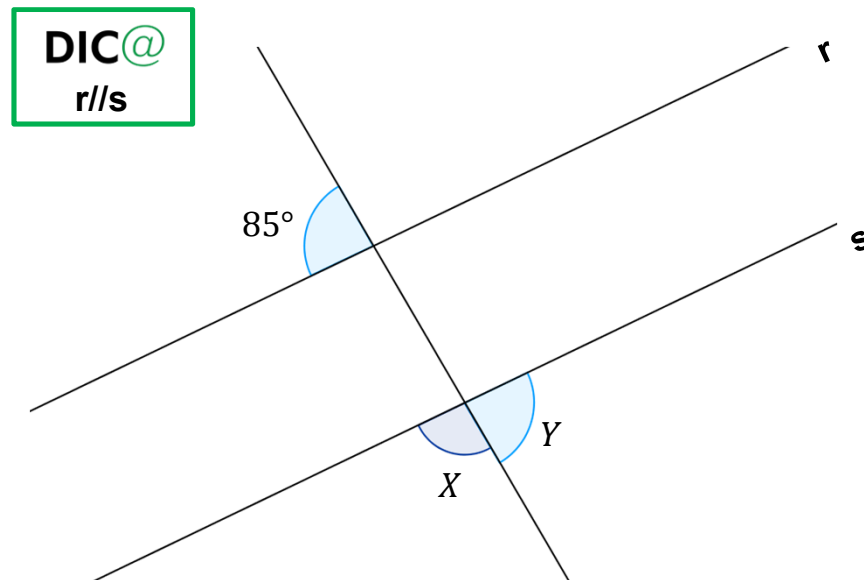


1 - Encontre o valor de todos os ângulos:



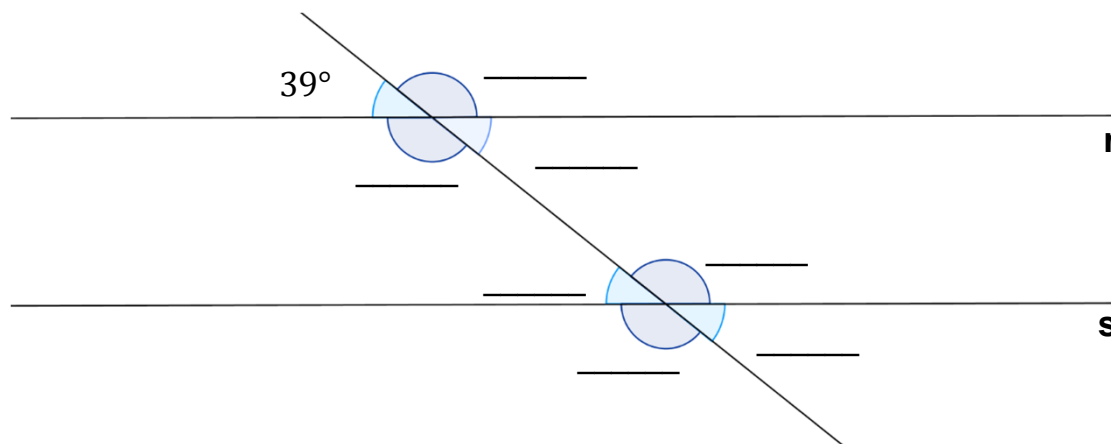
DIC@
r//s

2 - Encontre o valor dos ângulos X e Y :



DIC@
r//s

3 - Complete com os ângulos que faltam, aplicando as propriedades estudadas:



DIC@
r//s



ÁLGEBRA

A álgebra é o ramo da Matemática que utiliza **letras** para representar números desconhecidos nas expressões e nas equações. As **expressões algébricas** são expressões que representam operações entre números e letras.

As letras são ditas **incógnitas** quando representam um valor que deve se encontrado como, por exemplo:

“Pensei em um número, o dobro deste número somado a onze é igual a vinte e sete”.

Podemos encontrar uma equação para representar esta situação. Basta utilizar uma incógnita, x , por exemplo, no lugar do número desconhecido: _____. Através dessa equação, podemos encontrar o valor da incógnita, resolvendo a equação do primeiro grau: _____. Assim, chegamos a um único resultado para a incógnita: $x =$ _____.

Já, quando essas letras podem representar diversos números diferentes, são chamadas de **variáveis**. Por exemplo: podemos encontrar o sucessor de um número inteiro através da expressão: $x + 1$.

Com a expressão, podemos encontrar o sucessor de **qualquer** número inteiro. Isto é: a variável x pode assumir diversos valores diferentes.

Utilizando variáveis, complete abaixo com a expressão relativa a cada caso:

O dobro de um número: _____

O dobro do sucessor de um número: _____

O triplo de um número subtraído de 2: _____





ÁLGEBRA

Vamos observar mais uma situação em que usamos variáveis e incógnitas:

Carlos é um motorista de táxi. Observou que o preço que o seu taxímetro marcava para cada corrida, seguia uma certa regra. Iniciava com a bandeirada no valor de R\$ 4,40 (demonstrada no visor) e a cada quilômetro percorrido, o valor aumentava R\$ 0,25.

De acordo com a situação, responda às perguntas abaixo:

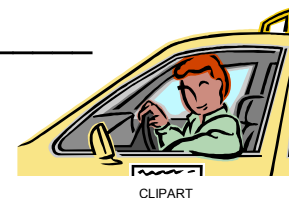
Uma pessoa entra no táxi de Carlos e desiste, imediatamente, da corrida. Quanto Carlos deveria cobrar dessa pessoa?

Uma pessoa que tenha andado no táxi de Carlos por 25 km, sem parar em nenhum momento, precisa pagar quanto?

E uma pessoa que andou por 10 km, no táxi, sem parar em nenhum momento, quanto deverá pagar?

Que operações você fez para encontrar os resultados anteriores?

Escreva uma expressão que represente o valor que deve ser pago, utilizando a letra s para representar a quantidade de quilômetros rodados:



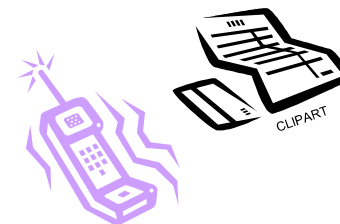


ÁLGEBRA

Vamos ler mais um exemplo de situação que seja representada por uma expressão algébrica:

Uma conta de telefone é calculada de acordo com a seguinte regra:

- É cobrada uma taxa **fixa** de R\$ 19,00 pelo serviço.
- A **cada minuto** de ligação, são cobrados mais R\$ 0,23.

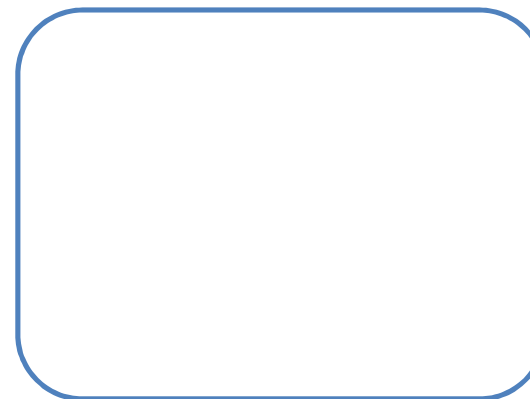


Se uma pessoa usou, em um determinado mês, 100 minutos, quanto ela pagará na conta?

Se forem feitos apenas 50 minutos de ligações, qual será o valor a ser pago?

Represente, utilizando uma **expressão algébrica**, o valor da conta V , relacionado com a quantidade de minutos utilizados (m):

Utilizando a expressão que você encontrou acima, é possível dizer quantos minutos uma pessoa utilizou se o valor a ser pago foi de R\$ 65,00?



Com a expressão, os cálculos ficam mais fáceis!





AGORA,
É COM VOCÊ !!!

1 - Qual das expressões abaixo representa melhor a seguinte situação:
Em uma pizzaria, é cobrado R\$ 23,00 pelo rodízio e mais R\$ 3,50 pelo refrigerante consumido (cada um deles).

(A) $23,00x + 3,50x$

(C) $3,50x - 23,00$

(B) $23,00x + 3,50$

(D) $3,50x + 23,00$

2 - Para saber quantas folhas iria precisar para realizar uma atividade com seus alunos, em cada uma de suas turmas, a Professora Daniele pensou da seguinte forma: “Em uma turma, preciso de uma folha para cada aluno e mais seis folhas para a apresentação do trabalho da turma.”

a) Escreva a expressão para o cálculo da quantidade de folhas de que a Professora Daniele vai precisar:

b) Se a turma 1 801 tem 34 alunos, de quantas folhas ela precisará?

c) Na turma 1 802, a Professora Daniele utilizou 52 folhas. Quantos alunos estavam presentes?

Este espaço é seu!



3 - Vamos observar as figuras. A partir de um mesmo vértice, podemos dividir cada uma das figuras em triângulos. Por exemplo, o pentágono pode ser dividido em três triângulos.

Faça as divisões e registre os resultados:



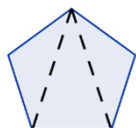
O triângulo possui 3 lados e só representa 1 triângulo.

$$l = 3 \quad T = 1$$



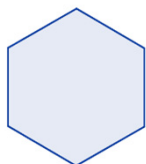
O quadrado possui 4 lados e pode ser dividido em 2 triângulos.

$$l = 4 \quad T = 2$$



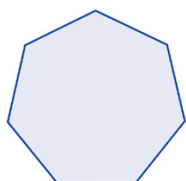
O pentágono possui 5 lados e pode ser dividido em 3 triângulos.

$$l = 5 \quad T = 3$$



O hexágono possui 6 lados e pode ser dividido em ____ triângulos.

$$l = 6 \quad T = \underline{\hspace{1cm}}$$



O heptágono possui 7 lados e pode ser dividido em ____ triângulos.

$$l = 7 \quad T = \underline{\hspace{1cm}}$$

A expressão algébrica que representa a quantidade de triângulos de um polígono, utilizando o número de lados é:

Um polígono com 14 lados (tetradecágono) pode ser dividido em quantos triângulos? _____

Se formarmos um polígono, desenhando 7 triângulos juntos, quantos lados terá esse polígono?



4 - Um Professor de Matemática escreveu no quadro a seguinte frase:

“A média da turma é um número cujo triplo subtraído da sua metade é igual a 20”.

Escreva a equação que representa esta situação e encontre a média da turma:

5 - Encontre o valor das incógnitas nas equações abaixo:

a) $4x - 13 = 11$

b) $9y + 20 = 6y + 2$

c) $5z - 12 = 6z + 20$

d) $3(w + 5) = 2(2w + 5)$



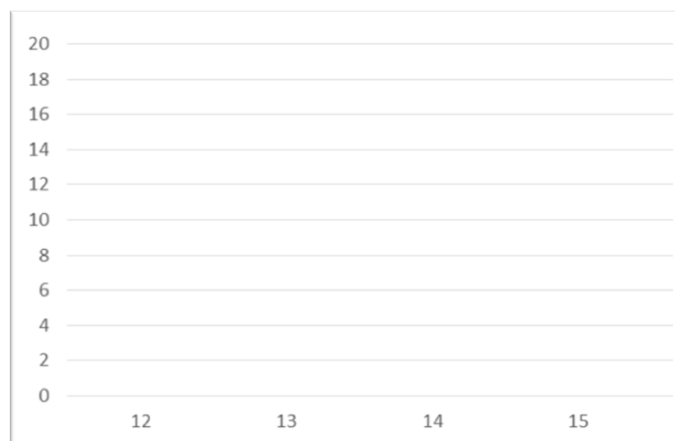
TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

GRÁFICOS E TABELAS

Quando fazemos alguma pesquisa ou coleta de informações, para facilitar o entendimento, utilizamos gráficos e tabelas. Vamos ler a tabela abaixo em que consta o resultado de uma pesquisa da idade dos alunos de uma turma:

QUANTIDADE DE ALUNOS POR IDADE				
Idade	12	13	14	15
Alunos	4	18	15	3

Utilize o espaço abaixo para produzir um gráfico de **barras**, utilizando os dados da tabela acima:



Agora, responda às perguntas:

Quantos alunos participaram da pesquisa? _____

Quantos alunos possuem mais de 13 anos? _____



TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

GRÁFICOS E TABELAS

1 - A tabela indica a quantidade de livros que foram emprestados pela biblioteca de uma escola em **2014**:

	1.º bimestre	2.º bimestre	3.º bimestre	4.º bimestre
Romances	75	86	92	125
Enciclopédias	13	17	18	23



Agora, complete de acordo com os dados:

- a) No 1.º bimestre, foram emprestados _____ romances e _____ enciclopédias, sendo um total de _____ livros.
- b) No 2.º bimestre, retiraram da biblioteca _____ romances e _____ enciclopédias, totalizando _____ livros.
- c) Nos dois últimos bimestres, houve a apresentação da biblioteca para os alunos. Com isso, foram emprestados _____ livros de romance e _____ enciclopédias, neste período.
- d) O total de livros de romance emprestados, na biblioteca, no ano de 2014, foi de _____.
- e) O total de enciclopédias emprestadas, nos quatro bimestres, foi _____.
- f) O total de livros emprestados, durante todo o ano de 2014, na biblioteca da escola, foi _____.

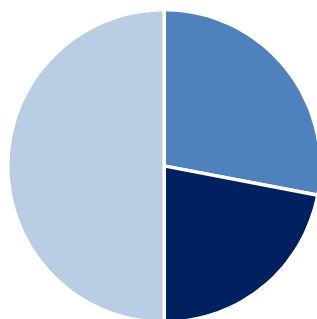


2 - Foi feita uma pesquisa para saber qual é a atividade de que os alunos mais gostam. O resultado pode ser observado na tabela abaixo:

PRAIA	CINEMA	ESPORTE
34%	25%	41%

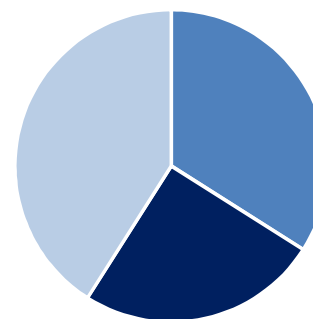
Qual o gráfico que representa os dados da tabela?

(A)



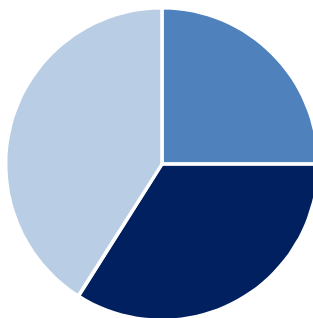
■ Praia ■ Cinema ■ Esporte

(C)



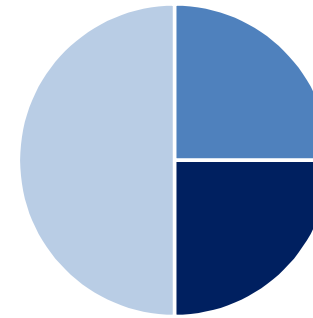
■ Praia ■ Cinema ■ Esporte

(B)



■ Praia ■ Cinema ■ Esporte

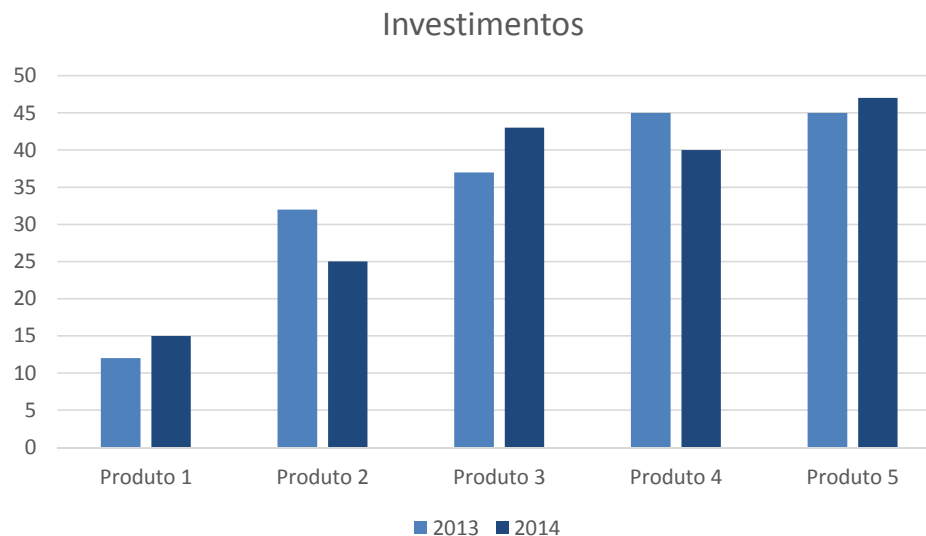
(D)



■ Praia ■ Cinema ■ Esporte



3 - Uma empresa de publicidade trabalha há dois anos com cinco produtos. No gráfico de barras, estão registrados os investimentos, em mil reais, em cada um desses produtos.



a) No gráfico, as barras mais claras correspondem aos valores de investimentos de que ano?

b) Quais os produtos que apresentaram crescimento nos investimentos dos anos observados?

c) Qual foi o produto com mais investimentos no ano de 2014? E no ano de 2013?

d) Qual foi a diferença de investimentos do Produto 4 nesses dois anos?



Recapitulando...

QUESTÃO 1

Um professor pediu que os alunos resolvessem uma expressão de números racionais. Porém, alguns alunos deram a resposta de maneira diferente. Vejamos abaixo:

Ana encontrou a resposta $\frac{2}{3}$.

Bruna encontrou a resposta 0,666

Carlos encontrou a resposta 2,3.

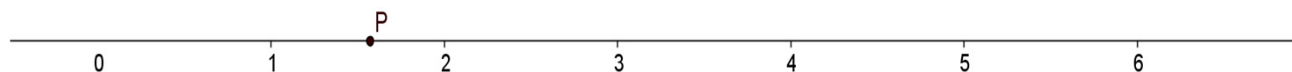
Daniel encontrou a resposta $\frac{6}{9}$.

Sabendo que apenas um dos alunos errou, diga qual deles foi o aluno que deu a resposta que **não é equivalente** às outras:

- (A) Ana
- (B) Bruna
- (C) Carlos
- (D) Daniel

QUESTÃO 2

Podemos afirmar que o ponto **P**, na reta abaixo, representa o número racional:



(A) $\frac{8}{5}$.

(B) $\frac{12}{5}$.

(C) $-\frac{13}{12}$.

(D) $\frac{27}{4}$.

**QUESTÃO 3**

Mariana pegou sua irmã mais nova brincando com sua calculadora. No visor, estava o seguinte número:

2,236067977499

A afirmativa que melhor se adapta à classificação desse número é:

- (A) Irracional, pois não tem período de repetição.
- (B) Racional, com decimal infinito de período 9.
- (C) Racional e está na forma fracionária.
- (D) Inteiro, pois não possui decimais.

QUESTÃO 4

Cada um dos números abaixo está representado por uma letra. Na ordem **crescente**, esses números podem ser representados pela alternativa:

$$A = 3$$
$$C = \frac{10}{3}$$

$$B = \pi \cong 3,1415$$

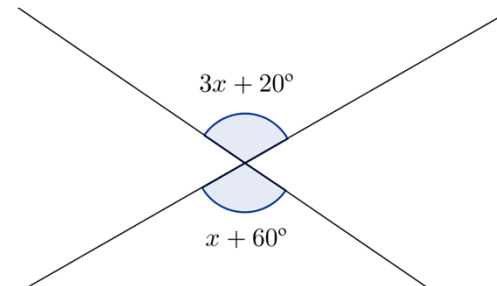
$$D = 3,2$$

- (A) $A < B < C < D$.
- (B) $C < B < D < A$.
- (C) $B < A < C < D$.
- (D) $A < B < D < C$.

**QUESTÃO 5**

Na figura abaixo, podemos ver dois ângulos opostos pelo vértice. Desta forma, encontre o valor de x :

- (A) 20°
- (B) 30°
- (C) 40°
- (D) 60°

**QUESTÃO 6**

Em uma competição de skate, a nota do competidor é calculada de acordo com o valor das manobras que executou. São retirados 250 pontos para cada erro cometido. Se um dos competidores executar manobras que valem 1 800 pontos, qual a equação que representa sua nota final?

- (A) $n = 1\,800 + 250e$
- (B) $n = 1\,800e + 250$
- (C) $n = 1\,800e - 250$
- (D) $n = 1\,800 - 250e$

QUESTÃO 7

Enquanto fazia a conta de uma dívida, encontrei um número irracional que possui infinitas casas decimais:
 $4,123105625 \dots$

Porém, quando trabalhamos com dinheiro, precisamos fazer esta conta de maneira aproximada. Qual seria a melhor aproximação para o número acima?

- (A) 4,11
- (B) 4,12
- (C) 4,13
- (D) 4,14



Vista geral da Av. Rio Branco em 1930

Teatro Municipal